

Математическая обработка наблюдений

Лекции для студентов 1-го курса

Осенний семестр, 2015

Сажина О.С.

16 лекций

ЧАСТЬ 1

1. О методах и проблемах математической обработки данных и наблюдений. Погрешности (прямая и обратная задача; точная ошибка приближенного числа, предельная абсолютная погрешность, предельная относительная погрешность, погрешности простейших элементарных функций). Действия с приближенными числами (сложение, вычитание близких чисел, умножение, деление, оценка ошибки функции приближенных аргументов). Ошибки измерений (общее понятие систематических, случайных, личных и грубых ошибок).
2. Элементы теории вероятностей. Основные понятия и определения: опыт, событие, вероятность, независимые события. Основные формулы комбинаторики. Сумма вероятностей. Умножение вероятностей. Геометрическая вероятность. Условная вероятность. Полная вероятность. Формула Байеса. Повторы испытаний. Примеры задач (астрономия).
3. Дискретная и непрерывная случайная величина. Генеральная совокупность и выборка. Закон распределения случайной величины (ряд распределения, функция распределения, плотность вероятности). Представления статистических данных (простой и вариационный ряд распределения, размах выборки, эмпирическая функция распределения, полигон частот, гистограмма, кумулята). Примеры.
4. Математическое ожидание (определение и свойства). Среднеквадратическое отклонение и дисперсия (определение и свойства). Ковариация. Меры положения и рассеяния. Сумма случайных величин. Функции от случайных величин (распределение вероятности для функции случайных величин).
5. Специальные распределения случайных величин (биномиальное, распределение Пуассона (понятие пуассоновского потока), нормальное, геометрическое, показательное, равномерное). Центральная предельная теорема. Правило «трех сигма». Распределения, отличные от нормального (кривые Шарье, Пирсона; распределение Максвелла).
6. Точечные и интервальные оценки. Оценки математического ожидания выборки при известной и неизвестной дисперсиях (распределение хи-квадрат, t-распределение Стьюдента). Квантили и уровни значимости. Доверительные интервалы. Метод максимального правдоподобия (ММП). Метод наименьших квадратов (МНК). Сравнение средних и дисперсий двух выборок нормальной генеральной совокупности (t-распределение Стьюдента, F-распределение Фишера).
7. Анализ и оценки ошибок наблюдения. Пример обработки ряда измерений. Перенос ошибок.

8. Элементы линейной алгебры. Метод определителей и метод Гаусса решения систем линейных уравнений. Плохо и хорошо обусловленные системы уравнений (понятие регуляризации и итерационных методов). Понятие сингулярного разложения (SVD). Примеры.
9. Понятие о равноточных и неравноточных измерениях. Условные и нормальные уравнения. Принцип Лежандра и метод наименьших квадратов (МНК). Обобщенный принцип Лежандра и взвешенный МНК. Примеры.
10. Линеаризация условных уравнений (замена неизвестных, общий метод последовательных приближений). Представление результата решения условных уравнений. Примеры.

ЧАСТЬ 2

11. О методах исследования связей между случайными величинами. Однофакторный и двухфакторный дисперсионный анализ. Примеры.
12. Корреляционный анализ (1). Оценка коэффициента корреляции. Исследование значимости корреляции. Понятие частной и множественной корреляции.
13. Корреляционный анализ (2). Примеры решения задач.
14. Регрессионный анализ (1). Постановка задачи регрессионного анализа. Полиномиальная регрессия. Применение МНК и ММП для оценки неизвестных параметров. Матричное представление. Пример построения линейной регрессии для двух параметров (точечная оценка параметров, двумерная доверительная область, представление результатов с помощью огибающих).
15. Регрессионный анализ (2). Ортогональные полиномы.
16. Исследование вида распределения (критерий хи-квадрат, критерий Колмогорова). Примеры.

Литература:

- [1] Б.М. Щиголев «Математическая обработка наблюдений» 1969
- [2] Д. Худсон «Статистика для физиков» 1970
- [3] А.И. Кобзарь «Прикладная математическая статистика» 2006
- [4] В.Б. Монсик, А.А. Скрынников «Вероятность и статистика» 2011
- [5] Ю.Р. Чашкин «Математическая статистика. Анализ и обработка данных» 2009
- [6] Т.А. Агекян «Основы теории ошибок для астрономов и физиков» 1972
- [7] В.А. Ильин, Э.Г.Позняк «Линейная алгебра» 1999
- [8] William H. Press, Saul A. Teukolsky, William T. Vetterling, Brian P. Flannery. Numerical Recipes in C. — 2nd edition. — Cambridge: Cambridge University Press.