

МЕХАНИЗМ ДИНАМО В АККРЕЦИОННОМ ДИСКЕ В ПЛАНАРНОМ ПРИБЛИЖЕНИИ

Пашенцева М. В.¹, Михайлов Е. А.¹, Бонева Д. В.²

¹Физический факультет МГУ, Россия

²ИКИТ БАН, Болгария

Введение

- ▶ Аккреционные диски встречаются в различных астрофизических задачах.
- ▶ Во многих работах отмечается, что большую роль в эволюции аккреционного диска играют магнитные поля, в частности, они могут объяснять перенос момента импульса (Шакура и Сюняев, 1973).
- ▶ Нас интересовали диски с большим внутренним радиусом.

Модели для галактического динамо

- ▶ В настоящее время существует большое количество работ, посвященных исследованию магнитных полей галактик.
- ▶ В них сформулированы различные модели, позволяющие описывать поля в дисках и в торах.
- ▶ Представляется логичным применение аналогичных подходов при моделировании магнитных полей в аккреционных дисках.

Введение

- ▶ В теории динамо обычно используют уравнения Штеенбека-Краузе-Рэдлера или уравнения динамо средних полей.
- ▶ Их решения в тонком диске удобно получать с использованием планарного приближения, которое позволяет упростить решение уравнений и широко используется при моделировании магнитных полей галактик.

Основы планарного приближения

- ▶ В результате усреднения уравнений магнитной гидродинамики по турбулентным ячейкам можно получить уравнение Штеенбека-Краузе-Рэдлера:

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \text{rot}(\alpha \vec{B}) + \text{rot}[\vec{V}, \vec{B}] + \nu \Delta \vec{B},$$

где α — характеризует альфа-эффект, V - скорость крупномасштабных движений (связанная с вращением галактики, а так же, возможно, с потоками вещества в радиальном направлении)

Альфа - эффект

- ▶ Альфа-эффект характеризуется псевдоскаляром, связанным с закрученностью турбулентных движений:

$$\alpha = -\frac{\tau}{3} \langle (\vec{v}, \text{rot} \vec{v}) \rangle,$$

где v – скорость турбулентных движений, τ – характерное корреляционное время.

- ▶ Как правило, в галактиках и подобных им объектах можно полагать, что

$$\alpha = \frac{\Omega l^2}{h} \frac{z}{h},$$

где h – полутолщина диска, l – размер турбулентной ячейки, Ω – угловая скорость вращения.

Дифференциальное вращение

- ▶ Как правило, крупномасштабная скорость связана с вращением галактики и может быть выражена так:

$$V_\varphi = \Omega r \overrightarrow{e_\varphi}$$

- ▶ Довольно часто (хотя и не обязательно) используют, так называемую, брандтовскую кривую вращения:

$$\Omega = \frac{\Omega_0}{\sqrt{1 + \left(\frac{r}{r_\omega}\right)^2}}$$

- ▶ Это составляет суть дифференциального вращения: галактики вращаются нетвердотельно. Данный эффект играет важную роль в работе динамо.

Турбулентная диффузия

- ▶ Образованию магнитного поля препятствуют диссипативные эффекты.
- ▶ Они связаны с магнитной вязкостью и другими явлениями, но определяющую роль играет турбулентная диффузия:

$$\eta = \frac{lv}{3},$$

где v – характерное значение скорости турбулентных движений.

Модель для магнитного поля

- ▶ Будем рассматривать осесимметрические движения и магнитные поля, т.е. : $\frac{\partial}{\partial \varphi} = 0$

- ▶ Будем полагать, что

$$B_r(r, z, t) = B_r(r, 0, t) \cos\left(\frac{\pi z}{2h}\right),$$
$$B_\varphi(r, z, t) = B_\varphi(r, 0, t) \cos\left(\frac{\pi z}{2h}\right).$$

- ▶ Компоненту z можно восстановить из условия бездивергентности, которая в осесимметрическом случае выглядит так:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial(rB_r)}{\partial r} + \frac{\partial B_z}{\partial z} = 0.$$

Производные магнитного поля и альфа-эффекта

- ▶ Производную магнитного поля вдоль направления, перпендикулярного к диску, можно выразить так:

$$\frac{\partial^2 B_r}{\partial z^2} = -\frac{\pi^2}{4h^2} B_r;$$

$$\frac{\partial^2 B_\varphi}{\partial z^2} = -\frac{\pi^2}{4h^2} B_\varphi.$$

- ▶ Для альфа-эффекта производная может быть выражена следующим образом:

$$\frac{\partial \alpha}{\partial z} = \frac{\alpha_0}{h};$$

$$\alpha_0 = \frac{\Omega_0 l^2}{h}$$

Уравнения планарного приближения

- ▶ На большом расстоянии от центра можно считать, что, что $\Omega \approx \frac{V_0}{r}$, тогда $r \frac{d\Omega}{dr} \approx -\frac{V_0}{r} \approx -\Omega$.
- ▶ Уравнения для магнитного поля выглядят следующим образом:

$$\frac{\partial B_r}{\partial t} = -\frac{\alpha_0 B_\varphi}{h} - \eta \frac{\pi^2 B_r}{4h^2} + \eta \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r B_r) \right);$$
$$\frac{\partial B_\varphi}{\partial t} = -\Omega B_r - \eta \frac{\pi^2 B_\varphi}{4h^2} + \eta \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r B_\varphi) \right).$$

Безразмерные величины

- ▶ Будем измерять времена в единицах $\hbar^2/\eta$, а расстояния – в радиусах галактики R .
- ▶ Введем безразмерные параметры, характеризующие альфа-эффект и дифференциальное вращение:

$$R_\alpha = \frac{\hbar \alpha_0}{\eta}, \quad R_\omega = \frac{\Omega \hbar^2}{\eta}$$

- ▶ Кроме того, можно ввести число, описывающее диссипацию магнитного поля в плоскости диска:

$$\lambda = \frac{\hbar}{R}$$

Уравнения в безразмерных единицах

- Уравнения для магнитного поля записываются так:

$$\frac{\partial B_r}{\partial t} = -R_\alpha B_\varphi - \frac{\pi^2 B_r}{4} + \lambda^2 \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r B_r) \right);$$
$$\frac{\partial B_\varphi}{\partial t} = -R_\omega B_r - \frac{\pi^2 B_\varphi}{4} + \lambda^2 \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r B_\varphi) \right).$$

Рост магнитного поля

- ▶ Если положить $\lambda \rightarrow 0$, то магнитное поле будет расти по экспоненциальному закону со скоростью:

$$\gamma = -\frac{\pi^2}{4} \pm \sqrt{D},$$

где D – динамо-число:

$$D = R_\alpha R_\omega.$$

- ▶ Рост магнитного поля возможен в случае, если $D > D_{cr}$, где

$$D_{cr} = \frac{\pi^4}{16} \approx 6.$$

- ▶ Более точные оценки показывают, что $D_{cr} \approx 7$.

Применение планарного приближения для аккреционных дисков

- ▶ Для эволюции магнитных полей в аккреционных дисках могут работать принципиально схожие закономерности [Moss, Sokoloff, Suleimanov 2016].
- ▶ При этом, необходимо учитывать, что кинематические параметры среды в аккреционных торах будут принципиально иными.
- ▶ Кроме того, нас будут интересовать не «сплошные диски», а объекты с достаточно большим внутренним радиусом:

$$r_{min} < r < R$$

Параметры среды

- ▶ Будем считать, что скорость описывается кеплеровским законом:

$$\Omega = \frac{(GM)^{\frac{1}{2}}}{r^{\frac{3}{2}}},$$

где M - масса звезды, r - расстояние до центра.

- ▶ Для скорости в радиальном направлении имеем [Липунов, 1982]:

$$v_r = -\frac{3\nu}{2r} \left[1 - \left(\frac{r_{min}}{r} \right)^{\frac{1}{2}} \right]^{-1},$$

где r_{min} - внутренний радиус, ν - вязкость.

Уравнения планарного приближения

- ▶ С учетом указанных предположений, уравнения для магнитного поля в безразмерном виде выглядят так:

$$\frac{\partial B_r}{\partial t} = -\frac{R_\alpha}{r^{\frac{3}{2}}} B_\phi - \frac{\pi^2 B_r}{4} + \lambda^2 \left(\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r B_r) \right) \right) - \frac{V_0}{r \left(1 - \sqrt{\frac{0.1}{r}} \right)} \left(\frac{\partial B_r}{\partial r} \right);$$

$$\frac{\partial B_\phi}{\partial t} = -\frac{3R_\omega}{2r^{\frac{3}{2}}} B_r - \frac{\pi^2 B_\phi}{4} + \lambda^2 \left(\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r B_\phi) \right) \right) - \frac{V_0}{r \left(1 - \sqrt{\frac{0.1}{r}} \right)} \left(\frac{\partial B_\phi}{\partial r} \right).$$

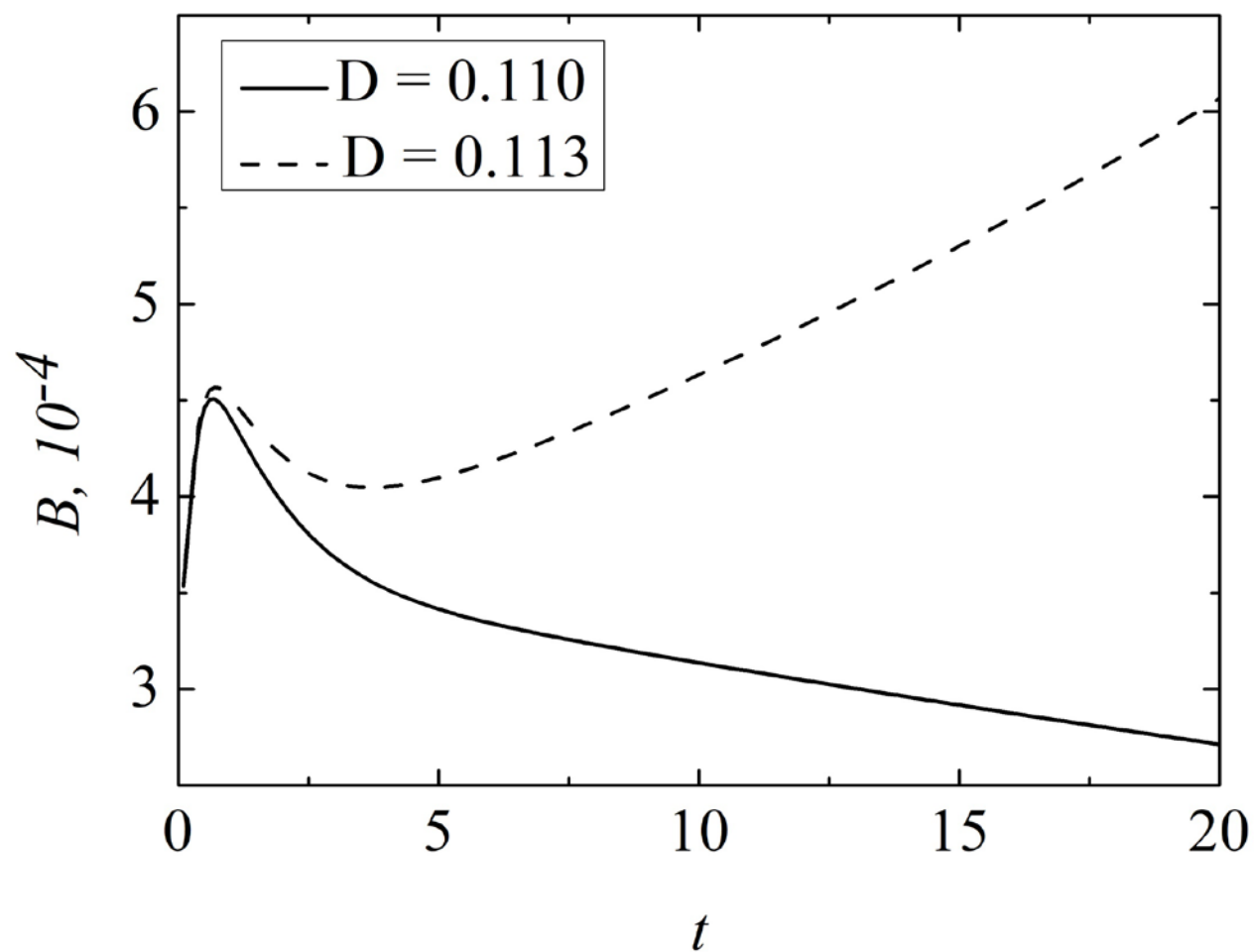
- ▶ Время измеряется в безразмерных единицах:

$$t = \frac{h^2}{\nu},$$
$$R_\alpha = \frac{\Omega(R) l^2}{\nu}, \quad R_\omega = \frac{\Omega(R) \nu}{h^2}, \quad \lambda = \frac{h}{R}$$

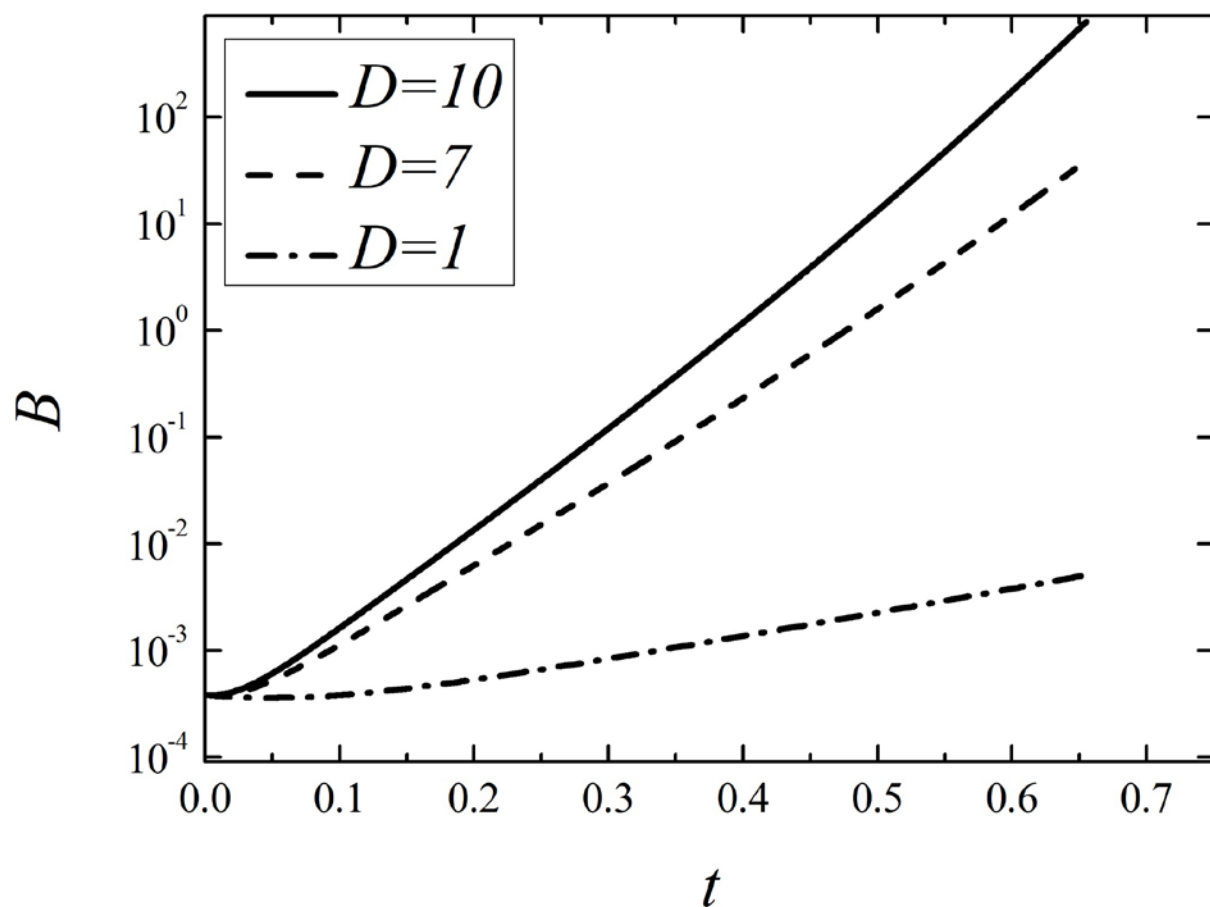
Динамо число

- ▶ Эффект динамо является пороговым. При $D > D_{cr}$ магнитное поле возрастает экспоненциально, в противном случае оно убывает.
- ▶ В нашем случае численный расчет показывает, что $D_{cr} \approx 0.112$.

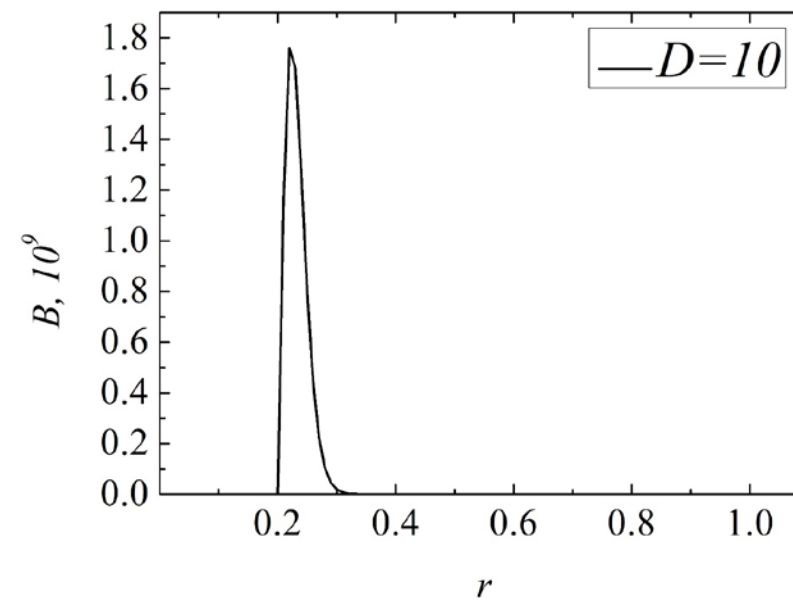
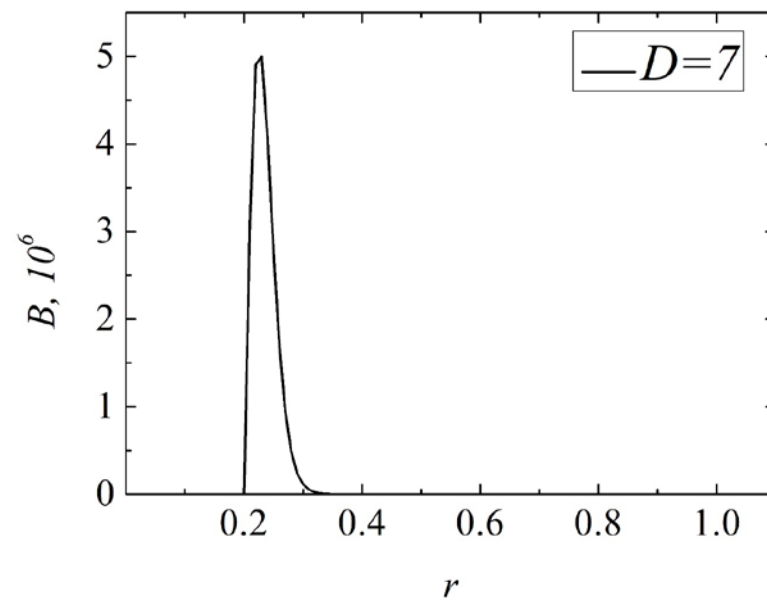
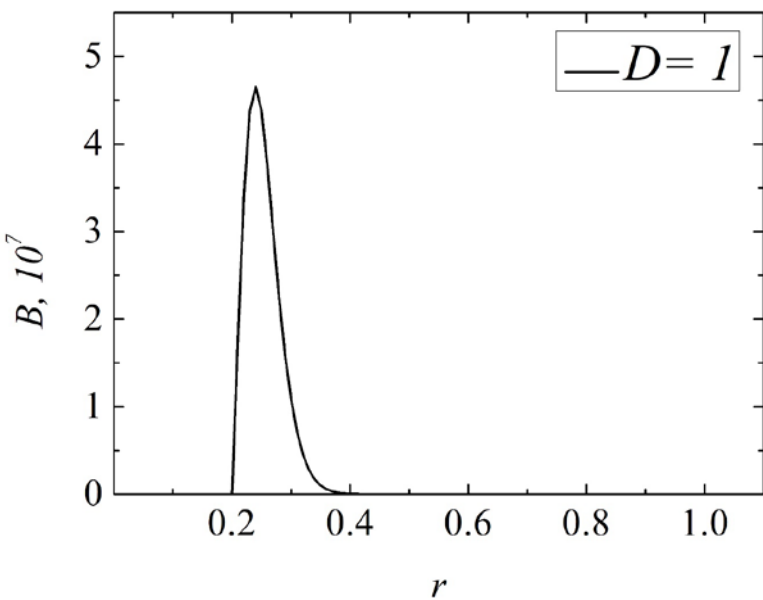
Динамо в надкритическом и докритическом случае



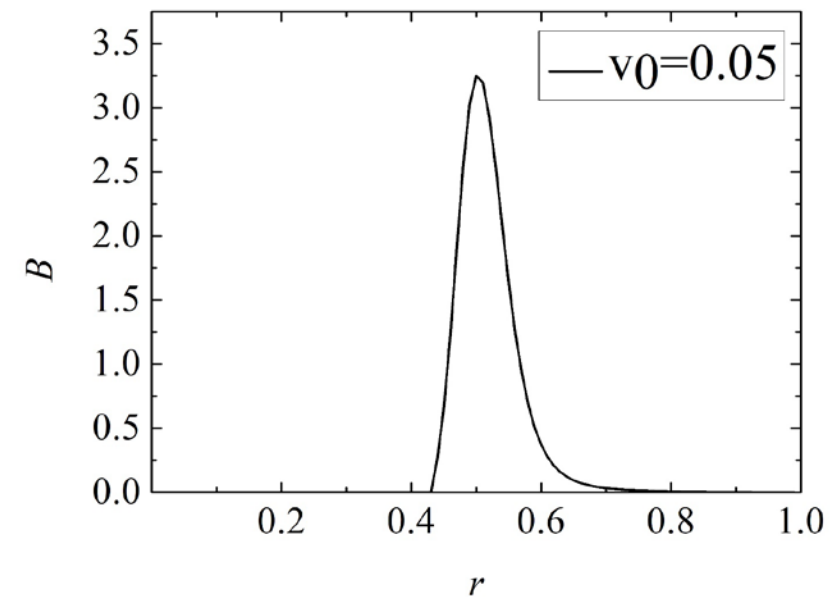
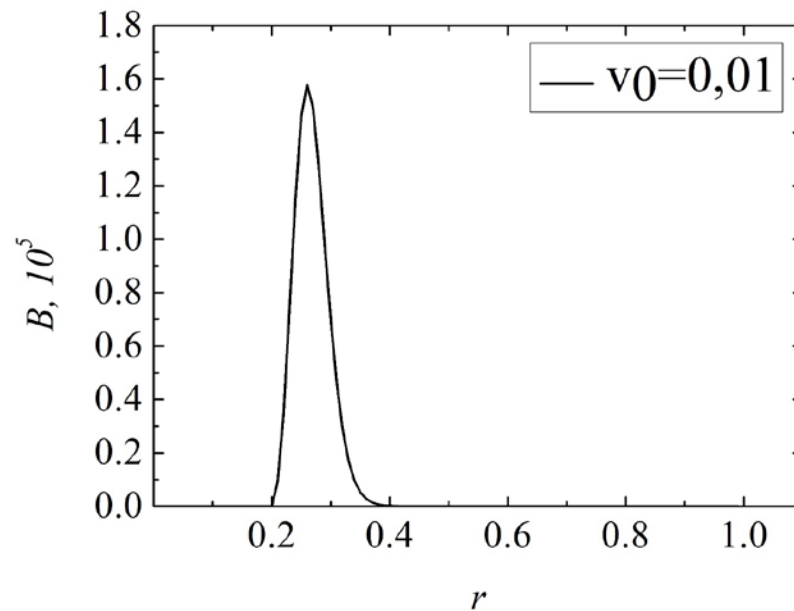
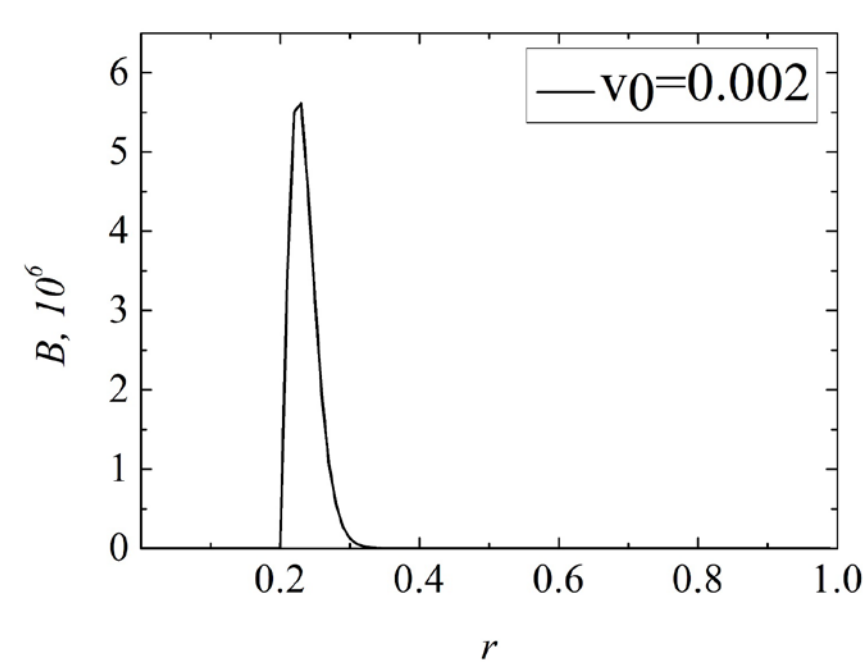
Зависимость магнитного поля от времени (линейный случай)



Зависимость магнитного поля от расстояния до центра аккреционного диска (линейный случай)



Магнитное поле для разных скоростей падения вещества на центр V_0 (линейный случай)



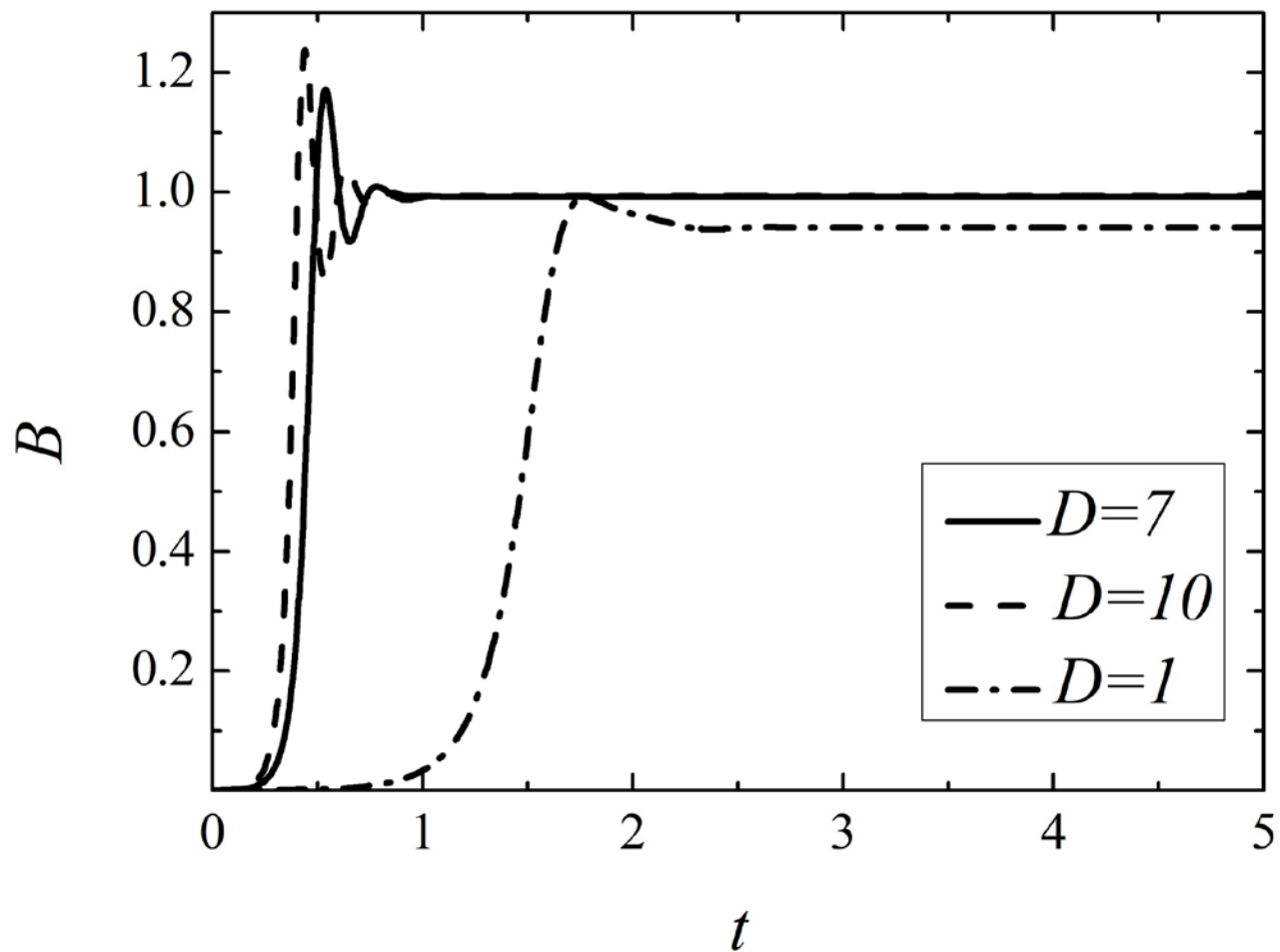
Уравнения планарного приближения в нелинейном случае

- ▶ При росте магнитного поля происходит «насыщение»: рост магнитного поля замедляется при приближении к равномерному распределению.
- ▶ Это приводит нас к необходимости рассматривать нелинейную модификацию уравнений.

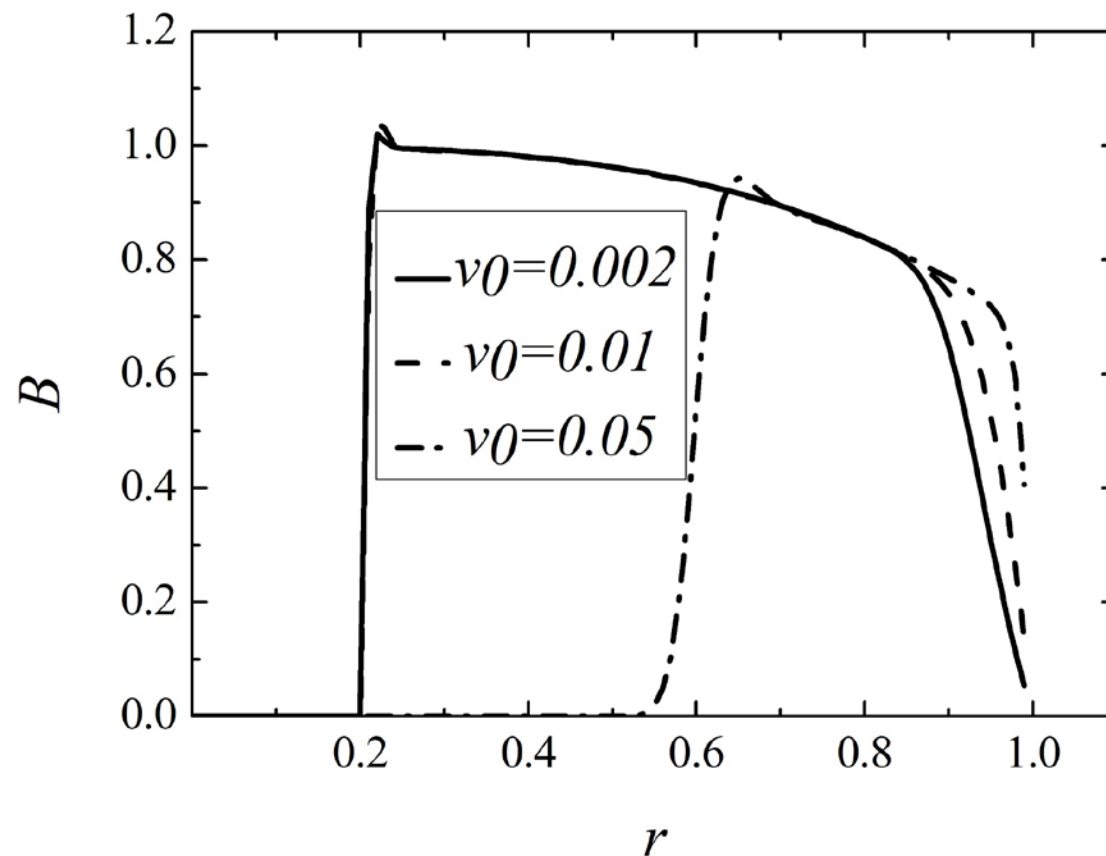
$$\frac{\partial B_r}{\partial t} = -\frac{R_\alpha}{r^{\frac{3}{2}}} B_\phi \left(1 - \frac{B^2}{B_{max}^2}\right) - \frac{\pi^2 B_r}{4} + \lambda^2 \left(\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r B_r) \right) \right) - \frac{V_0}{r \left(1 - \sqrt{\frac{0.1}{r}}\right)} \left(\frac{\partial B_r}{\partial r} \right);$$

$$\frac{\partial B_\phi}{\partial t} = -\frac{3R_\omega}{2r^{\frac{3}{2}}} B_r - \frac{\pi^2 B_\phi}{4} + \lambda^2 \left(\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r B_\phi) \right) \right) - \frac{V_0}{r \left(1 - \sqrt{\frac{0.1}{r}}\right)} \left(\frac{\partial B_\phi}{\partial r} \right).$$

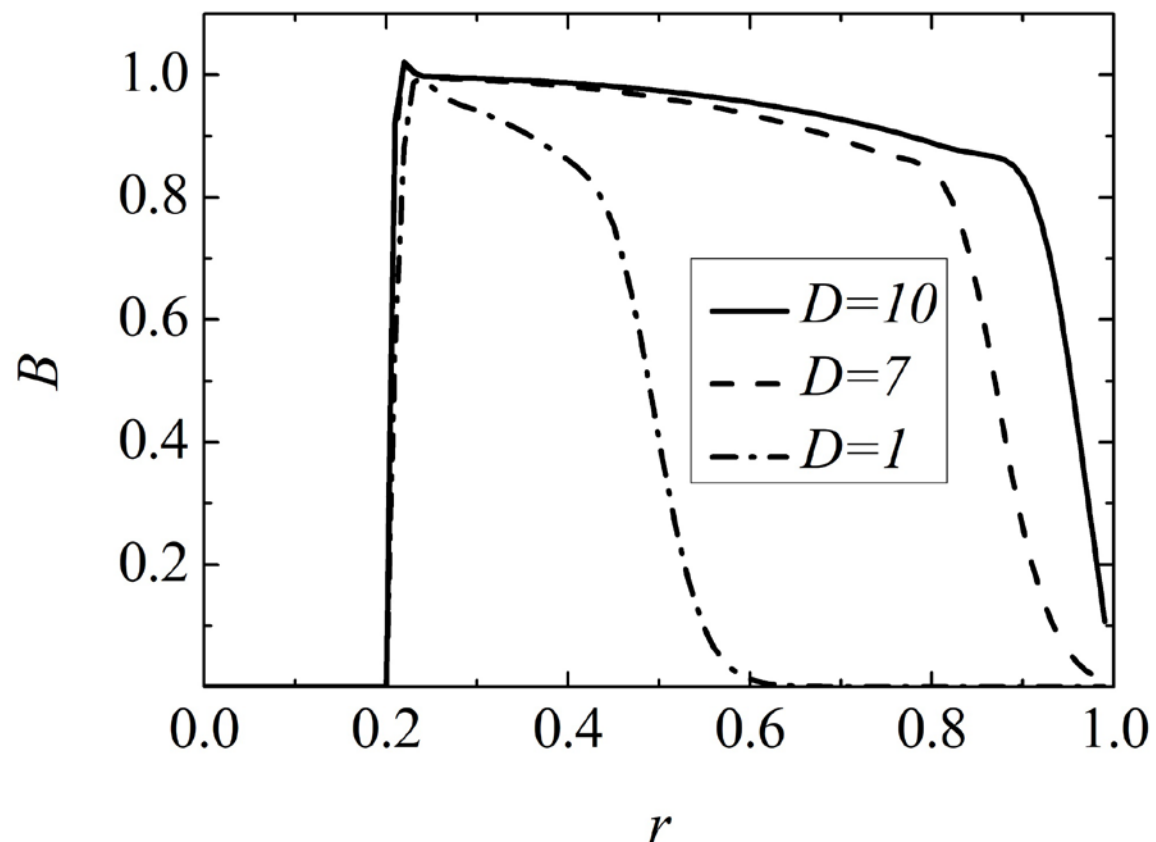
Зависимость магнитного поля от времени с учетом нелинейности альфа-эффекта.



Магнитное поле для разных скоростей падения вещества на центр V_0 (нелинейный случай)



Зависимость магнитного поля от расстояния до центра аккреционного диска (нелинейный случай)



Динамо в торе

- ▶ Ранее для изучения магнитных полей во внешних кольцах галактик была разработана модель динамо в торе (Михайлов 2017).
- ▶ В случае, если мы будем рассматривать аккреционные торы, или аккреционные диски с весьма большим внутренним радиусом, можно использовать данные представления.
- ▶ Изложим основные соображения данной модели

Представление для магнитного поля

- ▶ Магнитное поле во внешнем кольце может быть представлено в форме:

$$\vec{B} = B\vec{e}_\varphi + \text{rot}(A\vec{e}_\varphi).$$

- ▶ Удобно рассмотреть осесимметричное магнитное поле, зависящее от переменных $r - z$.

Уравнения для динамо в торе

- ▶ В таком случае, уравнения для магнитного поля будут выглядеть так:

$$\begin{aligned}\frac{\partial A}{\partial t} &= \frac{\Omega l^2}{a^2} zB + \eta \Delta A; \\ \frac{\partial B}{\partial t} &= \Omega \frac{\partial A}{\partial z} + \eta \Delta B.\end{aligned}$$

- ▶ Будем рассматривать решение внутри окружности:

$$z^2 + (r - R)^2 \leq a^2.$$

Уравнения в безразмерных переменных

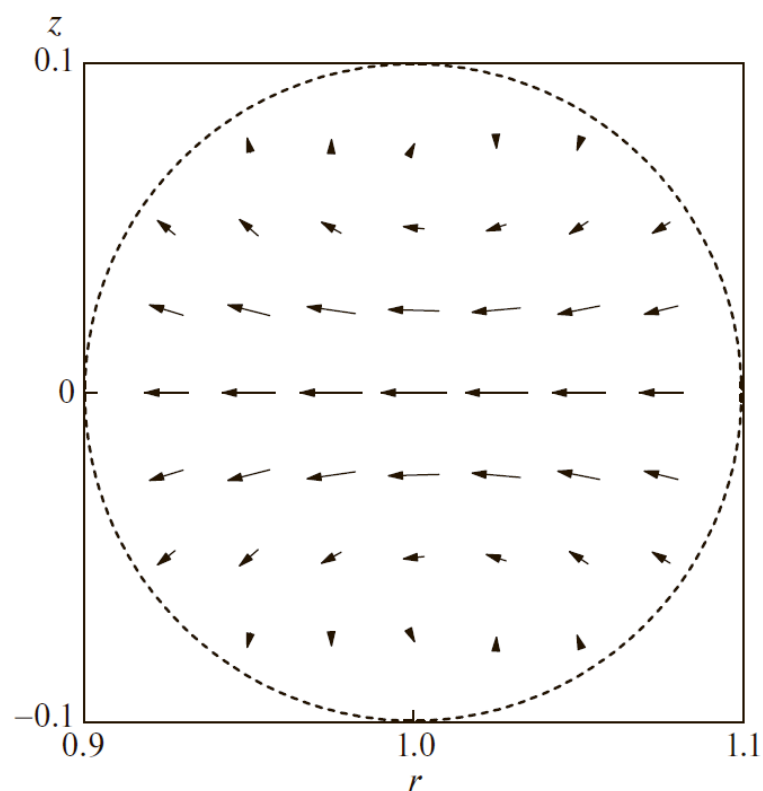
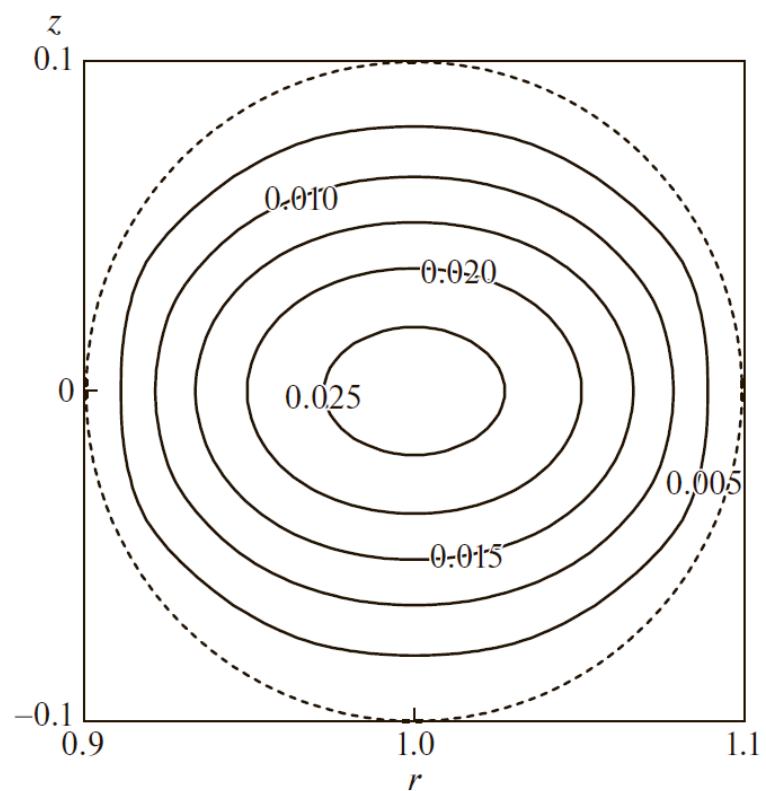
- Удобно измерять расстояния в R , времена в R^2/η . Тогда уравнения для магнитного поля будут выглядеть так:

$$\begin{aligned}\frac{\partial A}{\partial t} &= R_1 z B + \lambda^2 \Delta A; \\ \frac{\partial B}{\partial t} &= R_2 \frac{\partial A}{\partial z} + \lambda^2 \Delta B.\end{aligned}$$

- Для управляющих параметров мы имеем:

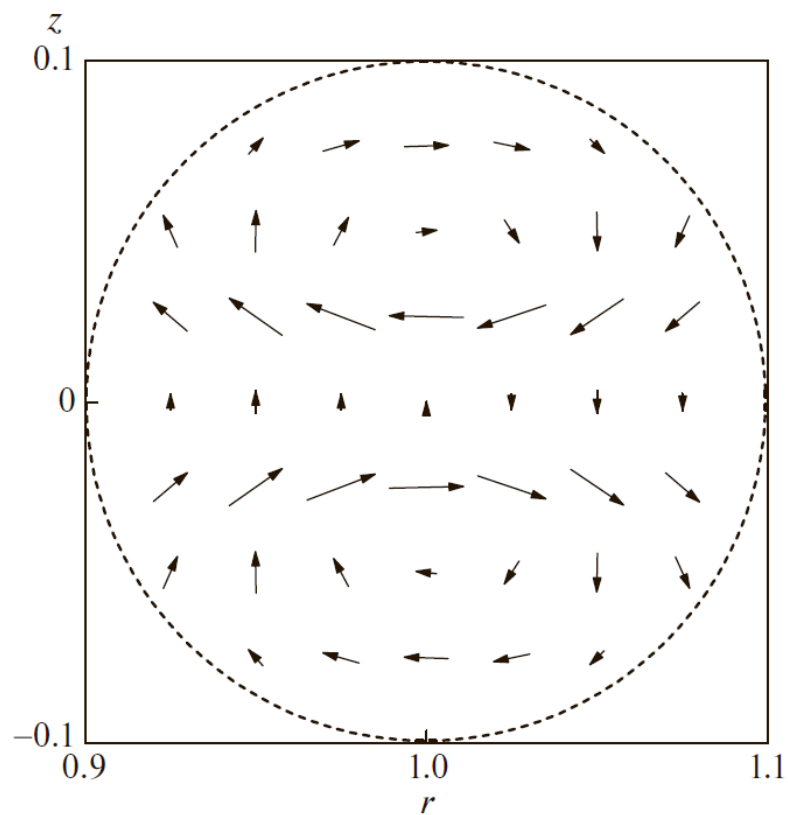
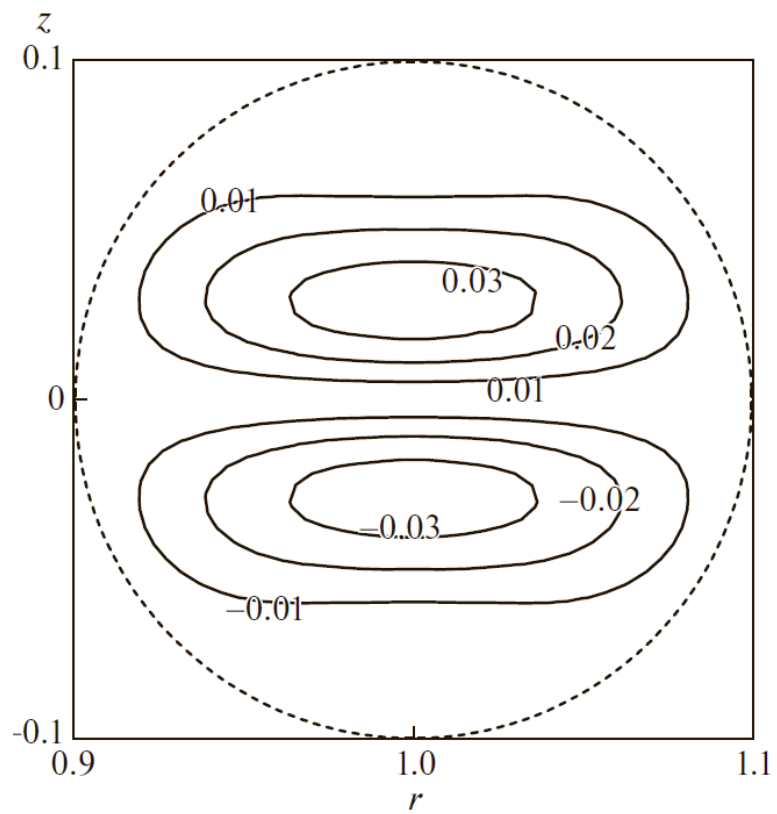
$$\begin{aligned}R_1 &= \frac{\alpha_0 a}{\eta}; \\ R_2 &= R \frac{a^2}{\eta} \frac{d\Omega}{dr}; \\ \lambda &= a/R.\end{aligned}$$

Квадрупольное магнитное поле



(Михайлов 2017)

Дипольное магнитное поле



(Михайлов 2017)

Выводы

- ▶ Был исследован процесс генерации магнитного поля в аккреционных дисках в планарном приближении.
- ▶ Критическое значение динамо числа, при котором затухание магнитного поля меняется на его рост, составляет $D_{cr} \approx 0,112$.
- ▶ Так же изучен нелинейный случай уравнений для магнитного поля, показано, что в таком случае поле выходит на стационарное значение.
- ▶ В будущем представляется интересным рассмотреть эволюцию магнитного поля с помощью динамо в торе.

Спасибо за внимание!