

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
им. М.В.ЛОМОНОСОВА
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АСТРОНОМИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
им. П.К.ШТЕРНБЕРГА

На правах рукописи

УДК 524.8; 530.12

ПЕТРОВ Александр Николаевич

**ТЕОРИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ В
МЕТРИЧЕСКИХ МОДЕЛЯХ ГРАВИТАЦИИ И ЕЕ
ПРИЛОЖЕНИЯ В КОСМОЛОГИИ И АСТРОФИЗИКЕ**

Специальности:

01.03.02 — Астрофизика и Радиоастрономия

01.04.02 — Теоретическая Физика

А в т о р е ф е р а т

диссертации на соискание ученой степени

доктора физико-математических наук

Москва — 2006

Работа выполнена в отделе релятивистской астрофизики
Государственного астрономического института им. П.К.Штернберга при
Московском государственном университете им. М.В.Ломоносова

Официальные оппоненты:

Доктор физико-математических наук
Алексеев Георгий Андреевич
(Математический институт имени Стеклова РАН)

Доктор физико-математических наук
Лукаш Владимир Николаевич
(Астрокосмический центр ФИАН)

Доктор физико-математических наук
Чернин Артур Давидович
(Государственный астрономический институт
имени П.К.Штернберга МГУ имени М.В.Ломоносова)

Ведущая организация:

Всероссийский научно-исследовательский
институт метрологической службы

Защита состоится 5 октября 2006 г. В 14 часов на заседании
диссертационного совета при Московском государственном
университете им. М.В.Ломоносова, шифр Д 501.001.86.

Адрес: 119992, Москва, Университетский проспект, 13, ГАИШ МГУ.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Государственного
астрономического института им. П.К.Штернберга МГУ (Москва,
Университетский проспект, 13, ГАИШ МГУ).

Автореферат разослан „_____“ _____ 2006 г.

Ученый секретарь
Диссертационного совета
кандидат физ.-мат. наук

АЛЕКСЕЕВ С.О.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы.

Во многих задачах современной космологии и релятивистской астрофизики исследуются возмущения в фоновом пространстве-времени. В качестве гравитационной теории главным образом используется общая теория относительности (ОТО), а в последнее время все чаще и другие метрические теории гравитации как в 4-мерии, так и в других измерениях. Обычно фоновое пространство-время представляет собой какое-либо известное решение гравитационной теории, чаще космологическое или решение для черных дыр. Рассматриваются как материальные, так и метрические возмущения, в том числе и гравитационные волны. Само исследование состоит в изучении эволюции возмущений: их генерации, распространения, устойчивости, взаимодействия.

Отдавая должное результатам этих исследований, которые невозможно переоценить, необходимо отметить следующее.

- Часто рассматривается лишь линейное приближение, без учета обратного действия возмущений, в то время как точность современных наблюдений в космосе требует более детальных расчетов.
- Часто используется лишь плоский фон или фон с очень ограничивающими симметриями, либо фоновое пространство-время вводится лишь в окрестности замкнутой поверхности для определения квазилокальной величины, либо вводится лишь фоновое пространство, но не пространство-время, и т.д. .
- Часто используются дополнительные предположения, и поэтому не ясно какие из результатов имеют общую значимость, а какие могут измениться при изменении предположений. Например, может ли

подход использованный для одного фона использоваться для другого, можно ли использовать различные системы координат, и т.д.

- Используются различные отображения возмущенного пространства-времени на фоновое, то есть различные фиксации калибровочных свобод для возмущений. Не всегда ясно, когда различный выбор может повлиять на результаты, а когда нет, как различные калибровки связаны между собой.

Существенную роль в исследованиях играют такие характеристики возмущенной системы как энергия, импульс, угловой момент, их плотности, законы сохранения для них. Однако существует объективная трудность в определении этих величин. Хорошо известно, что в ОТО, и метрических теориях вообще, определение *плотности* энергии и других сохраняющихся величин не является однозначным, в отличие от аналогичных определений в „обычных“ полевых теориях (таких, например, как электродинамика) в пространстве Минковского. С геометрической точки зрения причина проблемы состоит в двойственной роли пространства-времени, которое, с одной стороны, — арена для физических взаимодействий, на которой обычно и определяются сохраняющиеся величины, с другой стороны, само является динамическим объектом и участвует во взаимодействиях. С точки зрения основания гравитационной теории, проблема рассматривается как связанная с принципом эквивалентности.

Начиная с работ Эйнштейна эта ситуация интерпретируется как нелокализуемость энергии и других сохраняющихся величин в метрических теориях гравитации и считается особым свойством теории. Оно проявляется в том, что гравитационное взаимодействие, а следовательно и гравитационное поле, дает вклад в энергетические характеристики гравитирующей системы, но этот вклад определяется лишь нелокально. Таким образом, теоретические исследования в основном велись и ведутся по изучению интегралов движения (глобальных сохраняющихся величин),

например, таких как энергия. Интегрирование производится в ограниченной конечной области пространства или во всем пространстве, скажем, для островных систем. Большое внимание уделяется квазилокальным характеристикам, которые рассчитываются для конечного объема и полностью определяются условиями на его границе. С другой стороны, для исследования возмущений в космологии и астрофизике, наоборот, остаются важными локальные характеристики.

После создания ОТО предложено множество определений сохраняющихся величин. Были выработаны несколько теоретических тестов, ограничивающих неопределенность в этих определениях. Так, расчеты должны давать стандартную массу для черных дыр, правильное значение углового момента в решении Керра, стандартные потоки для энергии и импульса в решении Бонди, положительную плотность энергии для слабых гравитационных волн на плоском фоне.

- Однако часто трудно найти связь между различными определениями, иногда они противоречат друг другу, часто они не связаны с описанием возмущений, и, как правило, невозможно понять как проявляет себя нелокализуемость, более часто определяются только нелокальные величины.

Поэтому, представляется важным определить сохраняющиеся величины в рамках единого подхода с описанием возмущений. Поскольку нельзя объективно избежать проблемы нелокализуемости, необходимо дать конструктивный математический аппарат для ее расчетов. Также важно дать связь локальных величин с глобальными и квазилокальными.

Цель работы.

Исходя из актуальности изложенных выше проблем в исследованиях возмущений на заданном фоне очевидна необходимость единого описания, в рамках которого одновременно требуются:

- (а) ковариантность;
- (б) возможность использовать произвольно искривленное фоновое пространство-время;
- (в) самосогласованные правила
 - для построения возмущенных уравнений,
 - для построения сохраняющихся величин и законов сохранения для них; при этом необходимо дать конструктивный математический аппарат для расчета нелокализуемости, и дать связь локальных величин с глобальными или квазилокальными.
- (г) определение калибровочных преобразований для возмущений и их действия на возмущенные уравнения и сохраняющиеся величины;
- (д) точная (нелинейная) формулировка возмущенных уравнений, сохраняющихся величин (и законов сохранения для них), калибровочных преобразований; это дает возможность получить и использовать любой порядок при разложениях;
- (е) простые рекомендации для приложений.

Чтобы удовлетворить требованиям (а) — (е) необходимо разработать комплексный и обобщенный подход, использование которого приводит к представлению метрических гравитационных теорий в виде точной теории возмущений в произвольно искривленном фоновом пространстве-времени. Такая переформулировка гравитационной теории должна обладать всеми свойствами и атрибутами „обычных“ полевых теорий на фиксированном фоне, описание которых основано на принципе наименьшего действия. Роль динамического поля должна играть совокупность всех возмущений — полевая конфигурация. Такая теория, будучи лишь переформулировкой, должна быть эквивалентна исходной метрической теории и мы будем называть ее теоретико-полевой (или просто

полевой) формулировкой гравитационной теории, в отличие от исходной метрической (или геометрической) формулировки.

Таким образом, цель исследования настоящей диссертации состоит в разработке нового направления в физике гравитационного поля, развитие которого приводит к построению теоретико-полевых формулировок метрических теорий гравитации. Существенно большее внимание будет уделяться ОТО, поскольку она остается самой востребованной теорией гравитации. Целью является также использование возможностей развитого метода для решения некоторых важных задач космологии и астрофизики, и теоретических проблем гравитационной физики.

Направление и обоснование исследований, постановка задач.

Для достижения поставленных выше целей ставятся конкретные задачи, сформулированные ниже. Изучение возмущений в ОТО и других гравитационных теориях началось с работ Эйнштейна и имеет длительную историю. Представлены многочисленные и разнообразные подходы, поэтому, естественно, наше исследование является продолжением работ предшественников. Из них в большей мере соответствуют требованиям (а) — (е) два следующих подхода.

Первый из них существенно использует каноническую процедуру Нётер, поэтому часто называется *каноническим*. В рамках ОТО он развит на произвольно искривленных фонах и в точной форме Кацем, Бичаком и Линден-Беллом, 1997 год. Их законы сохранения $\partial_\mu J^\mu = 0$ представлены дифференциально сохраняющимися токами, векторными плотностями, J^μ . Они в свою очередь выражаются через дивергенции от суперпотенциалов, антисимметричных тензорных плотностей, $J^{\mu\nu}$:

$$J^\mu = \partial_\nu J^{\mu\nu} . \quad (1)$$

Эта форма как раз дает связь между локальными величинами, поскольку токи J^μ существенным образом выражаются через тензор энергии-

импульса, и нелокальными величинами, поскольку интегрирование правой части (1) ведет к поверхностным интегралам. В качестве векторов смещений могут использоваться произвольные векторы, а не только фоновые векторы Киллинга. При всех достоинствах канонического подхода Каца, Бичака и Линден-Белла 1) не исследованы калибровочные свойства возмущенных систем; 2) поскольку изначально используется биметрическая форма, то есть возмущения не вводятся явно, то разложения нужно делать независимо от самого построения; 3) как в любом каноническом подходе, сохраняющиеся величины существенно зависят от дивергенций в лагранжиане, а значит от граничных условий при варьировании действия. Существуют задачи, где такое определение необходимо и естественно. Однако важно иметь более универсальные величины, которые не зависят от граничных условий.

Второй подход основан на построении законов сохранения для симметричного (метрического) тензора энергии-импульса всех возмущений, включая метрические, $t_{\mu\nu}^{tot}$, определение которого не зависит от граничных условий. Мы называем этот подход *симметричным*, в его развитии ключевую роль сыграла работа Дезера 1970 года. Он представил возмущенные уравнения Эйнштейна в формализме 1-го порядка на плоском фоне в точном (без приближений) и замкнутом (без итераций) виде:

$$G_{\mu\nu}^L = t_{\mu\nu}^{tot}, \quad (2)$$

где слева линейное по метрическим возмущениям выражение. Позднее нами на основании этих результатов симметричный подход был развит для произвольно искривленных фонов, в его рамках детально исследованы калибровочные свойства, а уравнения выведены сразу в возмущенной форме. В этом заключаются одни из основных результатов автора, представленных в его кандидатской диссертации „Лагранжево и гамильтоново описание релятивистского гравитационного поля“ и защищенных в 1988 году. Однако, 1) законы сохранения были построены лишь для

ограниченного класса искривленных фонов, не включающего важные космологические решения, 2) не были построены законы сохранения с использованием суперпотенциалов.

Оба подхода — это различные методы в рамках одной и той же теории, в данном случае ОТО, каждый из них дополняет другой и между ними должна существовать связь. Поэтому, чтобы представить ОТО в законченной теоретико-полевой формулировке ставится общая задача

- объединить канонический и симметричный методы.

Эта задача включает в себя более конкретные задачи, кроме того, каждый подход имеет собственные перспективы.

Сначала обсудим задачи в развитии симметричного подхода в ОТО самого по себе. Начиная с работы Дезера 1970 года в основном используется определение метрических возмущений (динамического поля) в виде возмущения контравариантной метрической плотности $\hat{l}^{\mu\nu} = \sqrt{-g}g^{\mu\nu} - \sqrt{-g}g^{\mu\nu}$. Именно с использованием этого определения проведены большинство исследований в настоящей диссертации. Одной из главных ставится задача

- в терминах возмущений $\hat{l}^{\mu\nu}$ построить сохраняющиеся токи выраженные через дивергенции от суперпотенциалов на произвольно искривленных фонах и для произвольных векторов смещений.

Также симметричный подход может быть развит в терминах возмущений других (кроме $\sqrt{-g}g^{\mu\nu}$) метрических переменных, таких как $g^{\mu\nu}$, $g_{\mu\nu}$, $(-g)g^{\mu\nu}$ и т.д. . Боульвар и Дезер в 1975 году отметили, что из-за этой разницы в определении возмущений возникает неопределенность в определении симметричного тензора энергии-импульса гравитационного поля. До сих пор эта проблема не была решена. В связи с этим ставится задача

- для различных определений метрических возмущений: 1) выписать возмущенные уравнений Эйнштейна, 2) построить сохраняющиеся токи и суперпотенциалы, 3) исследовать соотношения между различными вариантами, и 4) в конечном итоге разрешить неопределенность Боульвара-Дезера.

Далее, поскольку существует необходимость исследовать не только линейные, но квадратичные и следующие порядки по возмущениям, мы ставим задачу

- представить конструктивный алгоритм в каждом порядке 1) для построения возмущенных уравнений и 2) для действия калибровочных преобразований.

В силу того, что полевая формулировка ОТО обладает свойствами обычных калибровочной теорий, должна существовать возможность

- построить полевую формулировку ОТО с помощью методов стандартных калибровочных теорий, то есть как результат локализации каких-либо параметров.

Мы рассматриваем и эту задачу. Это важно как теоретическое исследование возможностей метода, а также для сравнения ОТО с калибровочными теориями типа Янга-Миллса.

Обращаясь к *каноническому* подходу, отмечаем, что для построения углового момента кроме тензора энергии-импульса, как правило, необходимо участие спинового члена. Но для определения всех сохраняющихся величин часто более предпочтительно использовать *единный* объект — симметричный тензор энергии-импульса. В обычных „полевых” теориях в пространстве Минковского для симметризации используют классический метод Белинфанте. Он же определяет связь симметричного и канонического подходов. Поэтому мы поставили следующие задачи:

- Обобщить процедуру Белинфанте для использования в полевой формулировке ОТО на произвольно искривленном фоне. Затем применить ее для „симметризации” известных канонических законов сохранения в ОТО. Как ожидается, симметризованные суперпотенциалы и сохраняющиеся токи не должны зависеть от введения каких-либо дивергенций в лагранжиан системы, а также от явного использования спинового члена.
- Исследовать связь симметризованных методом Белинфанте величин с новыми токами и суперпотенциалами полученными в рамках симметричного подхода в ОТО.

Учитывая огромный современный интерес к многомерным теориям гравитации, к космологическим сценариям в моделях с бранами, к сопутствующим эффектам и проблемам, мы ставим задачу

- разработать теоретико-полевой подход для описания произвольной метрической теории гравитации (ей может быть, например, как 4-мерная, так и D -мерная теория Эйнштейна, многомерная модель Эйнштейна-Гаусса-Боне, какая-либо скалярно-тензорная теория, и т.д.): 1) представить обобщенные возмущенные уравнения, 2) построить симметричные (метрические), канонические, и Белинфанте симметризованные сохраняющиеся величины и законы сохранения для них, 3) исследовать связь различных определений.

При построении токов и суперпотенциалов в ОТО, как и другой конкретной теории, всегда встает вопрос о единственности этих построений. Поэтому мы ставим задачу

- использовать обобщенные результаты предыдущего пункта для исследования проблемы единственности построенных нами сохраняющихся величин в ОТО.

Для полученных теоретических результатов важно найти конкретные приложения, к обсуждению которых мы переходим. Широко известно, что модель асимптотически плоского пространства-времени в ОТО играла и играет важную роль в гравитационной физике. Она также во многих случаях представляет островную систему в астрофизике. Для приложений теоретико-полевых методов эта модель интересна, поскольку 1) асимптотически она естественно рассматривается в виде полевой конфигурации на фоне плоского пространства-времени, которое определяется самой моделью; 2) само плоское пространство-время, в свою очередь, обладает 10-ти параметрической группой движений, что важно для определения глобально сохраняющихся величин. Таким образом, для асимптотически плоского пространства-времени, имея в виду определения сохраняющихся величин и технику калибровочных преобразований в полевой формулировке ОТО, ставятся задачи:

- Как в лагранжевом, так и в гамильтоновом описании построить все 10 глобально сохраняющихся величин на пространственной бесконечности, исследовать их инвариантность относительно калибровочных преобразований, и на основании этого получить *наислабейшие*, гарантирующие инвариантность глобальных величин, условия падения для гравитационных потенциалов.
- Определить связь между квазилокальными определениями энергии и интеграла центра масс Брауна-Йорка и соответствующими стандартными каноническими определениями, основанными на результатах Арновитта-Дезера-Мизнера.
- Используя новые законы сохранения полученные нашим методом определить энергию, импульс и их потоки на изотропной бесконечности для решения Бонди, и сравнить со стандартными.

Интегральные связи в ОТО — это соотношения, где интегралы по огра-

ниченному объему от некоторых величин, построенных только из материальных возмущений, определяются поверхностными интегралами по границам этого же объема, где задаются лишь гравитационные возмущения, и основную роль в них играют *интегральные связевые векторы*. Траштен в 1985 году в рамках фридмановских моделей построила 4 новых таких вектора (в добавок к уже известным 6-ти) и соответствующие им связи. Наши новые законы сохранения имеют форму (1) и их интегрирование как раз приводит к соотношениям связывающим объемные интегралы с поверхностными. Поэтому ставится задача с их помощью

- построить интегральные связи для космологических возмущений на фридмановском фоне с каждым из знаков кривизны, сравнить их с известными и выявить новые связи с новыми векторами.

Для развития нового метода в теории и для развития самой теории важно его использовать в приложении к известным решениям. В ОТО такими решениями являются, в частности, решения для черных дыр, без которых невозможно представить развитие современной астрофизики. Однако, существуют важные методологические и интерпретационные проблемы, связанные с ними. Таковыми в ОТО являются описание точечной массы и интерпретация дефекта масс. Наш подход позволяет исследовать эти проблемы, поэтому мы ставим задачу

- построить полевую конфигурацию в плоском фоновом пространстве-времени, представляющую произвольное статическое сферически симметричное решение ОТО, а в частности, решения Шварцшильда и Рейснера-Нордстрёма. Исследовать для нее распределение энергии, с использованием свойств которого решить описанные выше методологические проблемы.

Учитывая интерес к многомерным моделям и используя новые формулы мы ставим задачу

- в рамках D -мерной модели Эйнштейна-Гаусса-Боне построить поле-вую конфигурацию для черной дыры Шварцшильда-анти-де Ситтера на фоне решения анти-де Ситтера и рассчитать ее массу.

Известно, что в теоретико-поле-вом описании, калибровочные преобразования изменяют траектории частиц на фоне. В линейном приближении этот эффект был отмечен Машхунем и Грищуком в 1980 году. В связи с необходимостью в астрофизике изучать движение частиц в окрестности релятивистских объектов важно исследовать этот эффект точно. Поэтому ставится задача

- описать калибровочные преобразования траекторий в общих терминах, затем показать как под действием калибровочных преобразований изменяются траектории пробных частиц в окрестности горизонта шварцшильдовой черной дыры, представленной полевой конфигурацией на плоском фоне.

Если в действие ОТО специальным способом ввести фоновую метрику до варьирования, то сама теория изменяется по существу. Одной из таких модификаций ОТО является унимодулярная теория гравитации, где, в отличие от обычной ОТО, космологическая постоянная возникает как константа интегрирования уравнений. Квантовые варианты космологических моделей на основе унимодулярной теории могут оказаться полезными для описания недавно открытого ускоренного расширения Вселенной и связанных с ним теоретических проблем. Исходя из этого в терминах метода фонового пространства-времени в общем, но не в рамках возмущенной формулировки ОТО, ставится задача

- исследовать новые возможности построения унимодулярной теории гравитации.

Результаты, выносимые на защиту.

Все поставленные выше задачи успешно разрешены. В результате впервые в мире в исследованиях по гравитационной физике (включая ОТО) в максимально полной форме разработан единый и самосогласованный подход в исследовании возмущений. Он основан на совокупности теоретических положений, при использовании которых метрическая теория гравитации без изменения физического содержания представляется в виде точной теории возмущений в заданном произвольно искривленном фоновом пространстве-времени. Совокупность возмущений играет роль динамической полевой конфигурации. Эта формулировка, опираясь на принцип наименьшего действия, обладает всеми атрибутами полевой теории на фиксированном фоне: лагранжианом и действием, полевыми уравнениями, калибровочными свободами, сохраняющимися величинами и законами сохранения для них. Во многом исследование было вызвано необходимостью комплексного и полного метода для изучения возмущений в космологии и астрофизике. Как мы показали, его результаты, действительно, являются очень важным и полезным в таких приложениях. Ниже мы перечисляем важные и оригинальные результаты, полученные в рамках развитого подхода, и которые выносятся на защиту.

1. ОТО представлена в теоретико-полевой форме, то есть в виде точной теории полей возмущений на фоне произвольно искривленного пространства-времени. Построены новые сохраняющиеся величины: токи и суперпотенциалы, которые а) удовлетворяют существующим тестам; дают б) конструктивное описание нелокализуемости, в) связь локальных и глобальных характеристик, и г) включают произвольные векторы смещений.
2. Разработан оригинальный метод локализации векторов Киллинга фона, аналогичный локализации параметров какой-либо группы при

построении стандартных калибровочных теорий. В результате его применения ОТО построена, как теория типа Янга-Миллса.

3. Процедура симметризации Белинфанте обобщена как для произвольных фонов, так и для произвольной метрической теории. Ее применение завершило построение теории возмущений в ОТО.
4. (i) Разработан теоретико-полевой подход для произвольной метрической теории. Построены метрические, канонические и Белинфанте преобразованные токи и суперпотенциалы. Как приложения а) доказано, что новые сохраняющиеся величины в ОТО однозначно определены выбором лагранжиана; б) в D -мерной модели Эйнштейна-Гаусса-Боне рассчитана масса для решения Шварцшильда-анти-де Ситтера. (ii) Найдены расширенные возможности в построении унимодулярной теории гравитации, одного из претендентов на объяснение ускоренного расширения Вселенной. Это очень важно в свете современных космологических наблюдательных данных.
5. Для островной модели в ОТО (одной из самых важных, поскольку она представляет гравитационное поле многих астрофизических объектов) исследована полевая конфигурация: (i) на пространственной бесконечности а) найдена максимально слабая асимптотика, б) доказана эквивалентность определения центра масс в каноническом и квазилокальном подходах; (ii) на изотропной бесконечности рассчитаны полные энергия, импульс и их потоки.
6. На космологических фонах Фридмана при $k = 0, \pm 1$ и с использованием конформных векторов Киллинга найдены и проанализированы новые интегральные связи для материальных и метрических возмущений.
7. Описание астрофизических объектов, таких как черные дыры, полу-

чено с помощью полевых конфигураций в пространстве Минковского. Представлены: а) распределение энергии, где б) истинная сингулярность трактуется как точечная частица; в) калибровочная зависимость траекторий пробных частиц, не исключая окрестности горизонта событий; г) непротиворечивая трактовка дефекта масс. Некоторые из этих результатов могут быть использованы для изучения генерации гравитационных волн черными дырами.

Научная новизна

Содержание настоящей диссертации представляет собой законченный этап исследований и выражает новое научное направление. Впервые как ОТО, так и произвольная D -мерная метрическая теория гравитации представлены в виде полной самосогласованной и замкнутой теоретико-полевой форме в заданном произвольно искривленном фоновом пространстве-времени. В рамках разработанного подхода построены новые точные законы сохранения для возмущений на произвольно искривленных фонах с участием новых сохраняющихся токов и соответствующих новых суперпотенциалов. Новые законы сохранения исследованы теоретически, использованы в космологических приложениях, для изучения свойств решений важных в астрофизике. Все результаты, которые конкретно изложены в 7-и пунктах **результатов вынесенных на защиту**, являются оригинальными и впервые опубликованны в работах автора. Подчеркнем новизну как некоторых результатов, так и методов.

- Впервые калибровочные преобразования на *произвольно* искривленных фонах в рамках *единого описания* представлены точно в нашей работе [1], а алгоритм использования легко представляется в разложениях и распространяется на 2-й и следующие порядки, что существенно облегчает соответствующие вычисления.

- Впервые в качестве „параметров“ для локализации используются векторы Киллинга.
- Впервые при исследовании асимптотики гравитационных потенциалов для асимптотически плоского пространства времени на пространственной бесконечности используются калибровочные преобразования с включением второго порядка по возмущениям.
- Впервые показано, что в рамках полевой формулировки ОТО даже разрыв траектории пробной частицы в фоновом пространстве-времени может оказаться результатом „плохой“ фиксации калибровочных свобод.
- Впервые показано, что возмущения могут быть описаны не только в присутствии физически „разумных“ фонов, но, казалось бы, и в неподходящих ситуациях, таких как использование пространства Минковского в окрестности горизонтов черных дыр, и даже при описания истинных сингулярностей черных дыр.
- До наших исследований не было обобщений процедуры симметризации Белинфанте в ОТО для произвольно искривленных фонов и не были известны следующие результаты такой симметризации. Оказалось, что в *общем случае*: 1) „Симметризованный“ тензор энергии-импульса не будет симметричным, 2) кроме того, ковариантная дивергенция от него не равна нулю на полевых уравнениях. 3) Но при построении тока оба „дефекта“ компенсируются и ток оказывается сохраняющимся. 4) Форма сохраняющихся величин не зависит от граничных условий при варьировании действия.
- Впервые в рамках возмущенной произвольной D -мерной метрической теории гравитации построены а) преобразованные обобщенным методом Белинфанте суперпотенциалы, б) линейные по возмущени-

ям суперпотенциалы в рамках симметричного подхода. Оба класса суперпотенциалов не зависят от граничных условий. Это важно в связи современным большим интересом к космологическим сценариям в моделях с бранами.

Научная и практическая значимость, перспективы исследований.

На настоящий момент нет ни теоретических ни экспериментальных данных, заставляющих сомневаться в правильности ОТО как классической теории. Она служит одним из главных инструментов для изучения проблем современной астрофизики, космологии и теоретической физики. Как следствие становится необходимым и развитие самой ОТО. Именно этому посвящена большая часть диссертации, а определенным вкладом в развитие ОТО являются предложенные результаты. Большая часть результатов получена для произвольной D -мерной метрической модели гравитации, что очень важно в связи с актуальностью и перспективностью решения сопутствующих проблем.

Симметричный и канонический подходы являются самыми популярными для исследования возмущений в ОТО, а также являются самыми известными и имеют самую длительную историю в построении законов сохранения в ОТО. Канонический подход был использован Эйнштейном с самого создания ОТО. Однако лишь в 1997 году законы сохранения для произвольных фонов и произвольных векторов смещений в рамках канонического подхода были представлены Кацем, Бичаком и Линден-Беллом. Симметричный подход получил развитие с конца 40-х годов прошлого века. В результате нашего исследования на основании симметричного подхода, начатого нами в кандидатской диссертации и оконченого в настоящей работе, программу построения полевой формулировки ОТО следует считать завершённой. Построены законы сохранения для самых

общих ситуаций, разрешены неопределенности.

Изначально канонический и симметричный подходы имеют вполне различные обоснования. Наши результаты показывают, что метод Беллинфанте в ОТО является „мостом“ между этими двумя исторически различными подходами для самых общих фонов и векторов смещений и буквально превращает законы сохранения *канонического* подхода в законы сохранения *симметричного* подхода, т.е., мы связали оба подхода в единый.

Таким образом, ОТО предстала в новой точной, и теперь завершенной теоретико-полевой форме со всеми важными для полевой теории атрибутами описанными выше. Та же самая программа была представлена для произвольной метрической теории в различных измерениях.

Новые научно-теоретические результаты уже были использованы в качестве следующих приложений:

- для исследования конкретных моделей, таких как решения для черных дыр, замкнутый мир Фридмана, решение Швацшильда-анти-де Ситтера в гравитации Эйнштейна-Гаусса-Боне;
- для исследования асимптотически плоского пространства-времени, представляющего островные системы как на пространственной, так и на изотропной бесконечности;
- для исследования возмущений на фоне решения Фридмана с различными знаками кривизны;
- в построении квантовой механики с неклассическим гравитационным самодействием, в рамках которой проанализированы некоторые модели инфляции.

Это позволяет сделать вывод о больших возможностях развитого нами метода в последующих приложениях.

Выражение токов через дивергенции от суперпотенциалов дает связь между описанием локальных возмущений и построением глобальных и квазилокальных сохраняющихся величин для них, выраженных через поверхностные интегралы. Именно это дало возможность построить интегральные связи на фридмановском фоне для космологических возмущений. Универсальность новых законов сохранения открывает перспективу подобных исследований с другими фонами, такими как (анти-)де Ситтеровский, с другими векторами смещений.

В связи с недавним открытием ускоренного расширения Вселенной большую популярность в космологии приобретают исследования с теориями гравитации отличными от ОТО. В частности, это разнообразные метрические теории, многомерные теории. Наши законы сохранения построенные для произвольной полевой теории с успехом могут быть использованы в описании возмущений во многих из них.

Полученные нами глобальные и квазилокальные сохраняющиеся величины, выраженные через поверхностные интегралы, имеют прямую связь с результатами многих современных теоретических методов. Предполагается исследовать ее, в результате чего ожидается взаимное развитие каждого из подходов.

Детально разработанная техника калибровочных преобразований оказалась очень продуктивной. Результаты, полученные в для асимптотически плоского пространства-времени на пространственной бесконечности в значительной степени получены благодаря ее использованию до второго порядка по возмущениям включительно. Предполагаются аналогичные исследования на изотропной бесконечности, где будет исследован вопрос о наислабейших условиях падения для гравитационных потенциалов, а также ожидается получить полезные результаты, связанные с проблемой супертрансляционной неопределенности.

Представляется полезным развивать в космологии стройную систему

исследования калибровочных свобод не только в линейном, но и следующих порядках по возмущениям. Недавно для возмущений на фридмановском фоне в линейном приближении без разложения на гармоники и без стандартного разложения на пространственно-скалярные, -векторные и -тензорные части была найдена калибровка, в которой система сцепленных уравнений разделяется на отдельные уравнения для каждой из компонент. Наш подход описывает эти результаты существенно проще и яснее, чем в оригинальном изложении. Более того, ожидается, что с использованием техники наших калибровочных преобразований такое разделение будет получено в квадратичном и следующих порядках.

Апробация работы.

Основные результаты диссертации докладывались на семинарах 1) ГА-ИШ МГУ; 2) ИЯИ РАН; 3) ВНИИМС; 4) Меж-университетского центра по астрономии и астрофизике, Пуна, Индия; 5) Национального университета в Чунли, Тайвань; 6) Университета Миссури-Колумбии, штат Миссури, США; а также на Российских и Международных конференциях:

1. „8-я Российская гравитационная конференция“ (Пушино, 1993);
2. „Международная конференция по гравитации и космологии - 95 (ICGC95)“ (Пуна, Индия, 1995);
3. „Международная конференция по общей теории относительности памяти Марселя Гроссмана - 8 (MG8)“ (Иерусалим, Израиль, 1997);
4. „Международная конференция по общей теории относительности и гравитации - 15 (GR15)“ (Пуна, Индия, 1997);
5. „Международная конференция по физической интерпретации релятивистской теории - VI (PIRT-VI)“ (Лондон, Англия, 1998);
6. „10-я Российская гравитационная конференция“ (Владимир, 1999);

7. „Ломоносовские чтения“ (Москва, ГАИШ МГУ, 1999);
8. „Международный семинар по гравитации и космологии в честь проф. Дж. Каца“ (Иерусалим, Израиль, 1999);
9. „Международный семинар по геометрической физике“ (Чинчжу, Тайвань, 2000).
10. „Международная конференция по общей теории относительности и гравитации - 16 (GR16)“ (Дурбан, Южная Африка, 2001).
11. „Международная конференция по гравитации и астрофизике - 2001 (ICGA-2001)“ (Москва, РУДН, 2001).
12. „Международная конференция по общей теории относительности и гравитации - 17 (GR17)“ (Дублин, Ирландия, 2004).

Публикации.

По теме диссертации опубликовано 26 работ, приведенных в конце автореферата, 22 из них — в ведущих отечественных и зарубежных рецензируемых журналах, 4 — это [17, 18, 23, 24] — в рецензируемых сборниках. Из 26-ти работ 13 выполнено без соавторов. Сделано более десяти научных докладов на Российских и Международных конференциях, большинство из которых отражено в тезисах этих конференций.

Вклад автора в проведенное исследование.

Все объявленные 7 пунктов результатов получены непосредственно автором диссертации, благодаря его идеям и с помощью расчетов, проведенных непосредственно им. Если они относятся к совместным работам, то получены с его доминирующим участием. Таким образом, результаты некоторых совместных работ не полностью вошли в диссертацию. Теперь, более конкретно, отметим участие автора диссертации в

совместных работах. Первая работа [1] выполнялась под руководством Л. П. Грищука, и, соответственно, идея и контроль за направлением исследования принадлежат ему. Автору диссертации принадлежат фактически все расчеты, и несколько небольших идей. Идея работы [2] принадлежит совместно Л. П. Грищуку и автору, расчеты в основном сделаны автором. Идея работы [3] и расчеты в основном принадлежат соискателю. Результаты относящиеся к работам [4, 5] получены совместно с А. Д. Поповой в равной мере. Мы включаем работы [9, 10, 12, 13] в список работ автора диссертации, поскольку в них автор принимал активное участие, используются методы разработанные в диссертации, чем были продемонстрированы их большие возможности. Однако, идеи и результаты этих 4-х статей принадлежат в большей части А. Д. Поповой, поэтому они не включены в **результаты вынесенные на защиту** в настоящей диссертации. В работе [15] как ее идея, так и ее исполнение в основном принадлежат соискателю. В совместных работах [17, 19], идея построить новый суперпотенциал и непосредственно его открытие принадлежат соискателю. Построение новых интегральных связей относится к работе [19] и выполнено в равной мере совместно с Дж. Кацем. Исследование на изотропной бесконечности также относится к работе [19] и выполнено только соискателем. Из совместной работы [20] использована лишь та часть, идея которой и ее выполнение принадлежат соискателю, за исключением решения проблемы вложения, которая была решена совместно с Д. Баскараном.

Структура и объем работы.

Диссертация состоит из 8 Глав, из которых 6 — основные, а первая и последняя — это Введение и Заключение, соответственно. Главы делятся на Разделы, а Разделы на Пункты. Также диссертация содержит Оглавление и Список литературы, включающий 473 наименования. Содержание

диссертации изложено на 375 страницах, включая 8 рисунков на 8-ми страницах.

КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ.

Изложение диссертации построено в соответствии с логикой вычислений, со связью предшествующих результатов с оригинальными, полученными соискателем. Поэтому последовательность получения результатов в диссертации не всегда совпадает с последовательностью **результатов вынесенных на защиту**.

В **Главе 1, Введении**, излагается мотивация исследования, которая во многом основывается на том, что в релятивистской астрофизике и космологии один из основных методов — это изучение возмущений на фоне известных классических решений ОТО. Дается общий обзор работ, начиная с работ Эйнштейна, по законам сохранения для возмущений в ОТО. При этом каждая Глава, а также некоторые из Разделов имеют свои собственные конкретные обзоры. Во второй части дается постановка задач, результаты вынесенные на защиту и их краткое обсуждение. Также приведены основные обозначения, которые используются в диссертации.

В **Главе 2** представлен симметричный подход для построения точной теории возмущений в произвольно искривленном фоновом пространстве-времени в приложении как к ОТО, так и к произвольной D -мерной метрической теории. В Разделе 2.1 дается подробный обзор развития симметричной возмущенной формулировки ОТО. В Пунктах i и ii — обзор ранних работ, в Пункте iii особое внимание уделяется результатам Дезера 1970 года. В Пунктах iv и v кратко представлены основные выводы наших работ, которые обобщают результаты Дезера на произвольно искривленное фоновое пространство-время, и которые изложены в нашей кандидатской диссертации и защищены в 1988 году. В Пунктах iv

и v также обсуждаются различные принципы построения симметричной полевой формулировки ОТО. В Разделе 2.2 дается построение возмущенной формулировки ОТО с помощью разбиения метрических плотностей $\sqrt{-g}g^{\mu\nu}$ и материальных полей в обычной геометрической формулировке ОТО на заданные (фоновые) и динамические (возмущенные) части. В Пункте i сформулирован принцип построения динамического (для возмущений) лагранжиана, в Пункте ii получены уравнения Эйнштейна в обобщенной полевой формулировке. В Пункте iii рассмотрены дифференциальные законы сохранения для различных вариантов фонового пространства-времени, а в Пункте iv проанализированы свойства калибровочных преобразований, которые даны как в полном (точном) виде, так и в линейном и квадратичном порядках по возмущениям. В Пункте v исследована возможность построения различных вариантов полевых теорий для разбиения различных метрических переменных, таких как $g_{\mu\nu}$, $g^{\mu\nu}$, $\sqrt{-g}g^{\mu\nu}$ и т.д. . В Разделе 2.3 построение ОТО в теоретико-полевой форме осуществляется с позиций калибровочного подхода, аналогичного подходу в калибровочных теориях типа Янга-Миллса. В Пункте i даются краткие обзор калибровочных теорий гравитации вообще и обсуждение калибровочного подхода к ОТО, а также постановка задач Раздела. В Пункте ii разработан метод локализации векторов Киллинга фонового пространства-времени, аналогичный локализации обычных параметров какой-либо калибровочной группы, и в Пункте iii с его помощью построена полевая формулировка ОТО, как калибровочная теория. Обсуждение результатов этого построения дается в Пункте iv. В Разделе 2.4 с помощью введения метрики фонового пространства-времени, мы находим новые возможности (и осуществляем их) для построения ковариантной модифицированной теории гравитации Эйнштейна, где космологическая постоянная возникает как константа интегрирования.

В **Главе 3** исследуется асимптотически плоское пространство-время

на пространственной бесконечности, соответствующее островной системе. В Пункте i Раздела 3.1 дается краткий обзор работ по исследованию этой модели. В Пункте ii дается мотивация эффективного использования в этих исследованиях методов полевого подхода в ОТО, и в Пункте iii — описание проблем в определении интеграла центра масс в различных подходах. В Разделе 3.2 рассматривается островная система в рамках лагранжева подхода. В Пункте i даются наипростейшие определения в рамках полевого подхода, исследуется требование инвариантности относительно преобразований Пуанкаре. В Пункте ii в фоновом пространстве Минковского даются стандартные определения интегралов движения, построенных с использованием дифференциально сохраняющихся токов. В Пункте iii анализируются простейшие условия падения потенциалов с точки зрения сходимости интегралов движения, затем эти условия уточняются. В Пункте iv найдена максимально слабая асимптотика для калибровочных преобразований (и, как следствие, для возмущений), при которой интегралы движения остаются калибровочно инвариантными. Для исследования углового момента и момента Лоренца необходимо было использовать второй порядок калибровочных преобразований. Также найдена наислабейшая асимптотика для потенциалов, сохраняющая значение интеграла действия и ее связь с той, которая следует из анализа интегралов движения. В последнем Пункте v этого Раздела наш метод исследования и полученные результаты сравниваются с методами и результатами предшественников. В Разделе 3.3 островные системы изучены с помощью гамильтонова подхода. В Пункте i на основе теоремы Нётер представлена связь между каноническими сохраняющимися величинами (которые прямо связаны с гамильтоновыми) и симметричными сохраняющимися величинами (которые здесь относятся к лагранжеву подходу) в произвольной полевой теории. В Пункте ii анализируется поведение на бесконечности материальных переменных. В Пункте

iii представлена наислабейшая асимптотика для фазовых переменных, конструируются гамильтоновы интегралы движения, показывается, что они для этой асимптотики сходятся и их значения совпадают с соответствующими интегралами движения в лагранжевом описании. В Пункте iv обсуждается требование инвариантности относительно преобразований Пуанкаре в различных определениях асимптотического поведения потенциалов островной системы. Наконец, в Пункте v конструируются калибровочные преобразования для фазовых переменных, демонстрируется инвариантность интегралов движения относительно этих преобразований и обсуждается проблема так называемой супертрансляционной инвариантности на пространственной бесконечности. В Разделе 3.4 сравниваются определения квазилокальной энергии и интеграла центра масс для островной системы в определениях Брауна-Йорка соответственно с энергией Арновитга-Дезера-Мизнера и интегралом центра масс Бига-О'Мёрхайи. Все эти подходы основаны на классической гамильтоновой (канонической) ОТО. Но так или иначе в них используется плоское фоновое 3-пространство или плоская фоновая 3-метрика. Это дало нам возможность использовать технику калибровочных преобразований полевого подхода, хотя здесь — трехмерных. В Пункте i обсуждаются причины, по которым в исследованиях асимптотически плоского пространства-времени на пространственной бесконечности отдается предпочтение интегралу центра масс в структуре момента Лоренца. Определяется и обсуждается поверхностный интеграл энергетического сектора в подходе Брауна-Йорка, где особое внимание уделяется их определению фонового пространства с помощью изометрических вложений в него замкнутых 2-поверхностей. В следующем Пункте ii приводится асимптотическое поведение метрики, данное Биггом и О'Мёрхайей, которое затем доопределяется, что необходимо для решения проблемы изометрического вложения с достаточной точностью. Далее, в Пункте iii, приведены выражения

для интегралов энергии и центра масс, данные Бигом и О’Мёрхайей, и делается их сравнение с выражениями Арновитта-Дезера-Мизнера и Редже-Тейтельбойма. В Пункте iv выведены необходимые тождественные преобразования для подинтегральных выражений квазилокальных интегралов Брауна-Йорка, на основе которых, собственно, получены результаты Раздела 3.4. В Пункте v обсуждаются различные типы возмущений метрики, определенные по отношению к различного типа фоновым 3-пространствам. В Пункте vi решается задача изометрического вложения „слегка“ (что соответствует использованию малого параметра) деформированной 2-сферы в плоское 3-пространство. Это позволяет найти связь между асимптотически декартовыми координатами в стандартных определениях асимптотически плоского пространства-времени и декартовыми координатами плоского пространства, определенного изометрическим вложением в него 2-сферы. В Пункте vii устанавливается связь между различными типами возмущений метрики в виде калибровочных преобразований. Затем устанавливается эквивалентность между интегралом энергии Арновитта-Дезера-Мизнера, интегралом центра масс Бига-О’Мёрхайи, с одной стороны, и соответствующими квазилокальными величинами Брауна-Йорка, с другой.

В **Главе 4** мы используем результаты Главы 2 для исследования решений Фридмана, Шварцшильда и Рейснера-Нордстрёма. Короткий Раздел 4.1 является иллюстративным, его результаты не входят в список вынесенных на защиту, поскольку они уже были защищены как результаты кандидатской диссертации автора. Но мы их приводим для целостности изложения этой Главы, и демонстрируем, что пространство Минковского, на фоне которого рассматривается полевая конфигурация соответствующая замкнутой модели Фридмана, — ненаблюдаемо. Но, на примере даже этой экзотической конфигурации отмечаем, что полевые методы оказываются полезными в определении энергии и других сохраняю-

щихся величин. В полевой формулировке нельзя придавать абсолютного значения фоновым характеристикам, точно также как в геометрической — выбору координат. В Разделе 4.2 мы иллюстрируем это на примере решения Шварцшильда, где не нарушая гармонических условий (гармоническую калибровку) улучшаем ее фиксацию. В Пункте i дается краткий анонс о применении гармонических координат в ОТО. В Пункте ii, с требованием стационарности искомой метрики построены новые гармонические координаты для решения Шварцшильда и показано, что в терминах координатного времени новой гармонической системы пробная частица беспрепятственно проникает под горизонт событий. В Пункте ii переход от фоковских координат к нашим, а также переход между формулами для описания траекторий, интерпретируется в терминах калибровочных преобразований полевой формулировки ОТО. В Разделе 4.3 с использованием техники полевого подхода исследованы сохраняющиеся величины и распределения их плотностей (более подробно для энергии) в статических сферически симметричных решениях, соответствующих островным системам. В Пункте i, следуя Нарликару, описаны некоторые методологические проблемы ОТО, имеющие место в рамках обычной геометрической формулировки. В Пункте ii даются общие выражения для распределения энергии статической сферически симметричной конфигурации в полевой формулировке. Затем на основе общих формул в Пункте iii обсуждается распределение энергии для обычного тела с регулярным уравнением состояния и индуцированным этим телом гравитационным полем. В Пунктах iv и v построено распределение плотности энергии для полевых конфигураций представляющих черную дыру Шварцшильда в различных калибровках; в Пункте vi — для черной дыры Рейснера-Нордстрёма в стандартной калибровке. В Пункте vii наши результаты сравниваются с известными; найдено, что они качественно соответствуют друг другу.

Глава 5 представляет основные теоретические результаты соискателя в построении законов сохранения для возмущений в рамках ОТО, фигурирующих в них токов и суперпотенциалов. Мы завершаем многие ранние исследования в том смысле, что достигнуты максимальные обобщения и разрешены неопределенности. Сначала мы даем обширный обзорный материал, который разбиваем на три Раздела. В Разделе 5.1 представлены и описаны свойства наиболее известных псевдотензоров и суперпотенциалов в ОТО. Особое внимание уделяется величинам, соответствующим канонической процедуре Нётер: псевдотензору Эйнштейна (Пункт i), суперпотенциалам Толмена, Фрейда и Мёллера (Пункты ii, iii и v). Обсуждаются проблема единственности в построении суперпотенциалов (Пункт iv); построение с помощью псевдотензоров и суперпотенциалов глобальных величин (интегралов движения) - Пункт vi; проблемы, возникающие из-за нековариантности псевдотензоров и некоторое способы их решения (Пункты vii и viii). В Пункте viii также подробно рассматриваются суперпотенциалы Кóмара и Абботта-Дезера, которые прямо связаны с нашим собственным новым суперпотенциалом, полученным далее в Разделе 5.4. В Разделе 5.2 отдельно и подробно описываются законы сохранения (Пункт i), суперпотенциал (Пункт ii) и ток (Пункт iii), полученные Кацем, Бичаком и Линден-Беллом (КБЛ) в ОТО на произвольно искривленном фоне. С одной стороны, их работа важна для нас, поскольку фактически завершает построение законов сохранения с использованием канонического метода, начатое Эйнштейном и Фрейдом, максимально обобщая этот метод в ОТО. С другой стороны, наши собственные исследования в Разделе 5.4 используют как основу результаты КБЛ и развивают их. В Разделе 5.3 описан классический метод Белинфанте в произвольной полевой теории в пространстве Минковского, который был предложен для симметризации канонического тензора энергии-импульса. Первоначально он был разработан, чтобы решить

проблему построения сохраняющегося тензора углового момента (Пункт i). Мы даем также связь метода Белинфанте и метода Нётер в Пункте ii. В Разделе 5.4 процедура Белинфанте обобщается и используется для „симметризации“ тензора энергии-импульса в модели КБЛ. В Пункте i дается обоснование использования метода Белинфанте и его обобщение. В Пункте ii с его использованием в модели КБЛ получены новые законы сохранения для „симметризованных“ тока и суперпотенциала, свойства которых подробно описаны в Пункте iii. В Разделе 5.5 построены законы сохранения в рамках симметричной формулировки ОТО с метрическими возмущениями определенными как возмущения метрической плотности $\sqrt{-g}g^{\mu\nu}$. В Пункте i подробно сформулированы ранее не решенные проблемы симметричной возмущенной формулировки ОТО. В Пункте ii с использованием техники КБЛ построено основное тождество (сильный закон сохранения) симметричного подхода. В Пункте iii, с использованием полевых уравнений, построены физически осмысленные слабые законы сохранения с соответствующими сохраняющимися токами и суперпотенциалами. Это построение решает проблемы описанные в Пункте i. Результаты этих построений сравниваются с результатами применения процедуры Белинфанте к канонической модели КБЛ. Найдено, что соответствующие сохраняющиеся величины совпадают, если учесть полевые уравнения. В Разделе 5.6 решается проблема неопределенности симметричного подхода в зависимости от выбора метрических возмущений. В Пункте i построено семейство суперпотенциалов и законы сохранения соответствующие им на произвольно искривленном фоне для каждого из возможных определений возмущений метрических переменных. В Пункте ii предложен критерий, в соответствии с которым из семейства построенных в Пункте i суперпотенциалов выбран единственный. Он оказался нашим новым суперпотенциалом, полученным в Разделах 5.4 и 5.5.

В **Главе 6** мы используем в приложениях законы сохранения с новым суперпотенциалом и новым тензором энергии-импульса, построенными нами в Главе 5. В Разделе 6.1 новые дифференциальные законы сохранения используются для изучения линейных возмущений на фоне фридмановской геометрии с произвольным знаком кривизны. В подходе, развитом нами в Разделах 5.4 и 5.5 можно использовать произвольные векторы смещений. Здесь в качестве таковых используются *конформные* векторы Киллинга, более точно — их линейные комбинации. В обзорном Пункте i дается краткое описание конформных симметрий в геометрии Фрийдмана. В Пункте ii, с использованием новых законов сохранения, построены интегральные соотношения, то есть объемные интегралы от возмущений выраженные через поверхностные интегралы. Большая часть из этих соотношений, 14 из 15-ти, в калибровке „однородного хаббловского расширения“ становится интегральными связями, где объемные интегралы только от материальных возмущений выражаются через поверхностные интегралы только от метрических возмущений. Линейные комбинации конформных векторов Киллинга играют роль связевых векторов; 6 из них — это обычные векторы Киллинга, для которых давно известно, что они могут играть роль связевых векторов; 4 комбинации оказываются векторами Трашен; а оставшиеся 4 комбинации оказываются новыми связевыми векторами с соответствующими новыми интегральными связями. В Пункте iii обсуждаются и интерпретируются результаты Пункта ii. В Разделе 6.2 мы используем новые законы сохранения для исследования изолированных систем на изотропной бесконечности. В Пункте i кратко описывается формализм, в рамках которого производятся расчеты. Конкретные результаты, которые заключаются в построении энергии, импульса, углового и лоренцева моментов, и их потоков на нулевой бесконечности получены в Пункте ii. Как оказалось, энергия, импульс и их потоки совпадают со стандартными, что является

важной проверкой наших результатов. (Что касается углового и лоренцева моментов, то до сих пор нет результатов, которые можно было бы назвать стандартными.) В Пункте iii рассчитываются полная энергия и ее поток на нулевой бесконечности с использованием известного суперпотенциала Абботта-Дезера, который отличается от нашего нового суперпотенциала начиная со второго порядка по возмущениям. Оказалось, что эти величины, посчитанные по формулам Абботта-Дезера не совпадают со стандартными. Утверждая, что суперпотенциал Абботта-Дезера не удовлетворяет одному из необходимых тестов, мы показываем явно, что для вычислений на нулевой бесконечности становится существенной разница во втором порядке по возмущениям.

В **Главе 7** законы сохранения для возмущений в произвольно искривленном фоновом пространстве-времени с соответствующими токами и суперпотенциалами построены в произвольной D -мерной метрической теории гравитации. В Разделе 7.1 строятся канонические и Белинфанте симметризованные величины. В Пункте i определяется включение вспомогательной фоновой метрики. В Пункте ii ток и суперпотенциал построены с помощью процедуры Нётер. В Пункте iii исследована проблема единственности этих обобщенных величин, на основании чего сделан вывод, что результаты КБЛ однозначно определены выбором лагранжиана и процедурой Нётер. В Пункте iv к обобщенным каноническим величинам применена обобщенная процедура Белинфанте и получены соответствующие преобразованные законы сохранения, а также сделан вывод, что наши результаты Раздела 5.4 однозначно определены лагранжианом и объединенной процедурой Нётер-Белинфанте. В Разделе 7.2 построены суперпотенциалы и сохраняющиеся токи в рамках возмущенного метричного подхода развитого в Пункте vi Раздела 2.2. В Разделе 7.3 полученные результаты используются в приложении к D -мерной модели Эйнштейна-Гаусса-Боне. В Пункте i представлен Белинфанте симмет-

ризованный суперпотенциал. В Пункте ii рассчитана масса черной дыры Шварцшильда-анти-де Ситтера.

В **Главе 8, Заключение**, подводятся итоги, определяется научная и практическая ценность полученных результатов, обсуждается возможность их развития, и даются рекомендации для дальнейшего использования.

Список основных публикаций автора по теме диссертации

- [1] L. P. Grishchuk, A. N. Petrov and A. D. Popova, “Exact theory of the (Einstein) gravitational field in an arbitrary background spacetime”// *Commun. Math. Phys.*, **94**, 379 - 396 (1984).
- [2] Л. П. Грищук, А. Н. Петров, „Замкнутый мир и гравитационное поле”// *Письма в АЖ*, **12**, 429 - 434 (1986).
- [3] Л. П. Грищук, А. Н. Петров, „Гамильтоново описание гравитационного поля и калибровочные симметрии”// *ЖЭТФ*, **92**, 9 - 18 (1987).
- [4] А. Н. Петров, А. Д. Попова, „О точных динамических теориях действующих на заданном фоне”// *Вестник Московского университета. Серия 3. Физика. Астрономия*, **28**, No. 6, 13 - 18 (1987).
- [5] A. D. Popova and A. N. Petrov, “The dynamic theories on a fixed background in gravitation”// *Int. J. Mod. Phys. A*, **3**, 2651 - 2676 (1988).
- [6] А. Н. Петров, „Новые гармонические координаты для геометрии Шварцшильда”// *Вестник Московского университета. Серия 3. Физика. Астрономия*, **31**, No. 5, 88 - 90 (1990).
- [7] A. N. Petrov, “On the cosmological constant as a constant of integration”// *Mod. Phys. Lett. A*, **6**, 2107 - 2111 (1991).

- [8] A. N. Petrov, “New harmonic coordinates for the Schwarzschild geometry and the field approach”// *Astronom. Astrophys. Trans.*, **1**, 195 - 205 (1992).
- [9] A. D. Popova and A. N. Petrov, “Nonlinear quantum mechanics with nonclassical gravitational self-interaction. II. Nonstationary situation”// *Intern. J. Mod. Phys. A*, **8**, 2683 - 2707 (1993).
- [10] A. D. Popova and A. N. Petrov, “Nonlinear quantum mechanics with nonclassical gravitational self-interaction. III. Related topics”// *Intern. J. Mod. Phys. A*, **8**, 2709 - 2734 (1993).
- [11] A. N. Petrov, “General relativity from ‘localization’ of Killing vector fields”// *Class. Quantum Grav.*, **10**, 2663 - 2673 (1993).
- [12] A. N. Petrov and A. D. Popova, “Associated length and inflation in quantum mechanics with gravitational self-interaction”// *Intern. J. Mod. Phys. D*, **3**, 461 - 483 (1994).
- [13] A. N. Petrov and A. D. Popova, "The associated length and inflation in quantum mechanics with gravitational coupling”// *Gen. Relat. Grav.*, **26**, 1153 - 1164 (1994).
- [14] A. N. Petrov, “Asymptotically flat spacetimes at spatial infinity: The field approach and the Lagrangian description”// *Int. J. Mod. Phys. D*, **4**, 451 - 476 (1995).
- [15] A. N. Petrov and J. V. Narlikar, “The energy distribution for a spherically symmetric isolated system in general relativity”// *Found. Phys*, **26**, 1201 - 1229 (1996); Erratum, *Found. Phys*, **28**, 1023 - 1024 (1998).
- [16] A. N. Petrov, “Asymptotically flat spacetimes at spatial infinity: II. Gauge invariance of the integrals of motion in the field approach”// *Int. J. Mod. Phys. D*, **6**, 239 - 261 (1997).

- [17] A. N. Petrov and J. Katz, "Conservation laws for large perturbations on curved backgrounds"// *Fundamental Interactions: From Symmetries to Black Holes*, Eds.: J. M. Frere, M. Henneaux, A. Sevrin and Ph. Spindel, (Universite de Bruxelles, Belgium 1999), p.p. 147 - 157.
- [18] A. N. Petrov, "The Field Formulation of General Relativity"// *Proceedings of "Physical Interpretations of Relativity Theory"* (London: 11 - 14 September, 1998) volume - Late Papers, Ed.: M. C. Duffy (University of Sunderland, UK 2000), p.p. 187 - 200.
- [19] A. N. Petrov and J. Katz, "Conserved currents, superpotentials and cosmological perturbations"// *Proc. R. Soc. London A*, **458**, 319 - 337 (2002).
- [20] D. Baskaran, S. R. Lau, and A. N. Petrov, "Center of mass integral in canonical general relativity"// *Ann. Phys.*, **307**, 90 - 131 (2003).
- [21] А. Н. Петров, „Возмущения в эйнштейновской теории гравитации: Сохраняющиеся токи“// *Вестник Моск. Ун-та. Сер. 3. Физика. Астрономия*, **№. 1**, 18 - 22 (2004).
- [22] А. Н. Петров, „Сохраняющиеся токи в D -мерной гравитации и космология с бранами“// *Вестник Моск. Ун-та. Сер. 3. Физика. Астрономия*, **№. 2**, 10 - 12 (2004).
- [23] A. N. Petrov, "General Relativity as a Field Theory on a Fixed Background and Massive Gravity"// in: *Proceedings of Conference PIRT-IX*, Volume 2 (London: 3 - 6 September, 2004), Ed. M. C. Duffy, PD Publications, Liverpool, 2005, p.p. 433 - 446.
- [24] А. Н. Петров, „Теоретико-полевая формулировка ОТО и гравитация при ненулевой массе гравитонов“// в сборнике *Поиски механизма гравитации* под редакцией М. А. Иванова и Л. А. Саврова, (Нижн. Новгород, 2004), стр. 230 - 252.

- [25] A. N. Petrov, “The Schwarzschild black hole as a point particle”// *Found. Phys. Lett.* **18**, 477 - 489 (2005).
- [26] A. N. Petrov, “A note on the Deser-Tekin charges”// *Class. Quantum Grav.*, **22**, L83 - L90 (2005).