

Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова

На правах рукописи
УДК 524.882



Ранну Кристина Аллановна

Наблюдательные аспекты моделей расширенной гравитации

Специальность: 01.03.02 – астрофизика и звездная астрономия

Научный руководитель: доктор физ.-мат. наук Алексеев С.О.

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации

на соискание ученой степени

кандидата физико-математических наук

Москва — 2014

Работа выполнена в отделе релятивистской астрофизики Государственного астрономического института имени П. К. Штернберга МГУ

Научный руководитель:

Алексеев Станислав Олегович, доктор физико-математических наук, ведущий научный сотрудник отдела релятивистской астрофизики ГАИШ МГУ

Официальные оппоненты:

- **Захаров Александр Федорович** доктор физико-математических наук, ведущий научный сотрудник института теоретической и экспериментальной физики им. А.И. Алиханова
- **Шацкий Александр Александрович**, доктор физико-математических наук, старший научный сотрудник Астрокосмического центра ФИАН

Ведущая организация:

Международный университет природы, общества и человека «Дубна»

Защита состоится 2 октября 2014 года в 14⁰⁰ на заседании диссертационного совета Д501.001.86 в Государственно астрономическом институте им. П.К. Штернберга МГУ по адресу: 119992, г. Москва, Университетский пр-т., д. 13.

С диссертацией можно ознакомиться в Научной библиотеке Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова (119991, г. Москва, Ломоносовский пр-т., д. 27, Фундаментальная библиотека) и на сайте <http://www.sai.msu.ru/dissovet/2014/html>

Автореферат разослан 26 июня 2014 года.

Ученый секретарь диссертационного совета
доктор физ.-мат. наук

С.О. Алексеев



1. Актуальность темы

Любое теоретическое рассмотрение требует экспериментального подтверждения или опровержения для селекции уже существующих моделей и определения свойств новых, требующих создания и разработки. В 1916 году Эйнштейном было получено объяснение аномальной прецессии перигелия Меркурия, открытое Леверье 1859 году, а в 1919 году наблюдения подтвердили предсказанное Эйнштейном отклонение света при прохождении вблизи Солнца. С тех пор общая теория относительности стала основным инструментом астрофизиков при создании теоретических моделей, а физики-теоретики получили возможность пользоваться полученными наблюдательными данными для проверки созданных моделей. Таким образом, четкая граница между астрономией и теоретической физикой стала размываться.

Современные наблюдательные данные свидетельствуют о необходимости создания более общей теории, для которой общая теория относительности было бы частным случаем. Поиски такой теории не прекращаются, и на данный момент создано и создается немало различных моделей гравитации. Выбор более предпочтительных из них и отсева остальных возможен только на основе результатов наблюдений и экспериментов, поэтому особую роль приобретают возможности наблюдения и измерения гравитационных эффектов: атомные часы, интерферометры со сверхдлинной базой, лазерная локация, сверхпроводящие гироскопы и т. д.

Параметризованный постньютоновский формализм Эддингтона-Робертсона-Шиффа (Eddington, 1922; Robertson, 1962; Schiff, 1967), модифицированный Торном, Уиллом и Нордтведтом (Thorn & Will, 1971; Will & Nordtvedt, 1972) является одним из наиболее приспособленных для рассмотрения экспериментов в пределах Солнечной системы методов. Значения постньютоновских параметров известны благодаря результатам измерений в Солнечной системе — в первую очередь, из экспериментов по лазерной локации Луны. На сегодняшний день точность полученных значений для разных параметров составляет от 10^{-2} до 10^{-20} и

постоянно растет. Поэтому в настоящее время параметризованный постньютоновский формализм активно используется в качестве теста на реалистичность для различных моделей гравитации.

Метрика Шварцшильда описывает не только статическую незаряженную, невращающуюся черную дыру, но и любое сферически-симметричное гравитационное поле в пустоте. В пределе слабого поля она может описывать, в том числе, и нашу Солнечную систему. Разумеется, такой подход допустим только в том случае, если массой планет можно пренебречь по сравнению с массой Солнца. Тогда возникает вопрос, насколько сказывается на геометрии пространства замена метрики Шварцшильда на решение расширенной гравитации в масштабах Солнечной системы и отразится ли это отличие на экспериментальных данных.

2. Цель исследования и постановка задачи

Целью данной диссертации является поиск следствий расширенных теорий гравитации и возможностей их экспериментальной проверки. В качестве основного метода экспериментальной проверки используется параметризованный постньютоновский формализм.

Для реализации предложенной цели необходимо исследовать как четырехмерные модели с поправками по кривизне, так и модели многомерной гравитации, в том числе с учетом возможной некомпактности дополнительных измерений. Полученные результаты следует сравнить с имеющимися данными по измерению постньютоновских параметров в Солнечной системе.

3. Научная новизна и практическая значимость

Все полученные в рамках данной работы результаты являются новыми, оригинальными и достоверными, что подтверждается корректностью используемых аналитических и численных методов. На момент публикации соответствующие результаты были получены впервые в мире.

В диссертации впервые удалось получить полную версию поведения

инварианта кривизны (скаляра Кречмана) под горизонтом невращающейся черной дыры Максвелла-Гаусса-Бонне в зависимости от ее массы и заряда (Alexeyev & Barrau & Rannu 2009) и постньютоновской параметризации сферически-симметричного решения Гаусса-Бонне (Alexeyev & Rannu & Dyadina 2012–2013). На основе полученного результата сделаны выводы относительно моделей гравитации Лавлока с поправками второго и следующих порядков по кривизне и моделей класса $f(R)$ с ньютоновским пределом.

В диссертации также исследована постньютоновская параметризация недавно полученных решений для черных дыр астрофизического масштаба в теории с некомпактным дополнительным измерением (Alexeyev & Rannu & Dyadina 2013). Показана хорошая согласованность рассмотренных моделей как с предсказаниями общей теории относительности, так и с современными астрометрическими данными.

В диссертации рассмотрены геометрические свойства проходимой кротовой норы в теории Бранса-Дикке (Alexeyev & Rannu & Gareeva 2011). Полученные результаты сопоставлены с соответствующими параметрами компактных объектов в общей теории относительности. На основании данного анализа показана фундаментальная роль исследуемого решения, которое следует считать асимптотически шварцшильдовским в силу малого отличия от статической невращающейся черной дыры в общей теории относительности.

4. Положения, выносимые на защиту

- 1) На основании исследования постньютоновского разложения низкоэнергетического эффективного предела струнной гравитации и решений модели Рандалл-Сандрума для больших черных дыр показано, что предсказания моделей с поправками по кривизне и дополнительным некомпактным измерением полностью согласуются с общей теорией относительности в пределах современных измерений в Солнечной системе. Для решения Фигераса-Вайсмана в модели Рандалл-Сандрума II с одной браной продемонстрирована возмож-

ность слабого эффекта отрицательной нелинейности суперпозиции для гравитации. Показано, с учетом смысла параметров решения, отклонение от общей теории относительности не играет заметной роли, следовательно, эффект нелинейности суперпозиции для гравитации не может быть зарегистрирован с помощью экспериментов в Солнечной системе. Для решения Гаусса-Бонне в рамках эффективного предела струнной гравитации и решения Абдолрахими-Пейджа в модели Рандалл-Сандрума II показано полное соответствие общей теории относительности до третьего постньютоновского порядка. Таким образом, в рамках экспериментов по измерению постньютоновских параметров в Солнечной системе отличие упомянутых решений от общей теории относительности не может быть обнаружено. Вывод для струнной гравитации обобщен на модели $f(R)$ с ньютоновским пределом (публикации № 9-11).

- 2) На основании изучения геометрических свойств кротовой норы в теории Бранса-Дикке и сопоставления полученных результатов с исследованием аккреции показано, что кротовая нора Бранса-Дикке может рассматриваться как «квазишварцшильдовский» компактный объект. Радиус последней устойчивой орбиты и максимальный прицельный параметр кротовой норы Бранса-Дикке отличаются от соответствующих величин для черной дыры Шварцшильда той же массы на 16.7% и 0.3% соответственно, а изотропная координата горловины равна гравитационному радиусу. Также значения этих величин отличают кротовую нору в теории Бранса-Дикке, в общей теории относительности и в случае наличия магнитного заряда. Поскольку самостоятельной модели Шварцшильда, в которой описывались бы разные типы компактных объектов, не существует, т. е. не может быть такого понятия как «кротовая нора Шварцшильда», кротовая нора Бранса-Дикке может успешно рассматриваться в этой роли, что делает ее одним из базовых решений в расширенной гравитации (публикация № 2).
- 3) На основании исследования поведения инварианта кривизны под го-

ризонтом черной дыры Максвелла-Гаусса-Бонне установлено, при магнитном заряде, превышающем критическое значение, возникает центральная сингулярность, ограничивающая гладкое решение и являющаяся нулем метрических функций g_{00} и g_{22} . При этом нуль у функции g_{22} соответствует тому, что это именно центральная сингулярность (аналогичная Шварцшильдовской). Таким образом, при заряде, который больше или равен критическому, изменяется внутренняя структура решения Максвелла-Гаусса-Бонне, однако описываемый им компактный объект остается обычной черной дырой, т. е. никакой внутренней R-области (горловины, и как следствие проходимости) не наблюдается. Следовательно, рассмотренное решение может быть зарегистрировано только в качестве черной дыры Максвелла-Гаусса-Бонне как в жестком космическом излучении, так и при наблюдении астрофизических объектов с магнитными свойствами (публикации № 1, 3).

5. Публикации по теме диссертации

- 1) S.O. Alexeyev, A. Barrau, K.A. Rannu, «*Internal structure of a Maxwell-Gauss-Bonnet black hole*» // **Phys. Rev. D** 79 067503 (2009).
- 2) С.О. Алексеев, К.А. Ранну, Д.В. Гареева, «*Возможные наблюдаемые проявления кротовых нор в теории Бранса-Дикке*» // **ЖЭТФ** 140 722 (2011).
- 3) С.О. Алексеев, К.А. Ранну, «*Черные дыры Гаусса-Боннэ и возможности их экспериментального поиска*» // **ЖЭТФ** 3 463 (2012).
- 4) К.А. Rannu, S.O. Alexeyev, A. Barrau, «*Study on internal structure of Maxwell-Gauss-Bonnet black hole*» // **Journal of Physics: Conference Series** 229 012061 (2010).
- 5) К.А. Rannu, S.O. Alexeyev, A. Barrau, «*Internal structure of a Maxwell-Gauss-Bonnet black hole*» // Труды международного семинара «**QUARKS-2010**» 1 143 (2010).

- 6) К.А. Rannu, S.O. Alexeyev, A. Barrau, «*Internal structure of a Maxwell-Gauss-Bonnet black hole*» // **Proceedings of Science QFTHEP2010** 079 (2010).
- 7) К.А. Rannu, S.O. Alexeyev, D.V. Gareeva, «*Brans-Dicke wormholes: possibility for observations and distinction*» // **AIP Conf. Proc.** 1458 515 (2012).
- 8) К.А. Ранну, П.И. Дядина, «*Экспериментальные проверки расширенных теорий гравитации*» // **Ученые записки физического факультета** 4 134801 (2013).
- 9) К.А. Rannu, S.O. Alexeyev, P.I. Dyadina, «*PPN Formalism in Higher Order Curvature Gravity. Spherically Symmetric Case*» // Труды международного семинара «**QUARKS-2012**» 2 217 (2013).
- 10) P.I. Dyadina, К.А. Rannu, S.O. Alexeyev, «*Post-Newtonian limits for Lovelock gravity with scalar field*» // Труды международной конференции «**Black and Dark Topics in Modern Cosmology and Astrophysics**» 23 (2013).
- 11) К.А. Rannu, S.O. Alexeyev, P.I. Dyadina, «*Post-Newtonian limits for brane-world model*» // Труды международной конференции «**Black and Dark Topics in Modern Cosmology and Astrophysics**» 39 (2013).

6. Апробация результатов

Результаты данной работы неоднократно докладывались на семинарах по гравитации и космологии имени А.Л. Зельманова и семинарах отдела релятивистской астрофизики в ГАИШ МГУ, а также на студенческих и международных конференциях:

- 1) «Frontiers in Black Hole Physics», Дубна, май 2009;
- 2) «Spanish Relativity Meeting (ERE 2009)», Бильбао, сентябрь 2009;
- 3) «QUARKS-2010», Коломна, июнь 2010;

- 4) «QFTNER2010», Голицыно, сентябрь 2010;
- 5) «40-ая студенческая научная конференция Физика Космоса», Коровка, февраль 2011;
- 6) «Black Holes VIII. Theory & Mathematical aspects», Ниагара, май 2011;
- 7) «Spanish Relativity Meeting (ERE 2011)», Мадрид, август 2011;
- 8) «Ломоносовские чтения», Москва, ноябрь 2011;
- 9) «QUARKS-2012», Ярославль, июнь 2012;
- 10) «ЛОМОНОСОВ», Москва, апрель 2013;
- 11) «Black and Dark Topics in Modern Cosmology and Astrophysics», Дубна, сентябрь 2013
- 12) «QUARKS-2014», Суздаль, июнь 2014.

7. Структура и объем диссертации

Диссертация подразделяется на Введение, четыре Главы, Заключение, Благодарности и Библиографию. Общий объем диссертации 104 страницы, включая 11 рисунков и 130 ссылок.

8. Содержание работы

В **Главе 1** дается анализ целей и задач диссертации, приводится список опубликованных работ и апробации результатов.

В **Главе 2** дается общий обзор расширенных моделей гравитации с поправками по кривизне как в четырехмерном, так и в многомерном случае, приведены их эффективные четырехмерные решения для компактных объектов и описан параметризованный постньютоновский формализм Уилла как основной метод их экспериментальной проверки.

Глава 3 посвящена изучению четырехмерного низкоэнергетического предела струнной гравитации, описывающей неминимальную связь

скалярного поля (дилатона) с поправкой второго порядка по кривизне, которая в четырехмерном случае представляет собой полный инвариант (член Гаусса-Бонне), и электромагнитного поля, описываемого тензором Максвелла. Это действие имеет вид

$$S = \frac{1}{16\pi} \int d^4x \sqrt{-g} [m_{pl}^2(-R + 2\partial_\mu\phi\partial^\mu\phi) - e^{-2\phi}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \lambda e^{-2\phi}S_{GB}],$$

где R — скаляр Риччи, ϕ — потенциал скалярного поля, $F_{\mu\nu}$ — тензор Максвелла, λ — струнная константа связи, описывающая вклад в действие члена Гаусса-Бонне

$$S_{GB} = R_{\alpha\beta\gamma\delta}R^{\alpha\beta\gamma\delta} - 4R_{\alpha\beta}R^{\alpha\beta} + R^2,$$

где $R_{\alpha\beta\gamma\delta}$ — ковариантный тензор Римана, $R_{\alpha\beta}$ — ковариантный тензор Риччи, $R_{\alpha\beta\gamma\delta}R^{\alpha\beta\gamma\delta}$ — инвариант кривизны (скаляр Кречмана). Рассматривается получение решения типа «черная дыра» и подробно обсуждаются полученные результаты, то есть внутренняя структура черной дыры в зависимости от величины ее заряда.

Как было показано ранее (Alexeyev & Pomazanov, 1997; Alexeyev & Sazhin и др., 1997–2002), в области под горизонтом решение для незаряженной черной дыры Гаусса-Бонне существует только до сингулярности в точке $r = r_s$. Другая ветвь решения начинается в $r = r_s$ и существует только до внутреннего горизонта $r = r_x$, т. е. не является физической. Присутствие заряда не вносит качественных изменений в эту картину. Однако существует «критическое значение» заряда q_{cr} , при достижении которого максвелловский член начинает вносить больший вклад, чем член Гаусса-Бонне, а внутренняя сингулярность при $r = r_s$ исчезает. В этом случае решение существует до нуля компоненты метрики g_{00} . Цель работы — установить, является ли эта точка сингулярной и, следовательно, определить природу рассматриваемого объекта. Если решение Максвелла-Гаусса-Бонне с зарядом, превышающим критическое значение, не содержит внутренней сингулярности, то при достижении зарядом своего критического значения изменяется не просто внутренняя структура, а сама природа объекта, который в этом случае может

рассматриваться как проходимый.

В предыдущих работах (Alexeyev & Pomazanov, 1997; Alexeyev & Sazhin и др., 1997–2002) было отмечено, что черная дыра Гаусса-Бонне представляет интерес прежде всего на планковском масштабе, поскольку величина квадратичных поправок по кривизне быстро убывает с расстоянием. В связи с этим обсуждалась возможность получения таких объектов на ускорителях. Однако кроме ускорителей высокоэнергетичные частицы наблюдаются в астрономии (космические лучи, гамма-всплески). Если черные дыры Гаусса-Бонне присутствуют в космических лучах или излучении гамма-всплесков, они могут быть обнаружены в их спектрах. Изменение природы черных дыр Гаусса-Бонне при достижении зарядом своего критического значения также должно сказаться на результатах наблюдений космического излучения. Однако объект астрофизического масштаба, описываемый решением Максвелла-Гаусса-Бонне, также может быть наблюдаемым. В случае отсутствия внутренней сингулярности такой объект может иметь свойства, которые позволили бы отличить его от компактных объектов других видов, предсказанных общей теорией относительности и расширенными моделями гравитации.

Для решения поставленной задачи было изучено поведение инварианта кривизны под горизонтом событий черной дыры при заряде, превышающем критическое значение. Показано, что он конечен почти на всей области определения и расходится вблизи нуля компоненты метрики g_{00} . Был сделан вывод, что при достижении зарядом своего критического значения решение существует от бесконечности до центральной сингулярности черной дыры Максвелла-Гаусса-Бонне.

Глава 4 посвящена постньютоновской параметризации решений расширенной гравитации.

Для получения параметризованного решения четырехмерного низкоэнергетического предела струнной гравитации, описывающей неминимальную связь скалярного поля с поправкой второго порядка относительно скаляра Риччи R в форме члена Гаусса-Бонне, рассматривается разложение уравнений поля в ковариантном виде, полученных ранее (Sotirou & Barausse, 2007). Дилатонная часть действия предсказуемо не

дает вклад в постньютоновское разложение в силу теоремы Уилера об отсутствии «волос» у черной дыры (Wheeler, 1986). Как было показано ранее (Alexeyev & Pomazanov, 1997; Alexeyev & Sazhin и др., 1997-2002), связь скалярного поля с поправкой второго порядка кривизне позволяет преодолеть условие данной теоремы. Однако дополнительный член в постньютоновском разложении метрики, обусловленный введенным таким образом динамическим дилатоном, приводит к возмущению плоской метрики в постньютоновской параметризации следующего вида:

$$h_{00}^{GB} = 8 \frac{DM}{r^4}.$$

Порядок малости по $1/r$ при $r \rightarrow \infty$ в этой поправке лежит за рамками постньютоновского предела, что означает полное совпадение с предсказаниями общей теории относительности для рассматриваемой модели. Таким образом, разница между метриками Шварцшильда и Гаусса-Бонне не может быть выявлена в экспериментах по измерению постньютоновских параметров в Солнечной системе, что согласуется с аналогичным рассмотрением космологического решения Гаусса-Бонне (Sotirou & Barausse, 2007). Полученный вывод также относится к гравитации Лавлока, содержащей поправки высших порядков по кривизне начиная с третьего. Обусловленные такими поправками возмущения в постньютоновской параметризации решения лежат за рамками первого постньютоновского порядка, поскольку порядок по степеням $1/r$ дополнительных членов в метрике растет с увеличением степени по кривизне для поправок в действии. Этот результат относится также к теориям класса $f(R)$, содержащим ряд по положительным степеням скаляра Риччи R и удовлетворяющим условиям параметризованного постньютоновского формализма.

Модель Рандалл-Сандрума II описывает пятимерное пространство анти-де Ситтера — балк — с погруженной в него четырехмерной мембраной — браной (Randall & Sundrum, 1999). Гравитация способна распространяться вдоль любого измерения, так что она действует в том числе и в балке. Вся материя и три фундаментальных взаимодействия (слабое,

сильное и электромагнитное) локализованы на бране. Фигерас и Вайсман продемонстрировали, как получить низкоэнергетическое решение для модели Рандалл-Сандрума II, описывающее статическую черную дыру с радиусом до $\sim 20l$ (Figueras & Wiseman, 2011). Для этой цели авторы использовали задачу о связи пятимерного пространства анти-де Ситтера (AdS_5) и четырехмерной конформной теории поля (CFT_4), где метрика на бране выражается с помощью разложения Фейффермана-Грэхема. В постньютоновской параметризации решения Фигераса-Вайсмана появляется дополнительный член разложения, который имеет вид:

$$h_{00}^{FW} = \frac{121}{27} \frac{\epsilon^2}{l^2} \frac{M^4}{r^2}.$$

Отсюда выражение для постньютоновского параметра β оказывается равным:

$$\beta = 1 - \frac{121}{108} \frac{\epsilon^2}{l^2} M^2.$$

В общей теории относительности $\beta = 1$. Найденная поправка к значению этого постньютоновского параметра отрицательная, т. е. $\beta < 1$, что означает наличие эффекта отрицательного нарушения линейности закона суперпозиции для гравитации. Однако отклонением от общей теории относительности на самом деле можно пренебречь, поскольку ограничение на возможное значение параметра ϵ оказывается меньше планковской длины. Поэтому найденный нами эффект не может быть зарегистрирован с помощью экспериментов в Солнечной системе.

Абдолрахими, Каттоен, Пейдж и Ягхупур-Тари независимо от Фигераса и Вайсмана получили решение для больших черных дыр в модели Рандалл-Сандрума II (Abdolrahimi & Cattoën & Page & Yaghoobpour-Tari, 2012–2013). Постньютоновская параметризация этого решения приводит к следующему вкладу в разложение метрики:

$$h_{00}^{AP} = \frac{l^2 M^2}{96r^4}.$$

Аналогично случаю Гаусса-Бонне, порядок малости по $1/r$ при $r \rightarrow \infty$ в этой поправке лежит за рамками постньютоновского предела. Поэтому постньютоновская параметризация решения Абдолрахими и др. имеет такой же вид, как в случае общей теории относительности, т. е. разница между их предсказаниями неуловима в пределе слабого поля.

Глава 5 посвящена рассмотрению решения для проходимой кротовой норы в модели Бранса-Дикке со скалярным полем. В работе были найдены размеры горловины кротовой норы Бранса-Дикке и максимальный прицельный параметр для прохождения фотона через кротовую нору. Значение максимального прицельного параметра для кротовой норы Бранса-Дикке $h_{max}^{BD} \sim 5.18M$ совпадает со значением максимального прицельного параметра для захвата фотона черной дырой Шварцшильда $h_{max}^{Sch} = 3\sqrt{3}M$ с точностью 0.3%. Изотропная координата горловины кротовой норы Бранса-Дикке равна гравитационному радиусу черной дыры Шварцшильда. Эти результаты сопоставлены с выводами относительно наблюдательных особенностей аккреции на кротовую нору Бранса-Дикке. Поскольку самостоятельной модели Шварцшильда, в которой описывались бы разные типы компактных объектов, не существует, т. е. не может быть такого понятия как «кротовая нора Шварцшильда» справедливо называть кротовые норы Бранса-Дикке асимптотически шварцшильдовскими и искать их по результатам наблюдений именно в этом качестве.

В **Заключении** сформулированы Положения диссертации, выносимые на защиту, а также Благодарности.

9. Принятые обозначения и единицы

Греческие индексы пробегают значения 0 до 4, строчные латинские индексы пробегают значения от 1 до 3, а заглавные латинские индексы — значения значения 0 до 4. Обычная радиальная координата обозначена r , изотропная радиальная координата \tilde{r} . Если это не оговорено особо, используется планковская система единиц $\hbar = c = 1$, другие величины, такие как масса и заряд, приводятся в расчете на единицы масс Планка.