

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова
Государственный астрономический институт имени П.К. Штернберга

На правах рукописи
УДК 524.82

САЖИНА Ольга Сергеевна

Исследование тёмной энергии методами астрономии

Специальность: 01.03.02 – астрофизика и звездная астрономия

диссертация на соискание учёной степени
доктора физико-математических наук

Научный консультант
профессор Сажин М.В.

Москва – 2013

Оглавление

1	Тёмная энергия в ранней и современной Вселенной	16
1.1	Реликтовая тёмная энергия. Космические струны	16
1.1.1	Основные свойства космических струн	17
1.1.2	Механизм Киббла	18
1.1.3	Топологии вакуума	20
1.1.4	Глобальные и локальные струны	22
1.1.5	Линейная плотность струны	24
1.1.6	Сети струн	24
1.1.7	Космические струны как инструмент проверки много- мерных теорий	28
1.2	Тёмная энергия в современную эпоху и статус ее исследования	29
1.2.1	Открытие тёмной энергии и современные методы ее исследования	29
1.2.2	Современные теоретические модели тёмной энергии .	32
1.2.3	Исследование зависимости тёмной энергии от времени по наблюдениям сверхновых	32
1.2.4	Космологические тесты по поиску современной тём- ной энергии	33
2	Обзор и развитие методов поиска космических струн	38
2.1	Эффект гравитационного линзирования на космической струне	40
2.1.1	Гравитационное линзирование точечного источника на космической струне	40
2.1.2	Гравитационное линзирование протяженного источ- ника на космической струне	43
2.2	Стандартный метод поиска космических струн в радиодиа- пазоне	50
2.2.1	Фоновая космологическая модель	52
2.2.2	Космическая струна внутри поверхности последнего рассеяния	56
2.2.3	Движущаяся прямая струна как источник анизотропии	61
2.2.4	Эффект запаздывания и видимая кривизна струны .	67

2.2.5	Разложение анизотропии реликтового излучения, генерированной космической струной, по модифицированным функциям Хаара с циклическим сдвигом . . .	70
2.3	Теоретические оценки наблюдательных параметров космических струн	72
2.3.1	Оценки количества струн в предположении существования сети струн	74
2.4	Вероятностные оценки количества струн	82
2.4.1	Оценки максимального количества струн с учетом данных оптических каталогов	87
2.4.2	Оценка количества струн вплоть до поверхности последнего рассеяния	91
2.4.3	Заключение	93
3	Объект CSL-1	102
3.1	Обнаружение объекта CSL-1 и его характеристики	102
3.1.1	Оптический обзор OACDF	102
3.1.2	Фотометрические данные	104
3.1.3	Спектроскопические данные	109
3.1.4	Гипотеза пылевой перемычки	111
3.2	CSL-1 как гравитационно-линзовая система	116
3.2.1	Модель гравитационного линзирования на космической струне	116
3.3	Эффект проекции	122
3.3.1	Приливное взаимодействие компонент пары	122
3.3.2	Гравитационное линзирование одной компоненты пары на другой	126
3.4	Наблюдения на VLT	131
3.5	Кандидаты в гравитационно-линзовые события вблизи объекта CSL-1	136
3.5.1	Поиск и исследование кандидатов в гравитационные линзы	139
3.5.2	Зависимость углового расстояния между кандидатами от разности их звездных величин	148
3.6	Исследование CSL-1 на телескопе HST	153
4	Новейшие методы поиска космических струн	167
4.1	Данные WMAP	167
4.2	Поиск космических струн с помощью порогового фильтра	169
4.2.1	Теоретическая модель	169
4.2.2	Моделирование карт анизотропии	170
4.2.3	Пороговый фильтр	175

4.2.4	Статистический анализ модельных карт	176
4.3	Поиск струн с помощью модифицированных функций Хаара	179
4.4	Поиск струн в реальных картах	187
4.4.1	Кандидаты в космические струны	187
4.4.2	Проверка программы маржинального обнаружения на карте ILC эксперимента WMAP	188
4.4.3	Разработка алгоритма обнаружения скачков яркости в радио обзорах всего неба на примере карты WMAP	189
4.4.4	Анализ радиокарт эксперимента WMAP	190
4.5	Современные хранилища астрономических данных и методики их использования	191
4.5.1	Виртуальные обсерватории и технические параметры предоставляемой ими информации	191
4.5.2	Серверы астрономических каталогов и изображений	191
4.5.3	Средства исполнения массированных запросов к серверам астрономических данных	192
4.6	Анализ данных в оптическом диапазоне, собранных в Интернете на основе экспериментальных поисковых карт WMAP	192
4.7	Поиск оптических проявлений космических струн в оптических обзорах. Составление предложения для проведения наблюдательных кампаний на оптических наземных телескопах	196
4.7.1	Статистика двойственности в обзорах галактик	196
4.7.2	Рекомендации по наблюдению космических струн на наземных оптических телескопах	197
5	Современный статус тёмной энергии и ее влияние на эволюцию Вселенной	213
5.1	Масштабный фактор во Вселенной с тёмной энергией	214
5.1.1	Точные решения для масштабного фактора в стандартной космологической модели	215
5.1.2	Приближенные решения, оценка точности	221
5.1.3	Общий случай параметра w	226
5.1.4	Заключение	233
5.2	Видимые движения квазаров, вызванные микролинзированием	235
5.2.1	Введение	235
5.2.2	Видимые сверхсветовые движения источников	237
5.2.3	Статистические характеристики слабого микролинзирования.	242
5.2.4	Наблюдаемые характеристики микролинзирования	246
5.2.5	Угловые скорости внегалактических источников.	247
5.2.6	Заключение.	250
5.3	Угловой спектр случайных скоростей источников ICRF	250

5.3.1	Распределение видимых сверхсветовых движений радиоисточников	252
5.3.2	Сферические векторные гармоники	253
5.3.3	Наблюдаемый угловой спектр видимых скоростей	258
5.3.4	Доверительные значения C_l^N	260
5.3.5	Сравнения с наблюдениями	261
5.3.6	Заключение.	263
5.4	Вклад космологических скалярных возмущений в угловой спектр скоростей внегалактических источников	264
5.4.1	Введение	266
5.4.2	Светоподобные геодезические во Вселенной с возмущениями	267
5.4.3	Скалярные возмущения и угловые скорости источников	269
5.4.4	Скалярные возмущения на стадии доминирования вещества и стадии доминирования Λ -члена	272
5.4.5	Мультипольный спектр угловых скоростей	273
5.4.6	Заключение	276
5.5	Дополнительные источники кривизны Вселенной	277
5.5.1	Эффективная кривизна и радиус кривизны	281
5.5.2	Расстояние между точками сопряжения	283
5.5.3	Обсуждение	288
5.5.4	Заключение	291
6	Заключение	293
7	Приложения	297
7.1	Приложение А. Функции Хаара с циклическим сдвигом	297
7.1.1	Ортонормальность системы функций Хаара с циклическим сдвигом	299
7.1.2	Полнота системы функций Хаара с циклическим сдвигом	302
7.2	Приложение Б. Геометрическая вероятность пересечения струной заданной площадки	303
7.2.1	Пересечение струной двух смежных сторон площадки, $p_0(1)$	305
7.2.2	Пересечение струной двух противоположных сторон площадки, $p_0(2)$	306
7.2.3	Вычисление общей вероятности, p_0	307
7.3	Приложение В. Система программирования HEALPix	308
7.3.1	Принципы дискретизации сферы в системе HEALPix	308
7.3.2	Требования к методу разбиения сферы на площадки (пиксели)	309

7.3.3	Метод разбиения сферы в HEALPix	311
7.3.4	Сетка системы HEALPix	316

Введение

Согласно современным наблюдательным данным по изучению расширения Вселенной с помощью сверхновых, а также по анизотропии реликтового излучения, современная Вселенная находится в стадии ускоренного расширения, которое успешно объясняется наличием тёмной энергии – особой формы энергии вакуумного типа [1] - [2]. Однако природа тёмной энергии до сих пор не выявлена, что является фундаментальной проблемой современной космологии, а также ключевой областью исследования на стыке таких дисциплин, как космология, астрономия и физика элементарных частиц.

Диссертация посвящена исследованию тёмной энергии современными методами наблюдательной астрономии.

Важно отметить, что тёмная энергия существовала и в ранней Вселенной – будем называть ее "реликтовая тёмная энергия". Проблема тёмной энергии с необходимостью должна включать в себя рассмотрение динамики и эволюции во времени этой формы энергии. В связи с этим большой интерес представляют ее реликтовые формы, которые могли бы "дожить" и до современной эпохи в виде топологических дефектов. Предсказание спектра флуктуаций плотности, близкого к масштабно инвариантному, а также вида анизотропии микроволнового реликтового излучения могут давать и модели, включающие топологические дефекты. Таким образом, особый интерес представляет исследование тёмной энергии ранней Вселенной, а именно – возможных солитонных и солитоноподобных решений. Таким решением являются стабильные одномерные структуры – космические струны, которые возникают во всех наиболее реалистичных моделях физики элементарных частиц [3], [4]. Исследования в современной физике элементарных частиц дают множество указаний на существование новой физики за рамками Стандартной модели. Космические струны возникают как в рамках моделей Великого объединения, так и в теории суперструн [5] – [6]. Обнаружение таких объектов позволило бы не только выявить природу и закономерности развития тёмной энергии ранней Вселенной, но и изучить масштабы энергий, не достижимых в современных ускорителях. Космические струны как возможные космологические объекты были впервые предсказаны Т. Кибблом в 1976 году [7] и активно изучались в последующих

работах Я.Зельдовича [8], а также А. Виленкина, П. Шелларда и др. [9] – [17]. В работе [9] была показана роль космических струн как генераторов гравитационно-линзовых изображений. Существование космических струн не противоречит всем имеющимся на сегодняшний момент космологическим наблюдательным данным и, более того, находит широкую поддержку в теории, а также косвенную поддержку в наблюдениях.

Существует два основных метода поиска космических струн: по данным оптических обзоров (поиск гравитационно-линзовых изображений фоновых по отношению к струнам источников), а также по радио обзорам (анализ карт анизотропии реликтового излучения). В диссертации представлена детальная разработка и углубление этих методов, включая предложение ряда новых моделей, а также впервые показано их применение к обработке реальных наблюдательных данных, полученных наземными и космическими телескопами в рамках выделенного на эти исследования времени.

Современная тёмная энергия может быть различных типов, в зависимости от своего уравнения состояния. Современные наблюдательные данные не противоречат тому, что плотность тёмной энергии не постоянная. Для удобства ее анализа принято вводить отношение давления к плотности [2]: $p/\rho = w$. Кроме случая постоянной плотности вакуумной энергии, когда $w = -1$, нет оснований полагать, что параметр w не зависит от времени [18] – [21]. Однако в наиболее широко используемых космологических моделях этот параметр полагается постоянным, но отличным от -1 . Поскольку плотность тёмной энергии, а также плотность кривизны неотрицательны, то расширение Вселенной будет продолжаться, производная масштабного фактора по времени будет всегда положительной. Если параметр w отрицателен (что показывают данные по сверхновым), то плотность энергии излучения и вещества со временем станут пренебрежимо малы по сравнению с плотностью тёмной энергии. Для $w < -1/3$ вклад кривизны также становится несущественным для эволюции Вселенной. Однако при $w < -1$ – разновидность тёмной энергии, называемой фантомной энергией – масштабный фактор становится бесконечным на конечном промежутке времени. В диссертации рассмотрена эволюция основной характеристики расширяющейся Вселенной – масштабного фактора – для различных значений параметра w . Указаны также возможные наблюдательные следствия и астрономические тесты на наличие тёмной энергии именно фантомного типа. Плотность фантомной энергии растёт с расширением. Если плотность тёмной энергии падает с расширением, то такая тёмная энергия называется квинтэссенцией. Несмотря на то, что природа тёмной энергии до сих пор не удалось выявить, можно с уверенностью утверждать, что свойства каждого типа тёмной энергии радикальным образом влияют на эволюцию Вселенной.

Масштабный фактор характеризует эволюцию Вселенной как целого, являясь ее глобальным параметром. Однако существует ряд локальных эффектов, оказывающих влияние на решение важных задач наблюдательной космологии, например, на построение опорной системы координат (ICRF, [22] - [23]). Для использования внегалактических источников для реализации такой системы необходимо учитывать два основных требования. Инерциальность – привязка системы координат к внегалактическим объектам. Стабильность – точность реализации опорной системы координат не должна меняться со временем. В реальности имеет место квазиинерциальность – происходит изменение направления прихода излучения на телескопы от далеких реперных источников. Это изменение траектории лучей может быть обусловлено несколькими основными причинами: ошибками наблюдений, видимым движением центра яркости источника (механизм Блэндфорда-Риса), а также нестационарностью пространства-времени. Последняя характеризуется гравитационным полем космологических масштабов. Так, искривлять траекторию луча света могут не обладающие источником космологических гравитационные волны, а также и гравитационные поля скалярной и векторной природы. Одной из возможных причин видимого перемещения источников ICRF может быть также слабое микролинзирование этих источников звездами и тёмными телами нашей Галактики [24] - [25], однако полностью объяснить этим эффектом движение источников не удастся, что было показано в диссертации. Другая возможная причина – космологические скалярные возмущения. Видимая скорость источника представляет собой двумерный вектор на небесной сфере. Функции, заданные на сфере, можно анализировать, разлагая в ряд по сферическим гармоникам. Но в рассматриваемом случае величина, которая задана на сфере, является векторным полем. При разложении векторного поля в ряд по обычным сферическим функциям возникнет "перемешивание", то есть в различных системах координат, повернутых относительно друг друга, амплитуды спектра, возникающего при разложении в ряд по сферическим функциям являются разными. Для того, чтобы такого "перемешивание" не возникало, векторное поле надо раскладывать по векторным сферическим гармоникам. Один из возможных выборов – электрическая (E) и магнитная (M) моды. Векторные сферические дипольные гармоники E -типа ответственны за вековое ускорение Солнечной системы по направлению к центру нашей Галактики, а M -типа ответственны за вращение нашей Вселенной как целого (последняя величина не отличима от неравномерности вращения Земли и не может быть извлечена из наблюдений скоростей внегалактических объектов). Как показано в диссертации, космологические скалярные возмущения тёмной энергии генерируют только E моду, а векторные и тензорные – как E , так и M моды, а потому могут быть выявлены по отсутствию M моды в спектре угловых скоростей исследуемых источни-

ков.

Другой эффект, обладающий гравитационной природой и влияющий на распространение фотонов от фонового источника – эффект Зельдовича (вторичное линзирование). Массивные тела во Вселенной могут влиять на ее глобальную кривизну, формируя участки слабой отрицательной и положительной кривизны. Такая неоднородная структура пространства-времени могла бы вызвать дополнительное искажение траекторий фотонов, помимо эффекта гравитационного линзирования, однако, как показано в диссертации, расстояние между сопряженными точками, пропорциональное отношению среднего расстояния между неоднородностями к величине угла отклонения, есть величина порядка горизонта современной Вселенной.

Цель исследования и постановка задачи

Диссертация посвящена поиску наблюдательных проявлений тёмной энергии, что является одной из наиболее актуальных задач современной космологии, а также ключевой областью исследования на стыке таких дисциплин, как астрофизика, физика элементарных частиц, теоретическая физика.

Целью исследования являлось всестороннее изучение проявлений тёмной энергии, как реликтовой, характерной для ранних эпох постинфляционной Вселенной, так и современной, отвечающей за ускоренное расширение Вселенной.

В первом случае реликтовая тёмная энергия представлялась в виде линейных структур – космических струн, состоящих из симметричного высокоэнергетического вакуума. Космические струны могли бы сформироваться в ранней Вселенной в результате фазовых переходов вакуума и существовать в современной Вселенной, а потому быть доступными наблюдениям. Для изучения космических струн было необходимо разработать полную теоретическую модель, которая была бы адекватна для охвата всех возможных наблюдательных проявлений этих объектов, как в оптическом, так и радио диапазонах. Модель должна была определять необходимые наблюдательные ресурсы и обладать всеми необходимыми для анализа наблюдательных данных количественными характеристиками.

Во втором случае современная тёмная энергия задавалась скалярным полем с наиболее общим уравнением состояния, определяющим динамику современной Вселенной. Для изучения современной тёмной энергии было необходимо дать количественные характеристики эффектов, также дающих вклад в динамику объектов на космологических масштабах. Было необходимо дать количественные характеристики, основанные на моделировании и обработке наблюдательных данных, наиболее значимым из них:

гравитационному микролинзированию, эффекту Блэндфорда-Риса и эффекту Зельдовича. А также выявить отличительные особенности переменного гравитационного поля космологических масштабов, обусловленных флуктуациями тёмной энергии.

Научная новизна и практическая значимость

Новизна работы состоит, во-первых, в создании нового научного направления по поиску наблюдательных проявлений реликтовой тёмной энергии (космических струн) в оптическом диапазоне и в радиодиапазоне. Была впервые разработана методика исследования оптически разрешенных кандидатов в гравитационно-линзовые события на космических струнах. Был впервые предложен, разработан и применен к обработке реальных данных метод анализа структуры анизотропии, генерируемый космической струной на фоне анизотропии адиабатических возмущений. В результате было получено высокоточное ограничение на возможные энергии реликтовой тёмной энергии, в три раза улучшающее имевшиеся ранее, а также был сформирован список кандидатов в космические струны.

Во-вторых, впервые был предложен и разработан метод, позволяющий выявлять космологические скалярные возмущения современной тёмной энергии при анализе спектра угловых скоростей внегалактических источников. Выявление причин видимых движений источников особенно актуально для построения опорной системы небесных координат, необходимой для создания высокоточных астрономических каталогов, а также для практических задач спутниковой навигации.

Личный вклад автора

Личный вклад автора диссертационной работы состоит в анализе наблюдательных данных по объекту CSL-1, а также в моделировании эффекта проекции для этого объекта, результаты которого были подтверждены на телескопе Хаббла. Соискателю также принадлежит обнаружение и исследование кандидатов в гравитационные линзы в поле объекта CSL-1; оценки количества космических струн; построение (включая доказательства полноты и ортонормальности) и применение модифицированных функций Хара для поиска кандидатов в космические струны по радио картам WMAP; теория анизотропии реликтового излучения, индуцируемой космической струной.

Моделирование и обработка данных по анизотропии проводилась совместно с М.В. Сажиным и В.Н. Семенцовым. Формирование заявок на

телескоп Хаббла и ряд наземных телескопов, а также сбор и обработка данных осуществлялось соискателем совместно с российско-итальянской группой под руководством М.В. Сажина. Постановка задачи по исследованию углового спектра скоростей квазаров, эффекта микролинзирования и эффекта Зельдовича проводилась совместно с М.В. Сажиним.

Положения, выносимые на защиту

1. Создано новое научное направление по поиску космических струн современными методами астрономии.
 - (а) Разработаны методы поиска космических струн в оптическом диапазоне применительно к астрофизическим инструментам высокого углового разрешения (наземные телескопы Европейской южной обсерватории, космический телескоп Хаббла). Получена структура изображений протяженных внегалактических источников, появляющихся в результате гравитационного линзирования этих источников на космической струне. Выявлены спектроскопические и фотометрические характеристики гравитационно-линзовых изображений. Разработана исчерпывающая методика наблюдательного поиска кандидатов в гравитационно-линзовые события на космических струнах и анализа их свойств (объект CSL-1).
 - (б) Разработаны методы поиска космических струн в радио диапазоне. Разработана теория генерации анизотропии фонового микроволнового реликтового излучения (CMBR) на космических струнах. Впервые получена структура и характерные амплитуды анизотропии CMBR, генерируемой космической струной. Предложен и успешно применен алгоритм свертки реальных температурных карт анизотропии CMBR (полученных в результате 7-и лет работы космического аппарата WMAP) с модифицированными функциями Хаара с циклическим сдвигом для выделения слабого сигнала космической струны на фоне стандартного адиабатического шума CMBR на уровне от $10\mu K$ (при уровне адиабатических возмущений в $100\mu K$). По результатам обработки радио данных составлен список кандидатов в космические струны. Предложенный алгоритм в 8 – 10 раз чувствительнее к выявлению космических струн по сравнению с предложенными другими авторами. Он также дает жесткое ограничение на допустимую наблюдательными данными амплитуду анизотропии космических струн: не существует космических струн, генери-

рующих анизотропию выше $40\mu K$ (в то время как предыдущие исследования, основанные на поисках негауссовости в данных анизотропии CMBR, давали ограничения на амплитуду анизотропии космических струн порядка $100\mu K$).

2. Предложен космологический тест по поиску современной тёмной энергии.
 - (a) Количественно оценены возможные причины нестационарности пространства-времени, проявляющиеся в видимом движении внегалактических источников. Показано, что эффект гравитационного микролинзирования указанных источников на звездах Галактики и ее гало не могут объяснить массового субсветового и сверхсветового наблюдаемого видимого движения данных источников. Показано, что расстояние между сопряженными точками траекторий лучей света при учете гравитационных неоднородностей на различных масштабах Вселенной больше размеров видимого горизонта Вселенной и, следовательно данный эффект "вторичного линзирования" (эффект Зельдовича), не значим.
 - (b) Предложен и разработан метод, позволяющий выявить влияние флуктуаций тёмной энергии на угловой спектр скоростей внегалактических источников. Показано, что флуктуации тёмной энергии генерируют скалярные возмущения, которые, в отличие от всех прочих указанных эффектов, влияющих на движение источников, дают вклад только в Е моду и не дают вклада в М моду. Данные моды есть векторные сферические гармоники, по которым производится разложение векторного поля угловых скоростей.

Апробация результатов

- Science and Ultimate Reality: Celebrating the Vision of John Archibald Wheeler, March, 15-18, Princeton NJ USA 2002; talk: "Dilatonic Black Holes in String Gravity and Their Relation with Parameters of [the] Early Universe". Вторая премия им. Питера Грубера по космологии для молодых ученых, Принстон, США; talk (15.03.2002);
- Wide field Imaging from Space Conference, Berkeley, California, USA; poster (4.06.2004);
- The XXII Texas Symposium on Relativistic Astrophysics, Stanford, California, USA; poster (11-17.12.2004);

- "Исследование объекта CSL-1 (2003 – 2006)" Хованская О.С. и др. "Семинар по проблемам измеримости в квантовой гравитации и тёмной составляющей Вселенной" (посвящается 100-летию со дня рождения М.П.Бронштейна), Санкт-Петербург, Россия, СПбГУ; пленарный доклад (30.11.2006-2.12.2006);
- First Meeting of the Astroparticle Physics Group of the IOP, (Institute of Physics, University of Sheffield, UK), "Simulations of gravitational lensing phenomena produced by a cosmic string"; poster (23-24.05.2006);
- UK COSMO Meeting, (Wilkinson Building at the University of Oxford, UK), "Gravitational lensing by cosmic strings: what we learn from the CSL-1 case"; talk (8.06.2006);
- Classical Field Theory and Solitons, (University of Cambridge, UK), "CSL-1 puzzle is solved"; poster (3-6.07.2006);
- "Gravitational Lensing and Modern Cosmology" Sazhin M., Sazhina O., Capaccioli M., Longo G. конференция "Проблемы гравитационного линзирования", Москва, Россия, ГАИШ МГУ; член локального оргкомитета; участник и соавтор доклада (10-12.04.2007);
- "Эффект слабого микролинзирования в приложении к астрометрии" Сажина О.С. и др. Ломоносовские чтения 2007, секция астрономии и геофизики, Москва, Россия, ГАИШ МГУ; доклад (19.04.2007);
- "Важнейшие релятивистские эффекты астрометрии" М.С.Пширков, М.В.Сажин, О.С.Сажина Школа-конференция по астрометрии в рамках программы «год русского языка», Москва, Россия, ГАИШ МГУ; зам. председателя локального оргкомитета; соавтор доклада (01.10.2007);
- Riccio G., D'Angelo G., Sazhin M.V., Sazhina O. S., Longo G. and Capaccioli M. Simulations of cosmic strings signatures in the CMB. FINAL WORKSHOP OF GRID PROJECTS, "PON RICERCA 2000-2006, AVVISO 1575; poster (2009);
- Семинар по гравитации и космологии памяти А.Л. Зельманова (2005, 2010) ГАИШ МГУ, устные доклады;
- Сессия РАН ФИ РАН Москва. Поиск космических струн по анизотропии реликтового излучения. Сажин М.В. и др.; соавтор доклада (26.01.2011);

- QUARKS-2008 15th International Seminar on High Energy Physics, Sergiev Posad, Russia, "CMB anisotropy induced by a moving straight cosmic string"; talk (23-29.05.2008); QUARKS-2012 17th International Seminar on High Energy Physics, Yaroslavl, Russia, "Cosmic strings in the Universe"; talk (4-10.06.2012);
- Семинар Отделения теоретической физики им. И.Е.Тамма "Поиск космических струн методами оптической и радиоастрономии" ФИАН; доклад (16.10.2012).

Работа была поддержана следующими грантами:

- Грант ФЦП Интеграция 2004 г. (руководитель);
- Гранты РФФИ: 00-02-16350-а; 07-02-01034-а; 04-02-17288-а; 04-02-30034-д; 08-02-00971-а (исполнитель); 04-02-27137-з (руководитель);
- Гранты Президента Российской Федерации для поддержки молодых ученых, МК-1418.2005.2; МК-2503.2008.2; МК-473.2010.2 (руководитель);
- Молодежный грант INTAS, 05-109-4793, 2005-2006 (руководитель);
- Проект МИНОБРАЗОВАНИЯ No. 14.740.11.0085 (исполнитель).

Структура и объем диссертации

Диссертация состоит введения, пяти глав, заключения, трех приложений и списка литературы. Объем диссертации 336 страниц. Количество рисунков – 108. Список литературы содержит 237 ссылок.

Глава 1

Тёмная энергия в ранней и современной Вселенной

1.1 Реликтовая тёмная энергия. Космические струны

Согласно представлениям современной космологии, при расширении и охлаждении Вселенной из начальной симметричной фазы, Вселенная прошла серию фазовых переходов, теряя часть первоначальной симметрии; каждая симметрия определяется фундаментальными взаимодействиями. Так, например, теория Великого объединения предсказывает фазовый переход при энергиях порядка 10^{16} ГэВ, нарушая группу симметрий, ассоциированной с объединенными сильными и электрослабыми взаимодействиями. В ранней Вселенной в постинфляционный период в процессе ее расширения и остывания могли бы происходить фазовые переходы вакуума с формированием топологических дефектов различных размерностей: монополей, струн, доменных стенок. Топологические дефекты формируются потому, что направления нарушений симметрии различны в разных точках пространства. Объединение таких разных участков пространства приводит к топологическим проблемам, в результате чего и формируются дефекты разных размерностей, состоящие из симметричного высокоэнергетического вакуума, который будем называть "реликтовой тёмной энергией". С наблюдательной точки зрения наибольший интерес представляют топологические космические струны. Тому есть две важные причины. Во-первых, механизм образования струн не требует специальных предположений о динамике Вселенной, а основывается только на том, что имело место остывание Вселенной. Во-вторых, струны возникают во всех наиболее реалистичных моделях физики элементарных частиц [3, 4], а также в моделях Великого объединения и в теории суперструн [5, 6].

1.1.1 Основные свойства космических струн

С наблюдательной точки зрения наибольший интерес представляют топологические космические струны (солитоны), поскольку механизм их образования (фазовые переходы вакуума), довольно прост и хорошо изучен экспериментально в других разделах физики (переходы в ферромагнетиках, явления сверхпроводимости и др.).

Топологические дефекты могли бы сформироваться в ранней Вселенной в результате нарушения симметрии при фазовых переходах вакуума. Была выявлена аналогия между спонтанным нарушением симметрии в калибровочных теориях и теорией сверхпроводимости [26]. Основная идея заключалась в том, что также как и в системах конденсированного вещества, упорядоченность фазы падает с ростом температуры до критического значения, приводя к сохранению симметрии, спонтанно нарушенная симметрия электрослабой теории могла бы быть восстановлена при высоких температурах ранней Вселенной.

Такой механизм образования струн не требует специальных предположений о динамических процессах во Вселенной, а основывается преимущественно на том факте, что ранняя Вселенная обладала большей температурой, чем современная, и остывала в процессе эволюции.

Было сделано предположение, что в ранней горячей Вселенной вакуумное состояние могло бы обладать большим количеством симметрий. При расширении и охлаждении Вселенной, из начальной симметричной фазы, Вселенная прошла через серию фазовых переходов, теряя часть первоначальной симметрии при каждом таком переходе. Этот процесс продолжался до тех пор, пока при низких температурах Вселенная оказалась наполненной веществом и излучением, обладающими соответствующими симметриями, которые определяются фундаментальными взаимодействиями. Так, низкоэнергетическая физика элементарных частиц описывает в рамках единой калибровочной теории (Вайнберг-Салам) два из четырех фундаментальных взаимодействий (электромагнитное и слабое ядерное, ассоциированные с калибровочной группой $SU(2) \times U(1)$). Сильные ядерные взаимодействия, обуславливающие конфайнмент кварков, также описываются калибровочной теорией (квантовой хромодинамикой), ассоциированной с группой $SU(3)$. Согласно Стандартной модели физики частиц создание условий для конфайнмента кварков происходит при энергиях порядка 100 ГэВ , а нарушение симметрии электрослабого взаимодействия — при энергиях порядка 10^3 ГэВ .

Теории объединения фундаментальных взаимодействий предсказывают фазовый переход при энергиях порядка 10^{16} ГэВ , нарушая группу симметрий $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$, ассоциированную с объединенными сильными и электрослабыми взаимодействиями. В теориях объединения константы

связи для каждого из трех фундаментальных взаимодействий становятся единой константой при энергиях порядка 10^{16} ГэВ. При еще более высоких энергиях гравитация также должна быть присоединена к трем объединенным взаимодействиям. Таким образом, ожидается, что вблизи планковских энергий также должен был происходить фазовый переход. Однако в настоящий момент времени нет экспериментальных подтверждений существования суперсимметрии или ассоциированных с ним фазовых переходов.

Теория космологических фазовых переходов, сформулированная в 70-х годах Киржницем и Линде, основывалась на предположении о том, что происходящие в расширяющейся Вселенной при уменьшении температуры переходы есть переходы второго рода. Эти же авторы показали, что учет эффектов более высокого порядка приводит к появлению фазовых переходов первого рода [27], [28]. В работе [7] были исследованы топологические конфигурации, которые могут возникать по мере расширения и охлаждения Вселенной, а также их последующая эволюция.

1.1.2 Механизм Киббла

Механизм Киббла объясняет формирование топологических дефектов в результате космологических фазовых переходов как первого так и второго рода. Механизм работает в рамках теории Большого взрыва, на радиационно-доминированной стадии Вселенной, в модели Фридмана, описывает термальные фазовые переходы на шкалах теории Великого объединения.

Вселенная расширяется и охлаждается ниже критической температуры T_c . При более высоких температурах существует единственное вакуумное состояние симметричной фазы, характеризующееся нулевой величиной среднего значения вакуумного поля Хиггса. При более низких температурах образуется множество вакуумов, и среднее значение поля Хиггса уже не равно нулю. Все минимумы равнозначны, в том смысле, что поле с одинаковой вероятностью может приобрести любое из значений, принадлежащих окружности. Выбор определяется случайными флуктуациями поля. В различных областях пространства-времени, разделенных расстоянием, большим корреляционной длины (ξ), значение поля ϕ различно.

При температурах, близких к критической T_c , поле ϕ за счет термальных флуктуаций может протуннелировать сквозь потенциальный барьер, отделяющий истинный и ложный вакуумы (т.е., фазы с нарушенной и ненарушенной симметриями). Для возможности такого процесса температура не должна опускаться ниже т.н. температуры Гинзбурга, T_G . Области, определяемые величиной корреляционной длины, при $T < T_G$ не меняют свои размеры, становятся «вмороженными». Корреляционная длина, определяющая шкалу флуктуаций поля ϕ , есть комптоновская длинная волны скалярного поля Хиггса: $\xi = m_H^{-1}$. При $T = T_G$ $m_H \sim \lambda T$, где λ – константа

связи теории. Если эта константа мала, $\lambda \ll 1$, то температура Гинзбурга близка к критической температуре, $T_G \sim T_c$. Критическая температура, в свою очередь, есть величина порядка энергии нарушения симметрии (η), и поэтому размер доменной области с корреляционной длиной ξ есть

$$\xi(T_G) \sim (\lambda\eta)^{-1}.$$

Между такими областями не может быть установлено причинно-следственных связей, и они некоррелированы. Каждая область характеризуется своей ориентацией поля Хиггса. На границе контакта таких областей и могут образовываться топологические дефекты различных размерностей, в зависимости от топологии вакуумного многообразия.

Начальный размер зоны, занимаемой топологическим дефектом, сформированным в результате фазового перехода, может быть оценен из формулы, приведенной выше. Поскольку корреляция между соседними областями не может быть установлена со скоростью, быстрее скорости света, то корреляционная длина ξ не может превышать размеров горизонта частиц, т.е. величины $d_{PH} \sim H^{-1} \sim t$ (в естественной системе единиц, $\hbar = c = 1$). Таким образом, средний размер области, в которой $\langle\phi(x)\rangle$ когерентны в любой момент времени, дается величиной корреляционной длины $\xi \leq H^{-1} \sim t$. При температуре Гинзбурга размер горизонта частиц может быть аппроксимирован

$$d_{PH} \sim \frac{M_{Pl}}{T_G^2} \sim \frac{M_{Pl}}{\eta^2}.$$

Таким образом, характерные масштабы длины определяются соответствующими энергиями:

$$\frac{\xi}{d_{PH}} \sim \frac{\eta}{\lambda M_{Pl}},$$

что есть малая величина при малых значениях параметра λ или при энергии η близкой к планковской.

Формирование причинно-связанных областей ограничено температурой Гинзбурга, поэтому корреляционная длина в соответствующий момент времени $\xi(T_G) < t_G$. Для $t > t_g$ величина корреляционной длины будет зависеть от динамики фазового перехода, однако среднее расстояние и шкала расстояний, характеризующие сеть дефектов, всегда остаются ограниченными причинной границей [3].

Если в ранней расширяющейся Вселенной на шкалах, больших, чем хаббловский горизонт частиц, температура падает очень быстро, то причинность препятствует взаимодействию плазмы в адиабатическом режиме. На таких шкалах могут формироваться топологические дефекты с помощью механизма Киббла. Возможные конфигурации топологических дефектов

зависят от топологии вакуумов, то есть, от различных видов нарушения симметрии.

Например, топологические дефекты могут появляться в той теории, где нарушена непрерывная симметрия, такая как локальная (калибровочная) или глобальная симметрия $U(1)$. Локальные и глобальные дефекты обладают различными свойствами, которые в принципе можно различить в наблюдениях. Однако тип топологического дефекта – монополь, струна, доменная стенка, текстура – не зависит от того, локальная или глобальная симметрии нарушены, а определяется только гомотопической группой соответствующего многообразия.

1.1.3 Топологии вакуума

Образование топологических дефектов различных размерностей связано с тем, что многообразие вакуумов теории обладает нетривиальной структурой. Другими словами, отображения N -мерной сферы на пространство вакуумов нетривиально или, в терминах теории групп, гомотопическая группа многообразия вакуумов M [1] не равна 0:

$$\pi_N(M) \neq 0.$$

Каждый элемент группы π_N содержит множество отображений, которые можно перевести одно в другое с помощью непрерывных деформаций.

Если пространство-время обладает размерностью $d + 1$, то оно может содержать топологические дефекты размерности $d - N$: монополи, струны, доменные стенки, а также гибридные дефекты, например, «ожерелья» (монополи и струны) и «ворс» (струны и стенки). В случае струн $N = 1$ и нетривиальность группы $\pi_1(S^1)$ означает существование окружностей, которые нельзя стянуть в точку непрерывным преобразованием.

Рассмотрим полевую теорию с одним комплексным скалярным полем ϕ . Лагранжева плотность для такой теории запишется в виде:

$$L = D^\mu \phi^* D_\mu \phi - V(\phi) = D^\mu \phi^* D_\mu \phi - \lambda \left(\phi^* \phi - \frac{T_c^2}{2} \right)^2.$$

Эта лагранжева плотность инвариантна относительно непрерывной группы $U(1)$ глобальных преобразований поля ϕ :

$$\phi(x) \rightarrow \phi(x) e^{i\alpha}.$$

Потенциал $V(\phi)$ минимален на окружности

$$|\phi| = \frac{T_c}{\sqrt{2}}.$$

Основное состояние характеризуется ненулевой величиной

$$\langle 0|\phi|0\rangle = \frac{T_c}{\sqrt{2}}e^{i\alpha}.$$

Таким образом, вакуумное многообразие обладает одномерным замкнутым путем, который не может быть стянут в точку. Сказанное означает, что группа симметрии теории есть глобальная $U(1)$ -симметрия, которая нарушается. Вакуумное многообразие для такого случая есть $M = U(1)/1 = S^1$, а гомотопическая группа $\pi_1(M) = \mathbb{Z} \neq 1$ – группа классов эквивалентности путей, которые могут быть непрерывно деформируемы один в другой не выходя за пределы многообразия M . В такой теории образуются глобальные космические струны. Конфигурации поля, которые соответствуют струнным решениям, отображают 1-сферу в пространство вакуумов S^1 с нетривиальным числом намоток. Иначе говоря, каждый элемент (или класс эквивалентности) первой гомотопической группы π_1 представляет собой топологически различное решение типа струна. Различие топологий характеризуется числом намоток N , которое есть целое число, подсчитывающее количество намоток между двумя 1-сферами (по направлению хода часов это число считается положительным, в противоположную сторону – отрицательным).

Пусть комплексное поле ϕ проходит один раз по кругу минимума своего потенциала, то есть, $N = 1$. Изменение фазы поля есть 2π , поле имеет форму:

$$\phi \approx \frac{T_c}{\sqrt{2}}e^{i\alpha}.$$

Непрерывность поля ϕ требует существования точки, в которой среднее значение вакуума должно убывать по всем направлениям. Такая точка соответствует так называемому фальшивому вакууму, расположенному в центре поверхности, задающей потенциал. Такой потенциал носит название «сомбреро». Соединяя такие точки, получаемые сечениями трехмерного физического пространства плоскостями, получаем множество таких точек или одномерную область, содержащую энергию фальшивого вакуума. Таким образом, космическая струна есть топологический дефект, образующийся в результате нарушения цилиндрической симметрии. Струна представляет собой одномерную, но экстремально массивную кривую в трехмерном физическом пространстве; каждая точка этой кривой представляет собой конфигурацию комплексного поля ϕ в состоянии фальшивого вакуума.

1.1.4 Глобальные и локальные струны

Глобальные космические струны отличаются по своим свойствам от локальных космических струн. Локальные дефекты (и не только струны) обладают определенным ядром, характеризующимся энергией. Вне ядра поле ϕ не обладает плотностью энергии, и ненулевые градиенты поля компенсируются калибровочными полями A_μ , так что $D_\mu\phi = 0$. Как следствие такой калибровки, плотность энергии локальных струн падает экспоненциально на расстояниях, превышающих корреляционную длину:

$$\xi \sim \left(\frac{T_c}{\sqrt{2}} \right)^{-1}.$$

Таким образом, энергия на единицу длины локальной струны конечна и зависит только от шкалы нарушения симметрии, а не от константы связности λ :

$$\mu \sim \eta^2.$$

Для глобальных космических струн, наоборот, нет калибровочных полей, которые могли бы компенсировать градиенты поля ϕ . В этом случае безмассовые голдстоуновские бозоны, ассоциированные с нарушением глобальной симметрии, порождают дальнедействующие силы. Это приводит к тому, что энергия глобальной струны на единицу длины является бесконечно большой.

Минимальная модель, содержащая локальные (калибровочные) струны, обладает лагранжевой плотностью

$$L = D^\mu \phi^* D_\mu \phi - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} - \lambda \left(\phi^* \phi - \frac{T_c^2}{2} \right)^2,$$

обладающей калибровочной инвариантностью относительно группы $U(1)$. Здесь

$$D_\mu \phi = \partial_\mu \phi - i e A_\mu \phi,$$

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu.$$

Комплексное скалярное поле ϕ и калибровочное поле A_μ инвариантны относительно локальных калибровочных преобразований:

$$\phi \rightarrow \phi e^{i\alpha(x)},$$

$$\phi^* \rightarrow \phi^* e^{-i\alpha(x)},$$

$$A_\mu \rightarrow A_\mu + \frac{1}{e} \partial_\mu \alpha(x).$$

Основное состояние такой модели не является калибровочно инвариантным относительно группы $U(1)$. Множество отличных от нуля вакуумов определяется характерным масштабом энергии

$$|\langle\phi\rangle|^2 = \frac{T_c^2}{2}.$$

Таким образом, минимум потенциала достигается на окружности

$$\langle\phi\rangle = \frac{T_c}{\sqrt{2}} e^{i\alpha(x)},$$

где фаза $\alpha(x) = \arctg(\text{Re}(\phi)/\text{Im}(\phi))$ равномерно распределена в интервале $[0, 2\pi)$.

Если $T \leq T_c$, то симметрия основного состояния нарушается, и в каждой причинно-связанной пространственно-временной области величина фазы фиксируется – система случайным образом переходит в одно из энергетически выгодных состояний. В каждой такой области фазы, очевидно, не коррелируют. В силу однозначности поля ϕ изменение фазы по замкнутому контуру, проходящему через различные причинно несвязанные области, должно быть кратно 2π

$$\Delta\alpha = \oint_c \frac{d\alpha}{d\theta} d\theta = 2\pi N,$$

где θ – азимутальный угол. Если $N \neq 0$, то образуется космическая струна с сохраняющимся топологическим зарядом N (N – число намоток). В силу непрерывности поля ϕ внутри контура изменения фазы поле должно принять нулевое значение. Таким образом, область новой фазы содержит внутри себя область старой «реликтовой» фазы.

Непрерывность поля ϕ гарантирует также конечность энергии струны; струна устойчива, не имеет концов в причинно связанной области пространства-времени – она либо «протыкает» горизонт, либо образует петли. С точки зрения асимптотик полей ϕ и A нет различия в существовании N струн с однократной намоткой или одной струны с N намотками. В зависимости от параметров модели становятся предпочтительными или первый, или второй варианты. Моделирование показывает, что в момент образования струн N близко к единице. Длинные струны имеют тенденцию распрямляться, петли – схлопываться. Моделирование также показывает, что 80% струн – длинные [12]-[14]. Предлагаемые ниже методы поиска космических струн ориентированы на поиск прямых сегментов длинных одиночных струн, как глобальных, так и локальных.

1.1.5 Линейная плотность струны

Основной параметр струны – ее линейная плотность μ :

$$\mu = \frac{dE}{dz}.$$

Для рассматриваемого лагранжиана

$$\mu = \int d^2x \left\{ D_i \phi^* D_i \phi - \frac{1}{4} F_{ij}^2 + \lambda \left(\phi^* \phi - \frac{T_c^2}{2} \right)^2 \right\} = \pi T_c^2.$$

Для удобства вводят безразмерный параметр:

$$G\mu \propto (T_c/M_{Pl})^2.$$

Для наиболее реалистичных космических струн, с энергиями порядка $10^{15} \div 10^{16}$, величина

$$G\mu \propto 10^{-7} \div 10^{-6}.$$

Удобно также оценить линейную плотность струны с помощью параметра $\mu_6 \approx 0.1 \div 1$ [5] как $\mu = 1.35 \times 10^{21} \mu_{6\text{кг}} \cdot \text{м}^{-1} = 2.09 \times 10^7 \mu_6 M_{\odot \text{пк}}^{-1}$.

Важно отметить различия возможных наблюдательных проявлений глобальных и локальных космических струн. Несмотря на схожесть определяющих свойств, эволюции таких объектов могут отличаться.

1.1.6 Сети струн

Эволюция космических струн лучше всего прослеживается при моделировании сетей таких объектов.

Отметим, что сеть глобальных космических струн может быть сформирована также не только посредством механизма Киббла, но и во время так называемых переходов Пеццей-Куина. Это аксиальная $U(1)$ -симметрия, которая вращает фазы лево- и правоориентированных фермионов в противоположных направлениях. Симметрия Пеццей-Куина нарушается при энергиях $\approx 10^{19}$ ГэВ. При этом образуется безмассовый псевдоголдстоуновский бозон – аксион. Получаемая сеть струн носит название «аксионной». Эта сеть распадается на аксионный фон в результате излучения. При низких температурах (например, энергиях фазового перехода квантовой хромодинамики) аксион может обладать некоторой массой, что делает его кандидатом на роль холодной тёмной материи.

Сеть струн характеризуется своей шкалой $\xi(T_G) \sim (\lambda\eta)^{-1}$. Эволюция сети управляется следующими факторами:

- натяжением,

- силами трения между струнами и окружающим веществом,
- хаббловским расширением,
- особенностями взаимодействия при взаимопересечениях и самопересечениях,
- механизмами потери энергии (например, излучением гравитационных волн или голдстоуновских бозонов).

Поскольку хаббловское расширение разрежает окружающее вещество, то силы трения между веществом и струнами шкал энергий порядка теории Великого объединения важны только на коротком промежутке времени. Доминирующими факторами контроля поведения сети струн являются:

- натяжение,
- хаббловское расширение,
- пересечения.

Натяжение

$$G\mu \sim \frac{T_c^2}{M_{Pl}^2} \sim \frac{\eta^2}{M_{Pl}^2}$$

определяет силу гравитационных взаимодействий струн и особенно важно для поиска наблюдательных проявлений таких объектов.

Рассмотрим формирование сети струн в простейшей калибровочной теории $U(1)$. После образующего струны фазового перехода, струны обладают натяжением, меньшим η^2 на множитель $1 - T^2/T_c^2$. Сразу же после рождения (во Вселенной на стадии доминирования излучения), движение струн сильно подавлено за счет комбинированного эффекта хаббловского расширения и сил трения, ассоциированных со взаимодействием с окружающими частицами, обладающими высокой плотностью фонового излучения. Плотность энергии окружающего вещества ρ и тип взаимодействий между частицами и струной, определяющийся сечением рассеяния σ , определяют масштаб действия трения:

$$l_{friction} = \frac{\mu\sigma}{\rho}.$$

Хаббловским расширением можно пренебречь при рассмотрении коротких волн, сравнимых с хаббловской длиной. Трение также пренебрежимо мало при $T \ll T_c^2/M_{Pl}$. Трение влияет на раннюю эволюцию сети струн только во время переходного периода. Вблизи значений критической температуры T_c , $l_{friction} \sim \mu/T^3 \sim 1/T \sim t^{3/2}$, и корреляционная длина ξ сети

струн растет быстрее, чем размер горизонта частиц, пропорциональный t , в радиационно-доминированную эпоху, $\xi \sim t^{5/4}$. В некоторый момент времени, соответствующий равенству температуры ее критическому значению, $T = T_* \sim T_c^2/M_{Pl}$, все величины $l_{friction}, \xi, t$ становятся одного порядка. При падении температуры много ниже критической сеть струн начинает эволюционировать свободно, достигая релятивистских скоростей [3, 29].

Компоненты сети космических струн — бесконечные струны и замкнутые петли — для удобства обработки можно подразделить на:

- длинные струны, в число которых входят как бесконечные струны, так и большие петли с радиусом, много большим размера горизонта частиц (или большим среднего расстояния между струнами, поскольку типичный радиус кривизны струн совпадает с типичным расстоянием между двумя уходящими за горизонт длинными струнами),
- замкнутые петли, целиком лежащие внутри горизонта (образующиеся в результате эволюции длинных струн).

Любые петли, большие размера горизонта, эволюционируют точно так же как и длинные струны. Они фрагментируются, распадаются на более мелкие петли. Этот процесс предпочтительнее гравитационного излучения. В реалистичных космологических струнных сетях ожидается наличие только небольшой части петель, размеры которых больше горизонта. Согласно численным моделям, большая часть формирующихся петель будет обладать размером, гораздо меньшим размера горизонта [13, 14, 16].

В отличие от одиночной космической струны, сеть таких объектов характеризуется больше чем одним параметром:

- среднее расстояние между струнами сети, ξ (шкала плотности энергии),
- корреляционная длина ξ' вдоль движущихся налево (или направо) струн, т.е. расстояние, больше которого направления вдоль струны не коррелируют,
- шкала длины ζ , определяемая мелкомасштабной структурой струны (расстояние между кинками, т.е. расстояние между точками разрыва направления касательного к струне вектора).

Численные моделирования показывают, что первые две длины обладают схожим масштабным поведением и есть величины одного порядка. Типичное расстояние между кинками гораздо меньше ξ' . Для наблюдательного поиска космических струн важны только крупномасштабные параметры, поэтому используется модель одного параметра, длины L (которая

может быть выбрана как ξ , так и ξ'). Таким образом, внутри любого объема L^3 содержится в среднем струна длины L . Это означает, что плотность длинных струн берется в виде:

$$\rho_{LS} = \frac{\mu}{L^2}.$$

Длинные струны совершают броуновское движение с шагом L .

Рассмотрим струны энергий теории Великого объединения. Их эволюция в радиационно-доминированную эпоху (после переходного периода, в котором были значимыми эффекты трения) могла бы привести к современной Вселенной, доминированной струнами, что не подтверждается наблюдениями. Действительно, полная плотность энергии Вселенной в радиационно-доминированную эпоху есть

$$\rho_{total} = \frac{3}{32\pi G t^2}.$$

Длина L никогда не превосходит размера горизонта частиц $d_{PH} = 2t$, поэтому доля полной плотности энергии, соответствующая струнам

$$\frac{\rho_{LS}}{\rho_{total}} = \frac{8\pi}{3} \gamma^2 G \mu$$

доминировала бы над фоновой энергией. Таким образом, L должна оставаться постоянной долей размера горизонта частиц, то есть быть масштабно-инвариантной, иначе сеть струн стала бы обладать слишком большой энергией. Существуют и механизмы потери энергии струнами: растяжение струн за счет хаббловского расширения, пересечения струн, рождение и распад петель. Интенсивность указанных процессов зависит от шкалы L .

Петли могут рождаться в результате самопересечений бесконечно длинных струн, а также в результате взаимодействия двух струн: их слияния в двух точках с последующим обменом сегментами. Поскольку струны обладают натяжением, то рожденные петли стремятся схлопнуться в точку, осциллируя и излучая гравитационные волны. Когда петли находятся в завершающей стадии своей эволюции, то есть, когда их радиус близок к толщине струны, они излучают частицы, которые можно ассоциировать с космическими лучами.

Образование маленьких петель может также быть и результатом фрагментации больших петель, с радиусами порядка горизонта частиц. Результирующая популяция мелких петель может оставаться устойчивой, а может излучать и сворачиваться в точки. Если размер петель близок к толщине самой струны, то преобладающим механизмом потери энергии сетью будет излучение частиц. Если же петли будут больше характерной толщины

струны, то преобладающим механизмом потери энергии будет гравитационное излучение.

1.1.7 Космические струны как инструмент проверки многомерных теорий

Исследования последних лет [5, 6, 30, 31, 32] выявили глубокие теоретические связи между топологическими космическими струнами и теорией фундаментальных суперструн, которые в настоящее время являются наиболее многообещающим кандидатами для построения материи и объединения всех типов физических взаимодействий. Такая связь стала возможной с помощью механизмов понижения энергии струн фундаментальной теории.

Линейная плотность струн пропорциональна квадрату температуры соответствующего фазового перехода. Для космических струн:

$$G\mu \leq 10^{-6}.$$

Для суперструн

$$\mu \propto M_s^2,$$

$$G\mu = \frac{M_s^2}{M_{Pl}^2} \approx 1.$$

В моделях с некомпактными дополнительными измерениями энергетическая шкала суперструн может быть понижена:

$$M_s \ll M_{Pl},$$

что приводит к

$$G\mu \ll 1.$$

В моделях с большим пятым измерением (модель четырехмерной браны и пространства дополнительных измерений т.н. «балка») энергия суперструны может также быть понижена за счет того, что струна передает часть энергии в балк:

$$M_s \propto M_{Pl}, \mu_{eff} = F(y)\mu,$$

где $F(y)$ – функция пятого измерения

$$ds^2 = F(y)\nu_{\mu\nu}dx^\mu dx^\nu + ds_y^2.$$

Если $F(y) \ll 1$, то $G\mu_{eff} \ll 1$.

Нетопологические суперструны (т.н. F- и D-струны) могли бы образовываться в ранней Вселенной. Наблюдения таких объектов могли бы послужить основным способом для изучения фундаментальных суперструн. Такие объекты предсказываются в новейших моделях с некомпактными дополнительными измерениями (процесс аннигиляции браны и антибраны), а также в широком классе инфляционных космологических моделей. За последние несколько лет было установлено, что существует обширное семейство космических струн, различающиеся своими свойствами, которые напрямую зависят от геометрии дополнительных компактифицированных измерений теории суперструн.

Как известно, ключевая проблема современных многомерных теорий состоит в том, что не представляется возможным отдать предпочтение той или иной теории – таким образом, только наблюдательные факты, такие, как обнаружение космических струн, смогли бы отсеять нереалистичные теории и вывести на принципиально новый уровень современную физику элементарных частиц. Кроме того, открытие космических струн дало бы информацию о составе реликтовой тёмной энергии ранней Вселенной, что позволило бы активно продвинуться в понимании причин современного ускоренного расширения Вселенной, определяемой тёмной энергией неизвестного пока вида.

Среди всех возможных типов топологических дефектов, только струны естественным образом возникают в подавляющем большинстве реалистичных моделей ранней Вселенной. Космические струны могут существовать в широком диапазоне масс: от энергий теории Великого объединения до электрослабой теории.

1.2 Тёмная энергия в современную эпоху и статус ее исследования

1.2.1 Открытие тёмной энергии и современные методы ее исследования

Выявить наличие ускоренного расширения нашей Вселенной удалось с помощью сверхновых типа Ia [33] - [34]. Коротко остановимся на их основных свойствах. Их кривые блеска носят универсальный характер, что означает одинаковость свойств этих звезд, находящихся на любом космологическом расстоянии, доступном наблюдениям, в том числе, и для больших красных смещений. Кроме того, вспышки этих звезд происходят с достаточной регулярностью для обеспечения необходимой статистики. Светимость сверхновых типа Ia в максимуме блеска постоянная с точностью до вари-

аций, зависящих от скорости спада звездной величины после максимуму (эффект Псковского-Филлипса). Малые вариации в абсолютной звездной величине (-19.2) коррелируют с временем нарастания и снижения блеска звезды. Светимость в максимуме измеряется с точностью до 0.1 звездной величины. Указанные свойства позволяют использовать сверхновые типа Ia как индикаторы расстояния до космологических объектов, а также для измерения ее кинетических свойств [35] - [37].

Двумя независимыми группами – *The Supernova Cosmology Project* под руководством С. Перлмуттера [38] - [39] и *High- z Supernova Search Team* под руководством А.Г. Рисса [40] - [41] – было проведено сравнение наблюдения сверхновых типа Ia с соответствующими теоретическими предсказаниями [2]:

$$d(z) = a_0 r(z)(1+z) = \frac{1+z}{H_0 \Omega_K^{1/2}} \times \sinh \left[\Omega_K^{1/2} \int_{1/(1+z)}^1 \frac{dx}{x^2 \sqrt{\Omega_\Lambda + \Omega_K x^{-2} + \Omega_m x - 3 + \Omega_R x - 4}} \right],$$

где a_0 – масштабный фактор в современный момент времени, H_0 – параметр Хаббла в современный момент времени, Ω_{Λ} , Ω_K , Ω_m и Ω_R – вклады в полную плотность от тёмной энергии в виде Λ -члена, кривизны, материи и излучения соответственно.

Группа *The Supernova Cosmology Project* анализировала связи между видимой яркости и красного смещения для 42 сверхновых типа Ia. Красные смещения изменялись в диапазоне: $0.18 \leq z \leq 0.83$. Исследования проводились совместно с анализом более близких сверхновых, с $z < 0.1$ [38]. основные результаты таковы. На уровне значимости 99% имеющиеся наблюдательные данные исключают равенство нулю вклада Λ -члена в общую плотность Вселенной. Исключен также и случай $\Omega_\Lambda < 0$. Другими словами, наличие тёмной энергии доказано с высокой точностью. Если, для определенности, зафиксировать малые параметры $\Omega_K = \Omega_R = 0$, т.е. $\Omega_\Lambda + \Omega_m = 1$, то наблюдательные данные дают:

$$\Omega_m = 0.28^{+0.09+0.05}_{-0.08-0.04},$$

где первое число сверху и снизу означает, соответственно, верхнюю и нижнюю статистические ошибки, а второе число сверху и снизу – выявленные систематические ошибки, верхние и нижние соответственно.

Результат не зависит от величины параметра Хаббла, то есть, от калибровки связи абсолютной светимости и временной шкалы.

Для $\Omega_m = 0.28$ и $\Omega_\Lambda = 1 - \Omega_m$ параметр замедления, определяемый уравнением [2]

$$q_0 = \frac{4\pi G(3p_0 + \rho_0)}{3H_0^2} = \frac{1}{2}(\Omega_m - 2\Omega_\Lambda + 2\Omega_R) = -0.58$$

становится значимо отрицательным, что означает наличие ускоренного расширения.

Вторая независимая группа исследователей, *High-z Supernova Search Team*, изучала 16 сверхновых типа Ia, обладающих большими красными смещениями: $0.16 < z < 0.97$, а также две сверхновые из данных *The Supernova Cosmology Project* и 34 близких сверхновых из данных других исследователей. Было показано, что на уровне значимости 99.7% $\Omega_\Lambda > 0$, без всяких априорных предположений о величине кривизны.

Обе группы полагают, что полученные результаты особенно чувствительны к линейной комбинации параметром плотности Ω_m и Ω_Λ , давая $0.8\Omega_m - 0.6\Omega_\Lambda$ для группы *The Supernova Cosmology Project* и $\Omega_m - \Omega_\Lambda$ или $1.4\Omega_m - \Omega_\Lambda$ для группы *High-z Supernova Search Team*. Знак "минус" в этой линейной комбинации означает, что энергия вещества и вакуума вносят противоположные эффекты: вещество приводит к замедлению расширения за счет гравитационных сил притяжения, а положительная вакуумная энергия обеспечивает ускоренное расширение, причем, в силу отрицательности линейной комбинации, вклад тёмной энергии превалирует. Ее давление $p \approx -\rho$.

Важная особенность, обнаруженная при анализе данных, заключается в том, что $\Omega_\Lambda > \Omega_m$, то есть видимая светимость сверхновых типа Ia падает с ростом красного смещения быстрее, чем это бы ожидалось во Вселенной Эйнштейна - Де Ситтера, в которой $\Omega_m = 1$ и $\Omega_\Lambda = 0$.

Так, для доминированной вакуумом плоской модели с $\Omega_\Lambda = 1$ и $\Omega_K = \Omega_m = \Omega_R = 0$ [38]

$$d(z) = \frac{z + z^2}{H_0}.$$

Для модели пустой Вселенной с $\Omega_K = 1$ и $\Omega_\Lambda = \Omega_m = \Omega_R = 0$

$$d(z) = \frac{z + z^2/2}{H_0}.$$

При наличии вакуумной энергии расстояние растет. Дополнительные исследования сверхновых для еще более высоких значений красных смещений, $z > 1.25$ также подтвердили, что во Вселенной имела место смена замедленного расширения на ускоренное, когда тёмная энергия (плотность которой меняется медленнее плотности обычного вещества, а также может оставаться постоянной или даже расти) начинает преобладать над обычным веществом (светящееся вещество и тёмная материя) [42] - [44].

Подчеркнем, что интерпретация наблюдаемого ускоренного расширения Вселенной допускает наличие как космологической постоянной (Λ -члена), так и не запрещает переменности плотности тёмной энергии.

1.2.2 Современные теоретические модели тёмной энергии

Если принять во внимание, что плотность тёмной энергии не постоянная, то для удобства ее анализа принято вводить отношение давления к плотности как

$$\frac{p}{\rho} = w.$$

Кроме случая постоянной плотности вакуумной энергии, когда $w = -1$, нет ограничений полагать, что параметр w не зависит от времени. Однако в наиболее широко используемых космологических моделях этот параметр полагается постоянным, но отличным от "минус 1". Поскольку плотность тёмной энергии, а также плотность кривизны неотрицательны, то расширение Вселенной будет продолжаться, производная масштабного фактора по времени будет всегда положительной. Если параметр w отрицателен (что показывают данные по сверхновым), то плотность энергии излучения и вещества со временем станут пренебрежимо малы по сравнению с плотностью тёмной энергии. Для $w < -1/3$ вклад кривизны также становится несущественным для эволюции Вселенной. Однако при $w < -1$ – разновидность тёмной энергии, называемой фантомной энергией – масштабный фактор становится бесконечным на конечном промежутке времени (эволюция масштабного фактора для различных значений параметра w будет рассмотрена в Главе 5.). Плотность фантомной энергии растет с расширением. Если плотность тёмной энергии падает с расширением, то такая тёмная энергия называется квинтэссенцией.

1.2.3 Исследование зависимости тёмной энергии от времени по наблюдениям сверхновых

Для изучения зависимости тёмной энергии от времени использовались данные пяти лет наблюдений сверхновых, *The Supernova Legacy Survey*, которые были начаты в 2003-м году на телескопе *Mauna Kea* [45]. В конце первого года наблюдений были обнаружены 71 сверхновая звезда типа Ia, что привело следующим оценкам на плотность материи:

$$\Omega_m = 0.263 \pm 0.042(stat) \pm 0.032(sys),$$

а также

$$w = -1.023 \pm 0.09(stat) \pm 0.054(sys).$$

Комбинирование с результатами других исследовательских групп [46] дало

$$\Omega_m = 0.267^{+0.028}_{-0.018}(stat, 1\sigma),$$

$$w = -1.17 \pm 0.09(stat, 1\sigma) \pm 0.13(sys).$$

1.2.4 Космологические тесты по поиску современной тёмной энергии

1.2.4.1 Анизотропия микроволнового реликтового излучения, индуцированная флуктуациями тёмной энергии

Фантомная тёмная энергия, для которой $w < -1$ нарушает нулевое энергетическое условие, которое означает наличие в модели неустойчивостей (плотность энергии покоя вещества оказывается меньше абсолютного значения его давления). Например, в простейшей модели скалярного поля с противоположным знаком кинетического члена [21] возникают духи (состояния с отрицательной энергией) для высоких пространственных моментов, что приводит к развитию вакуумных неустойчивостей. Тем не менее, в космологических моделях с фантомной энергией, нарушающих лоренц-инвариантность, нарушение нулевого энергетического условия на космологических масштабах (связанных с тем свойством, что $w < -1$ для пространственно однородного фантомного поля) не обязательно ведет к появлению неустойчивостей на малых пространственных масштабах. Таким образом, теории с фантомной тёмной энергией, нарушающие лоренц-инвариантность, имеют право на существование. Такие модели были рассмотрены в работах [47], [48], [49], [50], а также [51] – [52]. Свойство одной из таких моделей (см. [49], [50]) заключается в том, что в возмущенном над однородным фантомным полем спектре присутствует тахионная мода. Эта мода проявляет себя только на достаточно малых пространственных моментах импульса. Таким образом, временная шкала тахионных неустойчивостей может быть сравнима с возрастом нашей Вселенной, что не противоречит имеющимся наблюдательным данным.

Существование тахионных мод на низких пространственных моментах импульса есть общее свойство всех фантомных моделей, и именно таким образом может происходить нарушение нулевого энергетического условия. Интересны возможные наблюдательные следствия таких моделей и их сравнение с реальными наблюдательными данными.

Далее будет рассмотрено возможное влияние таких возмущений на анизотропию фонового космического микроволнового излучения (далее CMBR). Исследуются модели с лоренц-нарушающим дисперсионным соотношением и с лоренц-инвариантным дисперсионным соотношением.

Анализ дисперсионных соотношений

В случае нарушения лоренц-инвариантности дисперсионного соотношения можно параметризовать его следующим образом:

$$\omega^2 = \alpha |\mathbf{p}|(M - |\mathbf{p}|), \quad (1.2.1)$$

где α – постоянный параметр, M – масса тахиона, также являющаяся по-

стоянным параметром модели, а $|\mathbf{p}|$ – физический пространственный момент импульса. Положительные значения ω^2 соответствуют экспоненциальному росту возмущений, а при отрицательных значениях ω^2 наступает осциллирующий режим. Таким образом, физический смысл параметра M заключается в том, что он представляет собой величину импульса, ниже которого мода вступает в тахионный режим. Для каждого выбранного α параметр M определяет также временную шкалу образующейся неустойчивости. Параметризация (1.2.1) выбрана согласно работам [49], [50], где схожее дисперсионное соотношение было получено для частного случая модели с фантомной энергией.

Данное исследование обобщает полученные ранее теоретические результаты, а также впервые выводит их на наблюдательный уровень.

Дисперсионное соотношение для лоренц-инвариантной тахионной моды может быть параметризовано аналогичным образом:

$$\omega^2 = M^2 - |\mathbf{p}|^2, \quad (1.2.2)$$

где M – масса тахиона, физический смысл которой также заключается в том, что ниже этого значения модель становится неустойчивой, а M^{-1} – характерная временная шкала образующейся неустойчивости.

Важное отличие моделей (1.2.2) и (1.2.1) заключается в том, что в случае (1.2.2) ”частота” ω не обращается в ноль при $|\mathbf{p}| = 0$ и монотонно убывает с ростом $|\mathbf{p}|$, в то время как в соотношении (1.2.1) эта ”частота” равна нулю при $|\mathbf{p}| = 0$ и обладает максимумом при конечном $|\mathbf{p}|$. Указанные свойства приводят качественно разным вкладам тахионных возмущений в анизотропию CMBR.

В космологическом контексте дисперсионные соотношения (1.2.1) – (1.2.2) принимают вид

$$\omega^2(t) = \alpha \frac{k}{a(t)} \left(M - \frac{k}{a(t)} \right), \quad \omega^2(t) = M^2 - \frac{k^2}{a^2(t)}$$

соответственно, где k – не зависящий от времени конформный импульс, а $a(t)$ – масштабный фактор.

При $t > H_0$, где H_0 – современное значение параметра Хаббла, тахионные моды в обеих моделях начинают испытывать экспоненциальный рост в космологическую эпоху, предшествующую современной [50].

Рост амплитуды флуктуаций фантомной энергии сопровождается экспоненциальным ростом соответствующих гравитационных потенциалов, ге-

нерируемых этими флуктуациями [53]:

$$\begin{aligned}\Phi(t, \mathbf{x}) &= \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int d\mathbf{k} \Phi(t, \mathbf{k}) e^{i\mathbf{k}\mathbf{x}} + \text{э.с.} \\ \Phi(t, \mathbf{k}) &= A(\mathbf{k}) \exp \left(\int_{t_k}^t \omega(t') dt' \right),\end{aligned}\tag{1.2.3}$$

где $A(\mathbf{k})$ — амплитуда первичных вакуумных флуктуаций на моде с конформным моментом $\mathbf{k}$ в момент t_k начала усиления этой моды, $\omega(t)$ — частота соответствующей моды. Оценка амплитуды $A(k)$ будет приведена ниже.

Важно заметить, что гравитационный потенциал (1.2.3) связан не с распределением видимого вещества, а с распределением флуктуаций тёмной энергии.

Вычисление величин мультиполей реликтового излучения, генерируемых гравитационными потенциалами (1.2.3) показало, что поведение гравитационного потенциала (1.2.3) резко выделяет модели с тахионными модами среди других космологических моделей.

В случае лоренц-нарушающего дисперсионного соотношения обсуждаемый механизм генерации анизотропии CMBR дает вклад, отличный от вклада классических скалярных адиабатических возмущений плотности, генерируемых на инфляционной стадии (см. [54], [55], [56]).

Следствием вклада тахионных возмущений являются потенциально наблюдаемые особенности в спектре анизотропии CMBR в области низких мультиполей. С другой стороны, имеются указания на то, что в наблюдаемом спектре есть отклонения от предсказаний, основанных на стандартном представлении об адиабатических начальных возмущениях со спектром, близком к спектру Харрисона–Зельдовича [18], [57]. Модели с тахионной неустойчивостью можно использовать для объяснения этих отклонений, что является альтернативой другим объяснениям.

Рассматривался вклад в анизотропию CMBR на поздних космологических эпохах ($z \sim 0.05$, $a \sim 0.95$), когда индуцированный тахионным полем гравитационный потенциал имел наблюдательные характеристики. Другими словами, единственный эффект, который мог быть ответственным за этот вклад, есть интегральный эффект Сакса-Вольфа [58]:

$$\Theta(\mathbf{n}) = 2 \int_0^{\eta_0} d\eta \frac{\partial \Phi(\eta, \mathbf{x})}{\partial \eta}$$

при $\mathbf{x} = \mathbf{n}(\eta_0 - \eta)$, где η_0 есть современный момент времени.

Сравнение с наблюдательными данными

Было проведено сравнение полученных амплитуд с наблюдательными данными с целью обнаружения возможного вклада тахионных флуктуаций в наблюдаемый спектр анизотропии наряду с адиабатическими скалярными возмущениями.

С помощью пакета CMBFast [59], был вычислен угловой спектр, генерируемый адиабатическими скалярными возмущениями для различных значений спектрального индекса n_s ($0.8 \leq n_s \leq 1.5$) в рамках Стандартной космологической модели: параметр Хаббла $H_0 = 72$ км/сек/Мпк, доля барионной и холодной тёмной материи $\Omega_m = 0.27$, горячей тёмной материи нет, вклад тёмной энергии есть полностью вклад тёмной энергии с Λ -членом $\Omega_\Lambda = 0.73$, обилие He^4 $Y = 0.24$, количество сортов безмассовых нейтрино $N_\nu = 3$, тензорные возмущения отсутствуют.

Было показано, что включение этого вклада несколько улучшает согласие между теорией и наблюдениями. Интересно заметить, что значение спектрального индекса превысило единицу для некоторых значений параметров модели (в других работах это значение полагалось меньше единицы, $n_s = 0.96$, [60]). Однако это улучшение оказалось статистически не значимо.

Сравнивались два низших мультиполя: наблюдаемый диполь $d = 3.358 \pm 0.017$ мК [61] и квадруполь и соответствующими модельными величинами. Для получения ограничения на параметр M как лоренц-инвариантного, так и лоренц-неинвариантного случаев, не делалось априорных предположений, что дипольная анизотропия определяется движением Земли.

Проведенный анализ приводит лишь к верхним ограничениям на амплитуду тахионных возмущений, которые и являются основным результатом данного раздела, посвященного исследованию возможных наблюдательных свойств тёмной энергии фантомного типа.

Тахионные возмущения дают вклад только в самые низкие мультиполи. Интересная особенность их вклада в адиабатические скалярные возмущения заключается в том, что они могут давать вклад в наблюдаемую дипольную составляющую анизотропии CMBR и одновременно с этим быть согласованными с данными для более высоких мультиполей.

Такой результат является альтернативным предложенным ранее моделям для объяснения большой дипольной компоненты в анизотропии CMBR [62] – [69].

Основной вывод заключается в том, что фантомная энергия с тахионом если и существует во Вселенной, то вклад ее флуктуаций в анизотропию реликтового излучения мал, существенно ниже текущей точности наблюдаемой анизотропии.

Флуктуации фантомной энергии дают вклад в анизотропию реликтового излучения только посредством интегрального эффекта Сакса-Вольфа;

спектр создаваемой анизотропии имеет четко выраженный максимум, положение которого совпадает с дипольной гармоникой в спектре анизотропии реликтового излучения. Квадрупольная гармоника меньше дипольной примерно в тысячу раз, а октупольная меньше квадрупольной тоже в тысячу раз. Поэтому ограничения на амплитуду тахионных флуктуаций можно делать только по дипольной и квадрупольной гармонике.

Нетривиальным выводом этой работы является тот факт, что могут существовать возмущения скалярной компоненты гравитационного поля, не связанные с возмущениями плотности, которые естественным образом генерируют дипольную гармонику примерно в тысячу раз больше по амплитуде остальных гармоник.

1.2.4.2 Исследование спектра угловых скоростей внегалактических источников

В современной космологии большой интерес представляет поиск независимых космологических тестов, способных выявить наличие тёмной энергии. В диссертационной работе предложен тест, основанный на изучении спектра скоростей видимых угловых перемещений внегалактических источников (Глава 5). Современная высокая точность наблюдательных данных в совокупности с большими периодами времени их накопления впервые предоставляют возможность решать космологические задачи с помощью методов астрометрии (построение высокоточных каталогов и систем отсчета, основанных на внегалактических источниках), а также делают актуальным исследование тёмной энергии для прикладных задач современной космической навигации.

Глава 2

Обзор и развитие методов поиска космических струн

Топологические дефекты пространства-времени – космические струны – исследуются в теоретической физике уже несколько десятилетий, хотя они до сих пор и не найдены. Тем не менее, многие ученые полагают, что космические струны должны существовать во Вселенной, (см. [5, 6] и ссылки в этих работах).

Поиск космических струн был предпринят неоднократно, но ни в одном из этих исследований такой объект не был обнаружен.

Методы поиска космических струн основаны на ее особых свойствах, отличных от всех известных типов небесных тел, [9, 70]. При рассмотрении реальной космологической модели Фридмана, а также нескольких струн качественный характер этих свойств сохранится.

Прямая космическая струна не обладает гравитационным полем. Тем не менее, наличие разреза делает возможным формирование гравитационно-линзовых изображений фоновых по отношению к струне источников. Двигаясь по прямым линиям, лучи света от фонового источника, огибают вершину конуса, формируя изображения. Существенная одномерность космической струны диктует ряд специальных свойств для таких изображений. Одномерность струны проявляет себя уникальным образом и при исследовании анизотропии реликтового излучения, которую может генерировать движущаяся космическая струна.

Струна характеризуется дефицитом угла $\Delta\theta$, который определяется линейной плотностью струны

$$\Delta\theta = 8\pi G\mu.$$

Всюду, за исключением вершины конуса, пространство является эвклидовым (см. Рис. (2.1)).

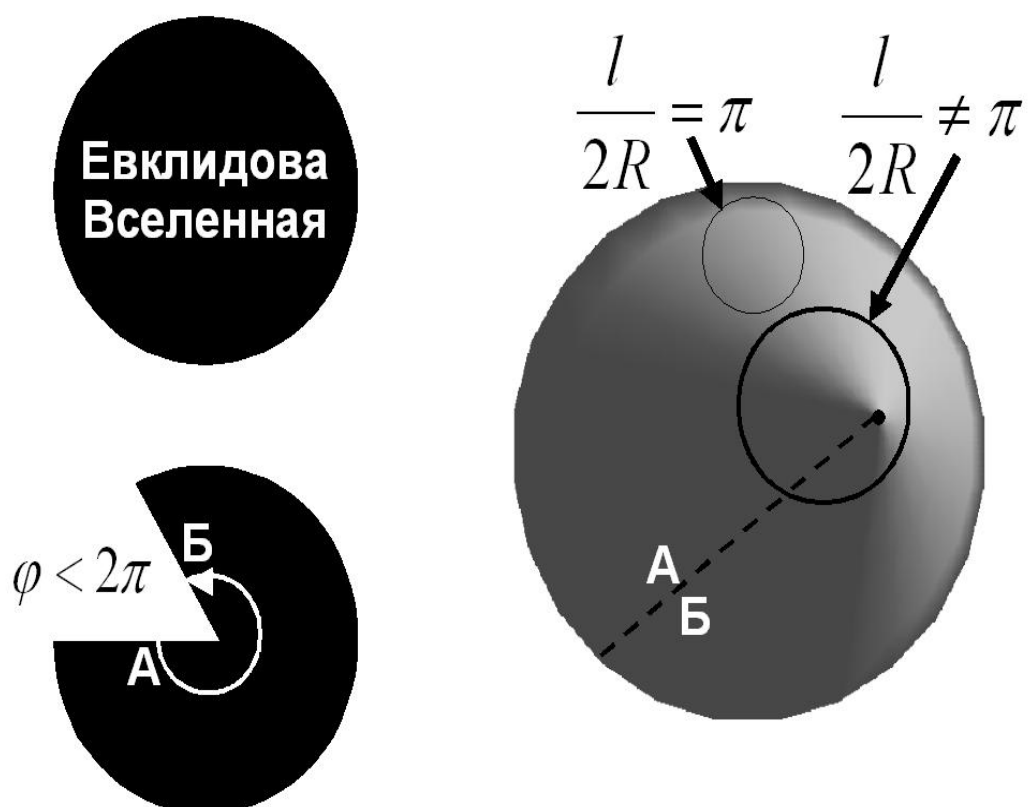


Рис. 2.1. Иллюстрация формирования конической Вселенной при наличии одиночной космической струны

Существует несколько методов наблюдательного поиска космических струн, которые можно условно разделить на три части. Первый метод — это поиски струн по оптическим обзорам. Метод заключается в поиске характерных гравитационно-линзовых событий, возникающих при линзировании фоновых источников (преимущественно, галактик) на струнах. Второй метод — исследование структуры анизотропии реликтового излучения, индуцируемой струнами, а также определение характерных амплитуд этих структур. Третий метод заключается в поиске большого числа маловероятных и модельно зависимых проявлений струн, например: излучение гравитационных волн от петель струн, взаимодействие струны с черной дырой, распад излучаемых струной тяжелых частиц, взаимодействия двух и более струн. Только первые два метода универсальны для всех типов струн.

Последние данные по анизотропии реликтового излучения исключают космические струны как источник первичных возмущений плотности, но не запрещают их существования. Используемые ранее статистические методы анализа анизотропии реликтового излучения позволяют выявлять струны, дающие анизотропию не меньше $100\mu\text{K}$; данными методами струны не найдены. Выборочные (оптические каталоги, покрывающие $1/6$ часть небесной сферы) поиски событий гравитационного линзирования для дефицита угла струны не меньше $2''$ результатов не дали.

2.1 Эффект гравитационного линзирования на космической струне

Рассмотрим теорию гравитационного линзирования точечных и протяженных источников на космической струне и возникающие при этом особенности.

2.1.1 Гравитационное линзирование точечного источника на космической струне

По аналогии с моделированием классических событий гравитационного линзирования [126], зададим три параллельные плоскости: $\{\xi, \eta\}$ — плоскость точечного источника I , $\{x, y\}$ — плоскость струны-линзы и плоскость наблюдателя. Пусть R_g — расстояние между плоскостями наблюдателя и источника, R_s — расстояние между плоскостями наблюдателя и линзы. Начало отсчета на каждой плоскости находится на линии, проходящей через наблюдателя перпендикулярно всем трем плоскостям [71].

Если источник I находится в полосе

$$\delta\theta = \Delta\theta \frac{R_g - R_s}{R_g}, \quad (2.1.1)$$

где

$$\Delta\theta = 8\pi G\mu, \quad (2.1.2)$$

причем для простоты расчетов полагается, что струна расположена перпендикулярно лучу зрения, то в плоскости струны-линзы формируется два изображения, отстоящие от начала отсчета на физические расстояния D_ψ и D_ϕ .

В зависимости от относительного положения струны и фонового источника, наблюдатель будет видеть одно или два изображения в плоскости струны. В эвклидовом пространстве это означает, что наблюдатель теперь состоит из двух точек, А и В (см. Рис. (2.3)).

Задача гравитационного линзирования точечного источника заключается в нахождении расстояний D_ψ и D_ϕ как функций положения источника I в плоскости $\{\xi, \eta\}$, дефицита угла $\Delta\theta$ и расстояний между плоскостями R_g и R_s . Если дефицит угла мал, то

$$\phi + \psi \approx \Delta\theta \left(1 - \frac{R_s}{R_g}\right).$$

Углы ψ и ϕ определяются из соотношений

$$\begin{aligned} \psi &= \frac{1}{2} \left(\frac{2\xi}{R_g} + \Delta\theta \frac{R_g - R_s}{R_g} \right), \\ \phi &= \frac{1}{2} \left(-\frac{2\xi}{R_g} + \Delta\theta \frac{R_g - R_s}{R_g} \right). \end{aligned}$$

Полоса, в которой источник испытывает линзирование (в плоскости источника, см. Рис. (2.2)):

$$s = \Delta\theta(R_g - R_s).$$

Если опустить члены второго порядка малости, то физические расстояния определяются как

$$\begin{aligned} D_\psi &= R_s \psi, \\ D_\phi &= R_s \phi. \end{aligned}$$

Уравнение линзы определится из следующих соотношений:

$$x_1 = \frac{R_s}{R_g} \left(\xi_s + \frac{s}{2} \right), \quad y_1 = \frac{R_s}{R_g} \eta_s \quad (2.1.3)$$

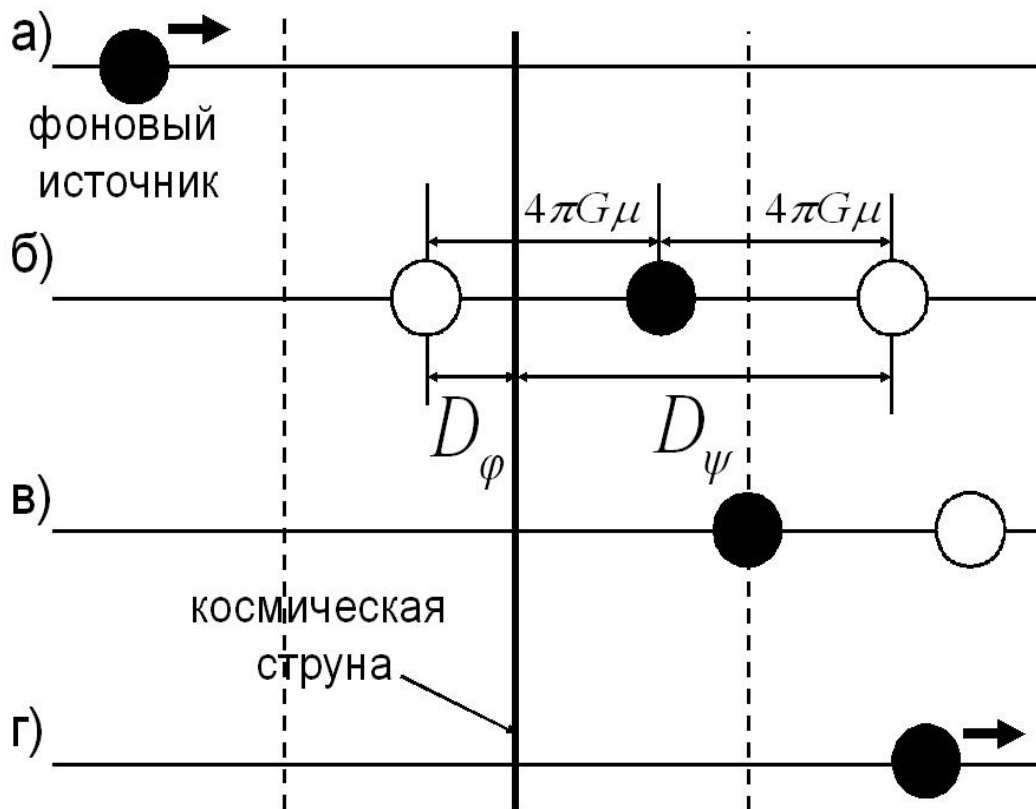


Рис. 2.2. Моделирование гравитационного линзирования движущегося точечного источника на космической струне. Вид в плоскости линзы, струна параллельна плоскости рисунка.

$$x_2 = \frac{R_s}{R_g} \left(\xi_s - \frac{s}{2} \right), \quad y_2 = \frac{R_s}{R_g} \eta_s, \quad (2.1.4)$$

где x_1, y_1 и x_2, y_2 – координаты в плоскости линзы первого и второго изображений соответственно, а ξ_s, η_s – координаты фонового источника в плоскости источника.

Таким образом, в том случае, когда внутри полосы струны оказывается точечный источник, наблюдатель видит его два идентичных изображения, расположенные в точках с координатами, определяемыми уравнениями (2.1.3) – (2.1.4). Поскольку источник есть точечный, и лучи света движутся в квази-евклидовом пространстве, то оба изображения будут обладать одинаковыми оптическими свойствами.

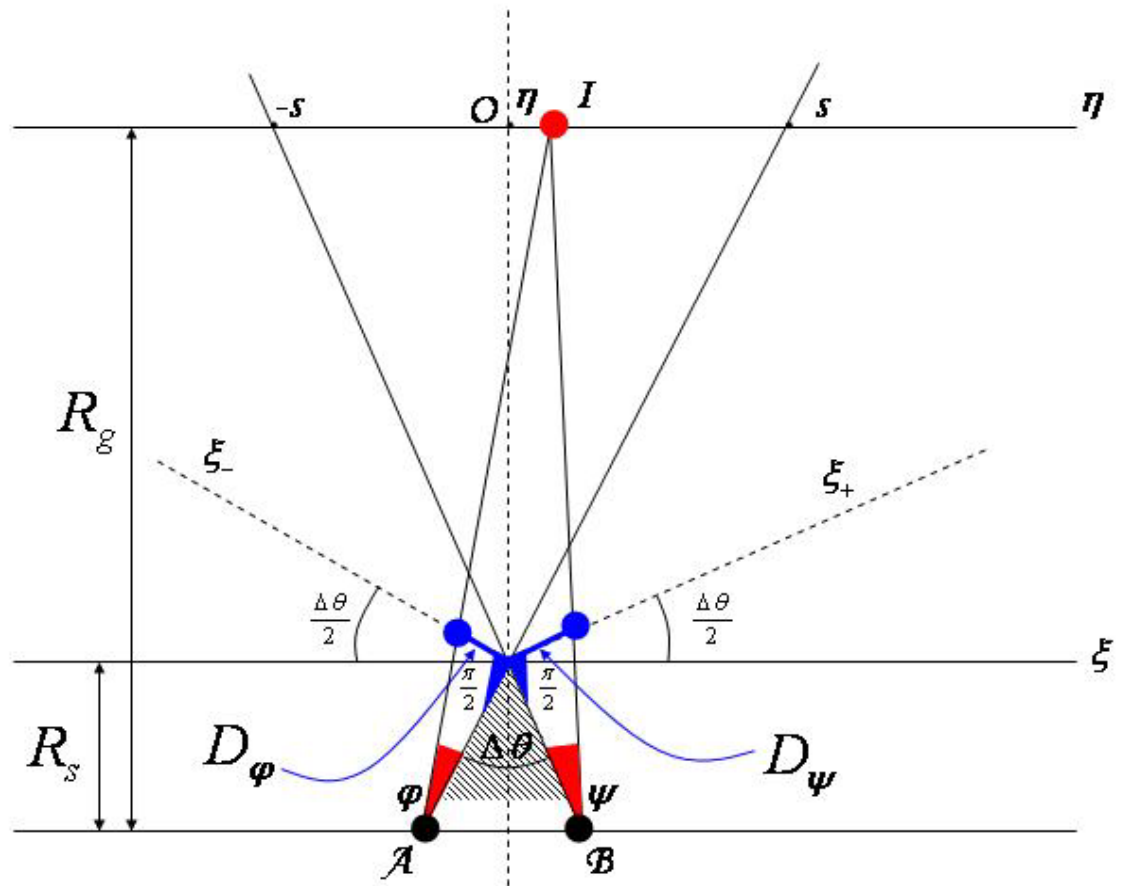


Рис. 2.3. Простая геометрическая интерпретация гравитационного линзирования точечного источника (I) на космической струне. Заштрихованная область – вырез, ассоциированный с тем, как коническое пространство представляется в эвклидовом. Точки A и B обозначают положение наблюдателя в эвклидовом пространстве. Наблюдатель видит два изображения, разделенные угловым расстоянием $D_\phi + D_\psi$. Для других обозначений см. текст.

2.1.2 Гравитационное линзирование протяженного источника на космической струне

Ширина полосы космической струны, определяемая дефицитом угла, (2.1.1) – (2.1.2), зависит от линейной плотности струны μ . Толщина самой космической струны пренебрежимо мала по сравнению с линейными размерами небесных тел (в простейшем случае не обладающей никакими зарядами струны ее линейный размер - сечение - есть $10^{-33} - 10^{-17}$ см, поскольку космическая струна характеризуется энергиями не менее 1 ТэВ). Таким образом, любой фоновый источник может полагаться протяженным по сравнению со струной.

Случай протяженного источника аналогичен для исследования [71]: решение ищется как результат линзирования множества точечных источни-

ков. Интенсивность изображений есть

$$I(x, y) = \begin{cases} I\left(\frac{R_s}{R_g}(\xi_s + \frac{s}{2}), \frac{R_s}{R_g}\eta_s\right), & s < \xi_s, \\ I\left(\frac{R_s}{R_g}(\xi_s + \frac{s}{2}), \frac{R_s}{R_g}\eta_s\right) + I\left(\frac{R_s}{R_g}(\xi_s - \frac{s}{2}), \frac{R_s}{R_g}\eta_s\right), & -s \leq \xi_s \leq s, \\ I\left(\frac{R_s}{R_g}(\xi_s - \frac{s}{2}), \frac{R_s}{R_g}\eta_s\right), & \xi_s < -s \end{cases}$$

Так, если точка изображения находится внутри полосы струны, то она будет дублироваться на другую сторону полосы. Если точка изображения не попадает внутрь полосы, то ее второго изображения не образуется. Таким образом, будет формироваться структура с резко обрезанными уровнями яркости (изофотами) на границе перехода в полосу струны (см. Рис. (2.4)).

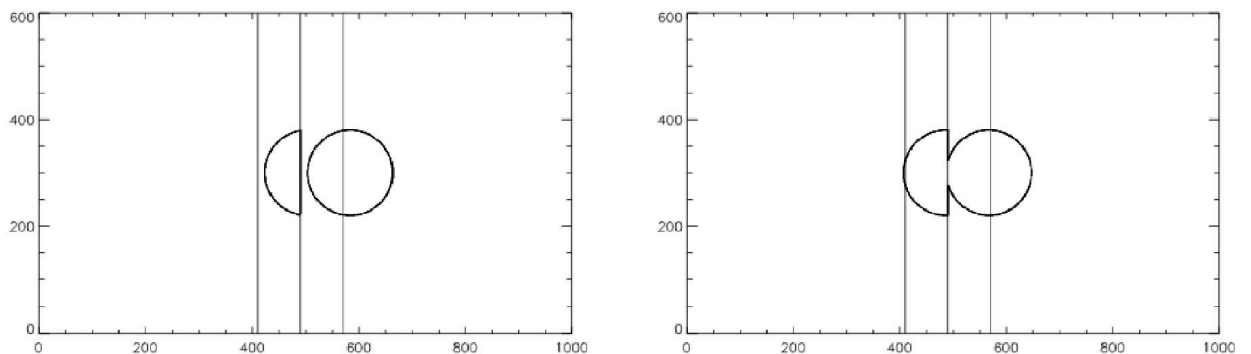


Рис. 2.4. Слева: изображения кругового модельного источника, линзируемого прямой космической струной, расположенной перпендикулярно лучу зрения. Две пунктирные линии обозначают полосу струны, сплошная линия посередине - саму струну. Справа: то же, что и на левой панели, но радиус источника больше, чем угловое расстояние между центром источника и струной.

Важно отметить, что срезы изофот видны отчетливо. Для количественной оценки этого эффекта, зададим однородное распределение яркости по диску фонового источника. Такое приближение является достаточно общим. Даже в случае распределения яркости, зависящего от радиуса источника, можно ввести аппроксимацию такого переменного распределения кольцами постоянной яркости. Каждое такое кольцо обладает своей яркостью. Полная яркость получается путем интегрирования по всем кольцам.

Введем систему координат xOy таким образом, чтобы ось ординат Oy была ориентирована вдоль струны ($O_L = O$, см. Рис. (2.3)). Координаты

источника будут отображены на плоскость линзы описанным выше способом: ось ξ будет совпадать с осью Ox , а ось η будет совпадать с осью Oy . Начало системы координат источника будет совпадать с началом системы координат линзы: точка с координатами $\xi = 0, \eta = 0$ отобразится в точку с координатами $x = 0, y = 0$.

Также предположим, что источник представляет собой круг радиуса ρ_s и центром в точке $\{\xi_s, \eta_s\}$. Внешний контур, таким образом, задается уравнением

$$(\xi - \xi_s)^2 + (\eta - \eta_s)^2 = \rho_s^2, \quad (2.1.5)$$

а центр круга при линзировании отобразится в точку

$$x_{1s} = \frac{R_s}{R_g} \left(\xi_s + \frac{s}{2} \right), \quad y_{1s} = \frac{R_s}{R_g} \eta_s \quad (2.1.6)$$

$$x_{2s} = \frac{R_s}{R_g} \left(\xi_s - \frac{s}{2} \right), \quad y_{2s} = \frac{R_s}{R_g} \eta_s, \quad (2.1.7)$$

где 1 и 2 относятся, соответственно, ко второму и первому изображениям. Радиус в плоскости линзы станет

$$\rho_i = \frac{R_s}{R_g} \rho_s,$$

а внешняя граница будет описываться уравнением:

$$\left[x - \frac{R_s}{R_g} \left(\xi_s \pm \frac{s}{2} \right) \right]^2 + \left(y - \frac{R_s}{R_g} \eta_s \right)^2 = r_i^2. \quad (2.1.8)$$

В соотношении (2.1.8) знак '+' соответствует первому изображению, а знак '-' – второму.

Таким образом, наблюдатель не знает истинного положения источника на небе. Оно может быть восстановлено в ряде случаев по положению изображений, но не всегда однозначно. В простейшем случае, когда радиус источника меньше углового расстояния между центром источника и струной, истинным изображением будем считать то, которое является полным (см. Рис. (2.4)).

Если радиус источника (или радиус одного из обсуждаемых выше колец источника) становится больше, чем расстояние между центром источника и струной, то ситуация становится более сложной.

Если часть первого изображения пересекает положение струны, то все точки, для которых $x < 0$ должны быть удалены, а соответствующая часть

первого изображения становится прямой линией, совпадающей с положением струны. То же верно и для второго изображения, но инвертировано: видимая часть та, для которой $x < 0$. Другими словами, если все точки, координаты которых удовлетворяют уравнению (2.1.8), и для которых $x \leq 0$ должны быть удалены и заменены прямой линией, совпадающей с положением струны. Срез в первом изображении появляется, если радиус круга $\rho_s > \eta_s + s$. Полагаем $\eta_s > 0$.

Линейный размер среза может быть вычислен по формуле:

$$\Delta y_1 = 2 \frac{R_s}{R_g} \sqrt{\rho_s^2 - (\eta_s + s)^2}.$$

Когда среза нет, полное излучение источника пропорционально площади источника, $\pi \rho_s^2$. Если срез есть, то полная площадь источника меньше:

$$A_1 = \left(\pi - \phi_1 + \frac{1}{2} \sin 2\phi_1 \right) \rho_s^2,$$

где

$$\sin \phi_1 = \frac{\Delta y_1}{2r_s}.$$

Также для второго изображения срез определяется условием $x = 0$, и размер среза есть

$$\Delta y_2 = 2 \frac{R_s}{R_g} \sqrt{\rho_s^2 - (\eta_s - s)^2}.$$

Для того, чтобы образовался срез во втором изображении, должно выполняться условие $\rho_s \leq |\eta_s - s|$. Но это условие неоднозначно. Так, если центр источника попадает вне полосы струны, т.е., $\eta_s > s$, то центр второго изображения находится справа от струны, и наблюдатель увидит меньше половины рассматриваемого кругового источника (случай А). Если центр источника находится внутри полосы струны, т.е., $\eta_s < s$, то центр второго изображения будет расположен слева от струны, и наблюдатель увидит больше половины источника (случай Б). В обоих случаях размеры среза одинаковы. В случае А площадь видимой части второго изображения есть

$$A_{1A} = \left(\phi_2 - \frac{1}{2} \sin 2\phi_2 \right) \rho_s^2,$$

где

$$\sin \phi_2 = \frac{\Delta y_2}{2r_s}.$$

В случае Б, наоборот, площадь видимой части изображения есть

$$A_2 = \left(\pi - \phi_2 + \frac{1}{2} \sin 2\phi_2 \right) \rho_s^2.$$

Если в первом изображении срезов не будет, а во втором будут, то размер среза будет равен тому, который будет во втором изображении. Если срез в первом изображении есть (и есть и во втором), то общий размер среза будет определяться разностью между длиной срезов в первом и во втором изображениях (см. Рис. (2.4)). Этот факт важен для планирования наблюдений наземными телескопами, для которых необходимо исследовать очень слабые изофоты с целью детектирования срезов. Кроме того, поскольку слабые изофоты, как правило, обладают сравнительно большими радиусами, то срезы в обоих изображениях с необходимостью будут смешаны и результирующий срез будет представлять собой их разность.

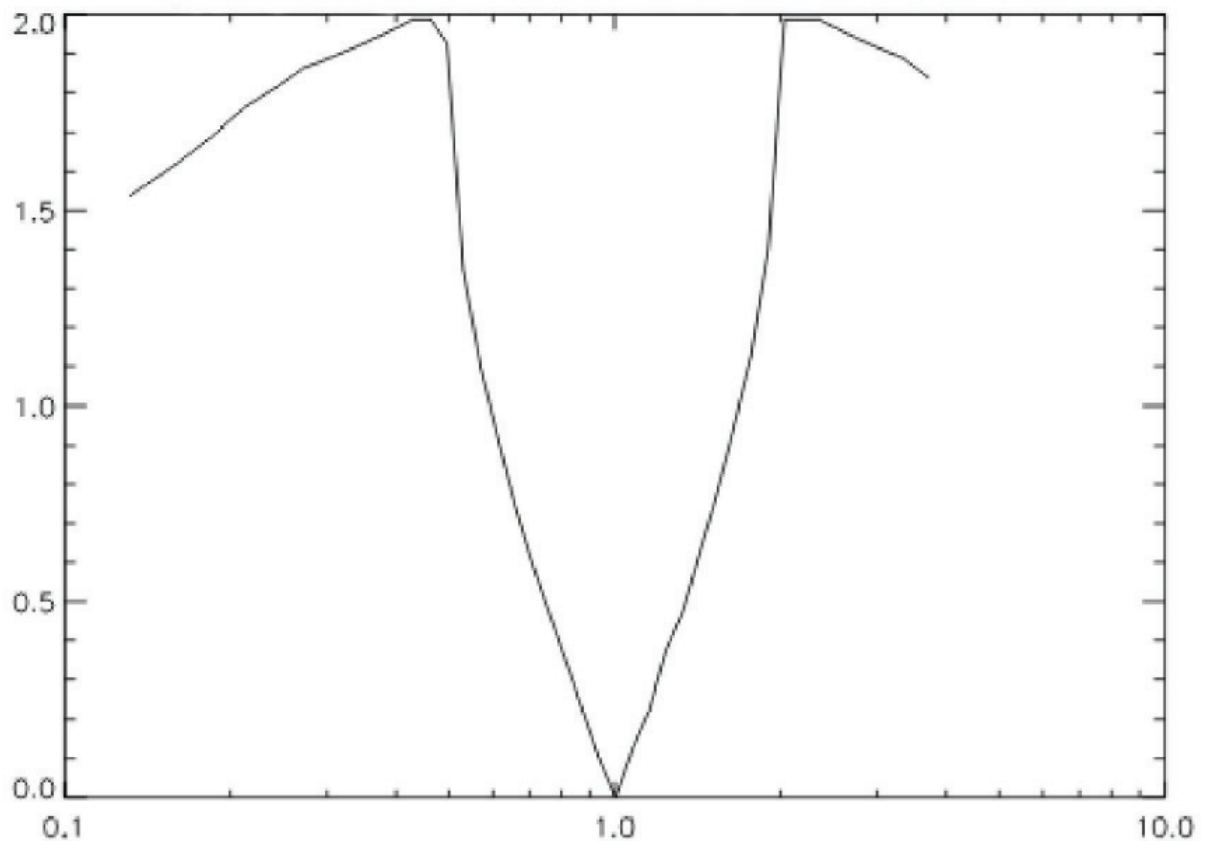


Рис. 2.5. Разность длин двух срезов от первого и второго изображений фонового источника при его линзировании космической струной (см. текст). Разность представлена как функция интенсивности изображений. По оси абсцисс отложено отношение интенсивностей в логарифмической шкале.

На Рис. (2.5) показана разность длин двух срезов как функция отношения интенсивности (F) соответствующих изображений. Если $F = 1$, то разность, очевидно, равна нулю. Важно отметить, что значения F , близкие к единице, было бы трудно различить в реальных данных, особенно при наличии шума, и трудно отличить от альтернативной возможности — эффекта проекции двух близких физически различных галактик (об обработке реальных наблюдений см. Глава 3).

На Рис. (3.33) показано моделирование гравитационно-линзового эффекта внегалактического фонового протяженного сферически-симметричного источника на космической струне. Параметр струны: энергия порядка 10^{15} ГэВ (соответствующий дефицит угла $\Delta\theta \approx 2''$). Параметры фоновой галактики: красное смещение $z = 0.5$.

Если отношение интенсивностей $F \in (0.9, 1.1)$, то разность длин срезов есть величина, меньше 10% от радиуса источника ($\leq 0.2''$). Таким образом, необходим прибор высокого углового разрешения для детектирования таких срезов. Однако разность длин срезов растет, если отношение интенсивностей растет (и если уменьшается). Так, при отношении интенсивностей 2 разность длин срезов сравнима с радиусом источника. Последние рассуждения подтверждают ту точку зрения, что детектирование срезов изофот теоретически возможно и наземными телескопами.

Отметим и еще одну характерную особенность гравитационного линзирования фонового протяженного объекта на космической струне. Все детали линзируемого источника (галактические рукава, яркие пятна, глобулярные кластеры, сверхновые и др.), которые находятся в первом изображении, будут воспроизведены и во втором изображении, если они окажутся в полосе струны.

Наконец, необходимо принимать во внимание такой эффект, как запаздывание по времени при распространении сигнала от двух изображений. Задержка сигнала определяется разностью длин путей AI и BI , см. Рис. (2.2):

$$BI = \frac{R_g}{\cos(\Delta\theta/2 - \psi)},$$

$$AI = \frac{R_g}{\cos(\Delta\theta/2 - \phi)}.$$

Разность есть

$$\Delta L = AIBI = \frac{1}{2}R_s\Delta\theta(\psi - \phi). \quad (2.1.9)$$

В терминах координат в плоскости источника

$$\Delta L = \frac{R_s}{R_g}\xi_s\Delta\theta.$$

Для лучшего понимания физического смысла выражения (2.1.9) его лучше переписать через время запаздывания сигнала одного изображения относительно другого. В уравнении (2.1.9) только член R_s может быть выражен

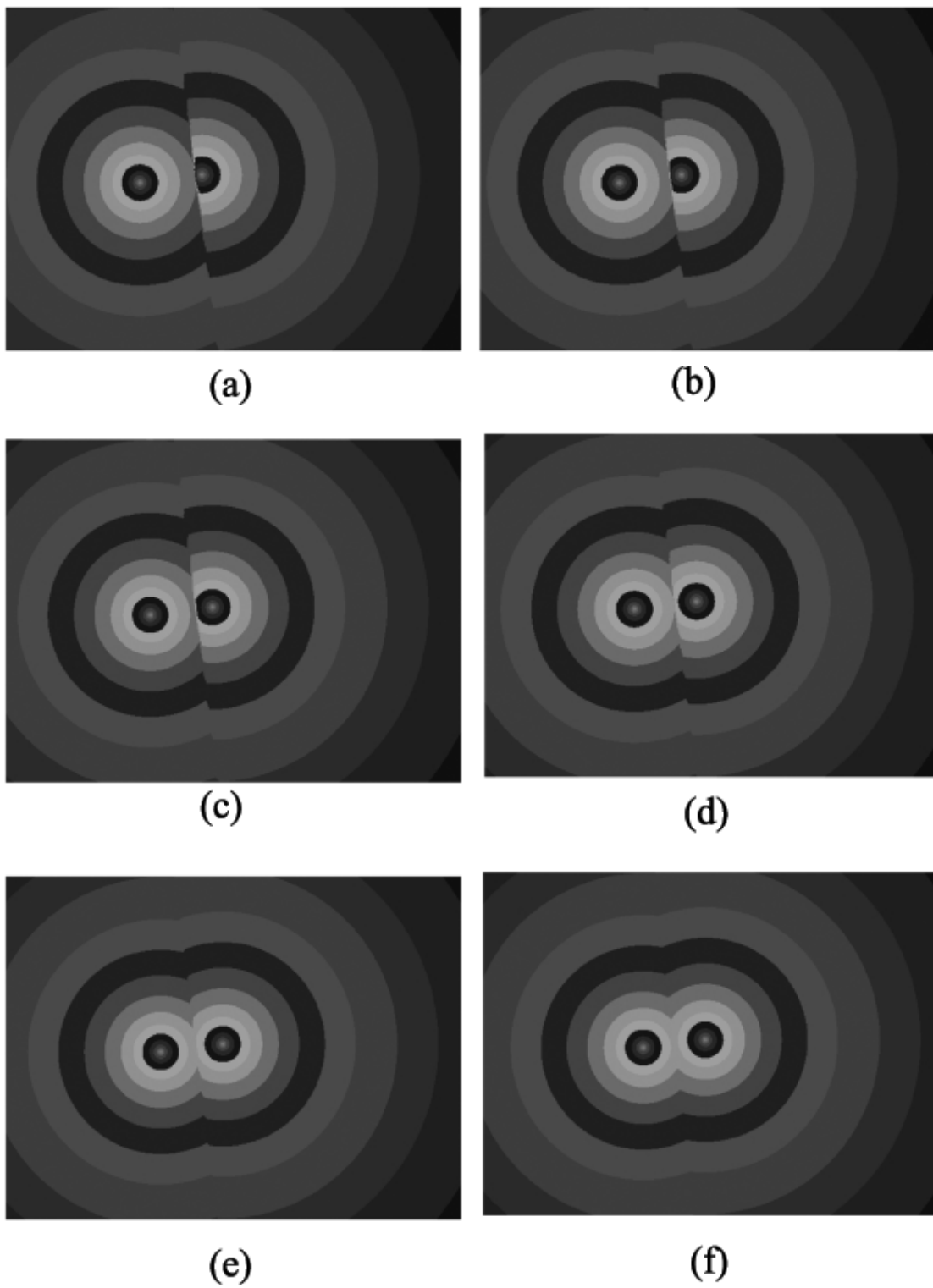


Рис. 2.6. Модельные изображения протяженного источника, линзируемого космической струной. Профиль яркости задан законом де Вокулера. На каждой из шести панелей представлены различные конфигурации струны относительно источника (см. текст). Шума нет.

через параметр времени, H^{-1} . Таким образом, временная задержка сигнала есть

$$\Delta t = \frac{1}{2H} f(z_s, \Omega_m, \Omega_\Lambda) \Delta\theta(\psi - \phi),$$

где H – параметр Хаббла, z_s – красное смещение струны, Ω_m, Ω_Λ – вклад материи и темной энергии соответственно, а f – функция, описывающая расстояние до струны.

Одной из возможных ошибок в интерпретации наблюдений может быть обнаружение переменного источника: присутствующего в первом изображении и отсутствующего во втором изображении. Например, в качестве такого источника может выступить сверхновая. Эффект задержки сигнала может оказаться сравним со временем переменности такой звезды, а потому может привести к тому, что такая сверхновая будет присутствовать только в первом изображении.

В заключении важно отметить, что для всех теоретически возможных космических струн (струн, обладающих различной линейной плотностью, скоростью и кривизной) эффект гравитационного линзирования обязательно должен присутствовать. Космическая струна всегда генерирует гравитационно-линзовые изображения фоновых источников, и эти изображения имеют специальный вид – это пары объектов идентичной морфологии и спектра и обладающие характерными особенностями в структуре внешних изофот. Таким образом, обнаружение такого гравитационно-линзового эффекта послужило бы прямым доказательством существования космических струн как явления, без конкретизации их свойств.

2.2 Стандартный метод поиска космических струн в радиодиапазоне

Основной недостаток метода поиска космических струн с помощью оптических наблюдений (поиска характерных линзированных изображений) заключается в том, что оптические обзоры покрывают, как правило, небольшую часть неба, и глубина современных оптических обзоров не слишком велика и достигает красных смещений $z \approx 6 - 7$.

Однако существует источник, который находится ”рядом” с поверхностью космологического горизонта частиц ($z = 1100$). Это поверхность последнего рассеяния, от которой к наблюдателю приходят реликтовые фотоны (микроволновое космическое фоновое излучение, далее CMBR). Разность расстояний между горизонтом частиц и поверхностью последнего рассеяния составляет менее 1% от размера горизонта частиц. Таким образом, при поиске струн по анализу анизотропии CMBR наблюдатели охватили

бы практически все струны, находящиеся внутри доступного нам горизонта частиц.

Космические струны могут генерировать анизотропию CMBR с помощью трех основных физических механизмов, указанных, например, в работах [72] – [73].

Будет рассматриваться анизотропия, генерируемая только движущимися струнами. Такая струна создает характерное распределение флуктуаций температуры на небесной сфере, позволяя, таким образом, отличить анизотропию, генерируемую космическими струнами от анизотропии, созданной другими физическими механизмами (например, адиабатическими возмущениями плотности). При рассмотрении только движущихся струн ограничивается класс объектов поиска, что является недостатком предлагаемой модели. Однако большинство теоретиков полагают, что струны обладают релятивистскими скоростями, [3].

Еще одним достоинством поиска космических струн методом анизотропии CMBR по сравнению с оптическими методами поиска является тот факт, что существуют многочастотные обзоры всего неба, выполненные при исследовании анизотропии CMBR космологического происхождения, в то время как площадь самого большого оптического обзора неба составляет всего 1/6 часть поверхности небесной сферы. Таким образом, использование как радио обзоров, так и глубоких оптических обзоров неба существенно повышает шанс обнаружения космических струн.

Задача генерации анизотропии CMBR космическими струнами исследовалась многими авторами (см. [3], [4], [74] и ссылки в этих работах).

Анизотропия CMBR на струне определяется следующими основными свойствами [4]. Прямая струна во время движения создает скачок температуры в CMBR:

$$\frac{\delta T}{T} = 8\pi G\mu\gamma\frac{v}{c}, \quad (2.2.1)$$

где G – гравитационная постоянная, μ – линейная плотность космической струны, γ – релятивистский гамма-фактор, v – скорость струны, поперечная лучу зрения, c – скорость света. Важно отметить, что величина температурного скачка (2.2.1) не зависит от составляющей скорости струны вдоль луча зрения, а также не зависит от составляющей вдоль направления самой струны. Причина возникновения и физический смысл температурного скачка представлены в книге [3] и обзоре [4].

В простейшей модели фоновой однородной температуры CMBR в направлении движения прямой струны (перед фронтом) существует постоянное значение температуры излучения T . Сразу после фронта температура принимает значение $T + \delta T$ (2.2.1). Однако для поиска соответствующих структур на картах анизотропии CMBR (данные, полученные космическим

аппаратом WMAP) необходимо знать не только величину температурного скачка, но и структуру пятна повышенной яркости – основной и важнейшей характеристики генерируемой струной анизотропии. Важно отметить, что космическая струна с необходимостью создает повышение температуры за движущимся фронтом. Основной вклад в структуру анизотропии дают именно яркие пятна неправильной характерной формы, анализ которых будет дан ниже.

Обнаружение космических струн являлось бы, очевидно, более достоверным, если на ее наличие независимо указывали бы оба метода: по анализу анизотропии CMBR и с помощью поиска событий гравитационного линзирования. Однако, как отмечалось выше, космическая струна, которая могла бы проявить себя в радио обзорах, не всегда доступна в оптических обзорах, поэтому важно количественно оценить условия, при которых возможно использовать оба метода.

2.2.1 Фоновая космологическая модель

Согласно недавним исследованиям [70], движущаяся прямая струна должна генерировать структуры повышенной и пониженной яркости характерной формы: холодное пятно перед фронтом движения космической струны, далее выраженный скачок температуры и горячее пятно, которое снова сменяется холодным пятном.

Расчет анизотропии проводился в рамках стандартной космологической модели расширяющейся Вселенной, доминированной веществом, с учетом вклада Λ -члена:

$$ds^2 = c^2 dt^2 - a^2(t) \cdot (d\xi^2 + d\eta^2 + d\zeta^2),$$

а масштабный фактор в момент времени t определяется из уравнения Фридмана:

$$\left(\frac{\dot{a}(t)}{a(t)}\right)^2 = \frac{8\pi}{3}G\rho_c \left[\Omega_m \left(\frac{a(t_0)}{a(t)}\right)^3 + \Omega_\Lambda \right]. \quad (2.2.2)$$

Здесь t – физическое время, ξ, η и ζ – лагранжевы пространственные координаты, a – масштабный фактор, ρ_c – критическая плотность

$$\rho = \frac{3}{8\pi G} H_0^2,$$

$H_0 = 73$ км/сек/Мпк, $\Omega_m = 0.27$, $\Omega_\Lambda = 0.73$ – параметры плотности вещества и темной энергии соответственно, t_0 – современный момент времени ($a(t_0) = a_0 = 1$).

Для простоты расчетов удобно использовать конформные координаты для записи метрики, а также использовать конформное время $\tau(t)$:

$$\tau(t) = \int_0^t \frac{d\hat{t}}{a(\hat{t})}.$$

Решая уравнение (2.2.2), получаем зависимость масштабного фактора от времени в случае простой Λ CDM-модели (более сложные модели, с различными видами темной энергии будут рассмотрены в Главе 5):

$$a(t) = \left(\frac{\Omega_m}{\Omega_\Lambda} \right)^{1/3} \text{sh}^{2/3} \left[\frac{3}{2} H_0 \sqrt{\Omega_\Lambda} t \right].$$

В дальнейшем нас будут интересовать кинематические характеристики движения струны. Их вычисление можно вести как в лагранжевых, так и в эйлеровых координатах, связанных с масштабным фактором соотношением:

$$x(t) = a(t)\xi(t).$$

Лагранжева координата ξ есть функция времени, поскольку струна может обладать пекулярной релятивистской скоростью относительно общего хаббловского движения.

Расстояние от наблюдателя до горизонта частиц в лагранжевых координатах как функция времени t определяется интегралом:

$$\rho_{ph} = c \int_0^{t_0} \frac{d\hat{t}}{a(\hat{t})}. \quad (2.2.3)$$

Это есть уравнение распространения света в расширяющейся Вселенной. В конформном времени (2.2.3) совпадает с уравнением распространения света в пространстве Минковского:

$$\rho_{ph} = c\tau(t_0),$$

где t_0 – возраст Вселенной:

$$t_0 = \frac{1}{3H_0\sqrt{\Omega_\Lambda}} \ln \frac{1 + \sqrt{\Omega_\Lambda}}{1 - \sqrt{\Omega_\Lambda}}.$$

Расстояние от наблюдателя до некоторого внегалактического источника s как функция красного смещения этого источника в настоящий момент времени, есть

$$\rho_s = c \int_0^{z_s} \frac{dz}{1+z} \frac{1}{H(z)}. \quad (2.2.4)$$

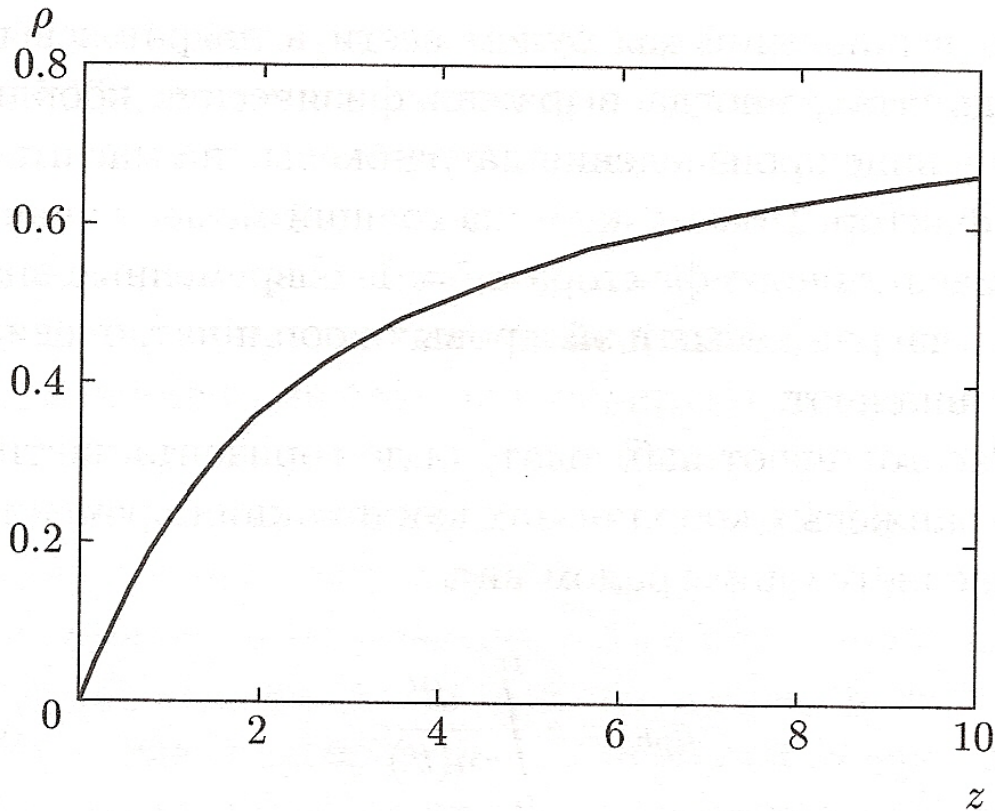


Рис. 2.7. Зависимость расстояние до объекта от его красного смещения в Λ CDM-модели.

Нижний предел интегрирования показывает, что наблюдатель находится в точке $z = 0$, а верхний предел интегрирования z_s означает красное смещение источника. Параметр Хаббла есть функция масштабного фактора, а, следовательно, и красного смещения, которая в стандартной Λ CDM-модели имеет вид

$$H(z) = H_0 \sqrt{\Omega_m(1+z)^3 + \Omega_\Lambda}.$$

Основные характеристики задачи удобно рассматривать в долях характерных космологических величин: время – в долях возраста Вселенной, расстояния до объектов – в долях расстояния до горизонта частиц и т.д.

Расстояние до горизонта частиц в стандартной Λ CDM-модели есть $\rho_{ph} = 3.4c/H_0$. На Рис. (2.7) представлено значение расстояния до некоторого объекта, выраженное в долях расстояния до горизонта частиц, как функция красного смещения этого объекта, найденное по формуле (2.2.4).

Считая, что красное смещение самого далекого объекта, доступного наблюдениям в современных оптических обзорах, $z = 7$, получаем расстояние до этого объекта:

$$\rho_{opt} = 0.61\rho_{ph}. \quad (2.2.5)$$

Строго говоря, в данной задаче необходимо рассматривать расстояние не до горизонта частиц, а до поверхности последнего рассеяния, которое определяется уравнением

$$\rho_{ls} = \int_{t_{ls}}^{t_0} \frac{d\hat{t}}{a(\hat{t})},$$

где t_{ls} – время образования поверхности последнего рассеяния (last scattering) или время рекомбинации $t_{ls} = t_r$. В конформном времени уравнения приобретает простой вид:

$$\rho_{ls} = c(\tau(0) - \tau_{ls}). \quad (2.2.6)$$

Однако разница между ρ_{ls} и ρ_{ph} менее 1% и в дальнейшем этой разницей будем пренебрегать.

Рассмотрим положение струны относительно поверхности последнего рассеяния с точки зрения наблюдателя. Прежде всего, опишем положение поверхности последнего рассеяния, видимое наблюдателем.

В ранней Вселенной вещество представляло собой высокотемпературную плазму, которая остывала по мере расширения Вселенной. Скорость расширения была достаточно медленной, поэтому частицы, составляющие плазму, находились в термодинамическом равновесии. Спустя примерно 300 тыс. лет после Большого взрыва, в плазме находились следующие основные частицы: протоны, нейтроны, электроны, нейтрино и фотоны. Равновесие между протонами, электронами и фотонами поддерживалось электромагнитными силами посредством томсоновского рассеяния (рассеяния фотонов на электронах). Поэтому характерная длина свободного пробега фотона в такой плазме была значительно меньше размера горизонта частиц, и фотоны не могли распространяться свободно к наблюдателю.

Ко времени рекомбинации плазма остыла настолько, что стало энергетически выгодно образование нейтрального водорода. Протоны и электроны объединились, вместо горячей плазмы возникло горячее нейтральное вещество. Сечение рассеяния фотонов в нейтральном веществе значительно меньше, чем в плазме. Таким образом, равновесие между фотонами и окружающей средой нарушилось, фотоны стали свободными частицами и стали распространяться в пространстве, практически не взаимодействуя с окружающим веществом. Именно такие фотоны называются реликтовыми, представляющими собой самое первое излучение (CMBR), родившееся во Вселенной. В этот момент формируется поверхность последнего рассеяния.

С течением времени гипотетический наблюдатель, существовавший в момент рекомбинации во Вселенной, видит все более далекие ее части, в которых произошла рекомбинация. В системе отсчета наблюдателя это выглядит так, как будто поверхность последнего рассеяния удаляется от него, согласно закону (2.2.6). При этом скорость удаления фронта есть в

точности скорость света:

$$v(\tau) = \frac{d\rho(\tau)}{d\tau} = c.$$

В качестве модели космической струны рассмотрим прямую струну, не имеющую концов. Согласно современным теоретическим представлениям, возможны комбинированные модели топологических дефектов, например, системы струн и монополей (т.н. "ожерелья"), а также струны и доменные стенки (т.н. "ворс") [1]. Будет рассматриваться простейший случай, когда струна не имеет концов, что с точки зрения наблюдателя означает, что в любой момент времени t концы струны есть ее точки пересечения с поверхностью последнего рассеяния в этот момент времени. Разумеется, в такой модели струна продолжается за поверхность последнего рассеяния, но бесконечная оптическая толща, вызванная томсоновским рассеянием, будет препятствовать наблюдениям.

2.2.2 Космическая струна внутри поверхности последнего рассеяния

Определим модельную конфигурацию космической струны в пространстве в терминах системы координат.

Введем лагранжеву систему координат: $\{O'\xi', \eta', \zeta'\}$, так, чтобы струна проходила через начало координат касательно к оси $O'\zeta$. Пусть $\rho' = \sqrt{\xi'^2 + \eta'^2}$. Тогда $\xi' = \rho' \cos \phi$, $\eta' = \rho' \sin \phi$. В полученной цилиндрической системе координат метрика струны есть сумма метрики Минковского и расходящейся логарифмической поправки:

$$\begin{aligned} g_{\mu\nu} &= \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}, \\ \eta_{\mu\nu} &= \text{diag}(1, -1, -1, -1), \\ h_{\mu\nu} &= 8G\mu \cdot \ln\left(\frac{\rho'}{\rho_0}\right) \cdot \text{diag}(0, 1, 1, 0), \end{aligned}$$

где ρ_0 — произвольная постоянная. Оказывается, полученная метрика эквивалентна эвклидовой метрике пространства с вырезанным сектором. Действительно, в специально выбранной системе координат $\hat{\xi}', \hat{\eta}', \hat{\zeta}'$, такой что $\hat{\tau} = \tau$, $\hat{\zeta}' = \zeta'$ и

$$\begin{aligned} \hat{\xi}' &= \xi' + 4G\mu\xi' \cdot \left(1 - \ln \frac{\rho'}{\rho_0}\right) + 4G\mu\phi\eta', \\ \hat{\eta}' &= \eta' + 4G\mu\eta' \cdot \left(1 - \ln \frac{\rho'}{\rho_0}\right) - 4G\mu\phi\xi', \end{aligned}$$

метрика пространства-времени со струной приобретает простой вид:

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} = \text{diag}(1, -1, -1, -1).$$

Однако азимутальный угол ϕ есть

$$0 \leq \phi \leq 2\pi - \Delta\theta,$$

где

$$\Delta\theta = 8\pi G\mu.$$

Область значений декартовых координат изменяется. Проще всего это свойство записать в цилиндрических координатах $\{\hat{\rho}', \phi, \hat{\zeta}'\}$:

$$-\infty < \hat{\zeta}' < \infty, \quad 0 \leq \hat{\rho}' < \infty.$$

Полученное пространство типа конуса является локально эвклидовым, но глобально неэвклидовым, в результате чего в нем оказываются возможными, в частности, явления гравитационного линзирования.

Поверхность последнего рассеяния является сферической с точки зрения наблюдателя, поэтому естественно выбрать систему координат так, чтобы ее начало совпадало с положением наблюдателя. Пусть поверхность последнего рассеяния есть сфера с центром в точке O (положение наблюдателя). Введем систему лагранжевых координат $O\xi\eta\zeta$ так, чтобы струна была перпендикулярна плоскости $\xi O\eta$. Назовем эту плоскость основной плоскостью задачи. Точка S – пересечение струны с плоскостью $\xi O\eta$ в современный момент времени τ_0 . Точки A и B – пересечения космической струны поверхности последнего рассеяния в тот же момент (Рис. (2.8)).

Расстояние от точки S до наблюдателя является кратчайшим расстоянием от наблюдателя до струны. Кроме того, точка S является центральной точкой отрезка струны внутри поверхности последнего рассеяния. Будем называть эту точку центром струны. Положение каждой точки струны однозначно характеризуется положением центра, т.к. проекция каждой точки на основную плоскость и есть центр.

Выберем ось $O\xi$ системы координат так, чтобы она проходила через точку S . Расстояние от наблюдателя до струны обозначим ξ_s . Положение точек "протыкания" есть

$$\zeta_s = \pm \sqrt{\rho_{ls}^2 - \xi_s^2}. \quad (2.2.7)$$

Отметим также, что поскольку координатная ось $O\xi$ проходит через наблюдателя и центр струны, то можно также записать равенство $\xi_s = \rho_s$. На Рис. (2.10) показано распределение высот главного пятна анизотропии,

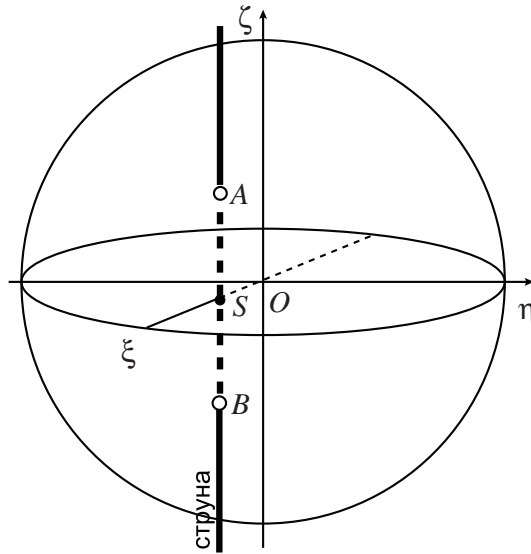


Рис. 2.8. Космическая струна и поверхность последнего рассеяния. O — положение наблюдателя. S — положение струны относительно основной плоскости для некоторого момента времени (см. текст), A и B — точки пересечения космической струны и поверхности последнего рассеяния.

генерируемого космической струной. Высота пятна вычислялась по формуле (2.2.7).

Поскольку положение струны вполне характеризуется положением центра (ориентация основной плоскости в пространстве нас пока не интересует), то распределение струн в пространстве можно характеризовать распределением центров струн. Для простоты будем считать, что центры в пространстве распределены равномерно.

Для моделирования распределения струн в пространстве, необходимо оценить количество космических струн, которые могут быть одновременно видны и в оптических обзорах, и проявлять себя в анизотропии CMBR. Кроме того, необходимо найти средние характеристики пятен повышенной яркости, которые производят космические струны. Далее будет обсуждаться только одна из основных характеристик пятна — его полная высота. Хотя формально размеры пятна (ненулевое положительное значение флуктуации температуры) простирается от полюса до полюса, основное повышение температуры имеет угловой размер порядка высоты струны. Таким образом, под характерной высотой пятна будем понимать продольный размер той части струны, которая находится внутри поверхности последнего рассеяния.

Автор моделировал распределение струн внутри поверхности последнего рассеяния и процесс образования пятен в анизотропии CMBR следующим способом. Первым шагом в моделировании было задано n космических струн, распределенных случайным образом внутри горизонта частиц. Распределение по трем декартовым координатам $O\xi$, $O\eta$ и $O\zeta$ выбиралось

равномерным. Затем отсеивались те частицы, которые лежали вне сферы с радиусом, равным горизонту частиц. Оставшиеся частицы рассматривались как центры хаотически ориентированных струн.

Направление движения струны в основной плоскости характеризуется углом ψ , который есть угол между направлением движения струны и лучом, соединяющим наблюдателя и струну. Будем считать, что угол ψ распределен равномерно в интервале $0 \leq \psi \leq 2\pi$ и отсчитывается от направления на наблюдателя (см. Рис. (2.9)).

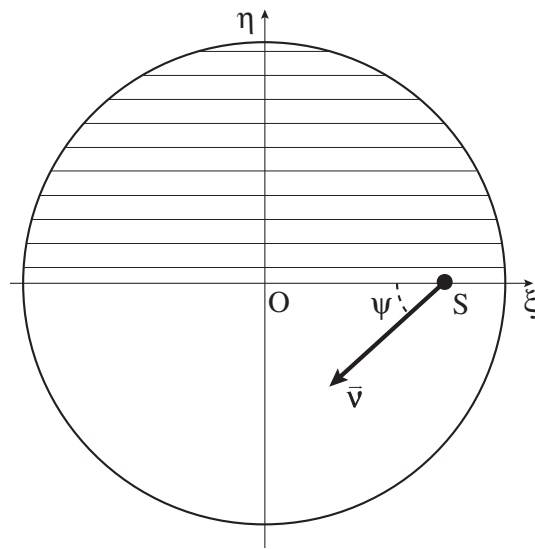


Рис. 2.9. Положение космической струны S и направление ее скорости на основной плоскости задачи (см. текст). Штриховкой показана верхняя полуплоскость.

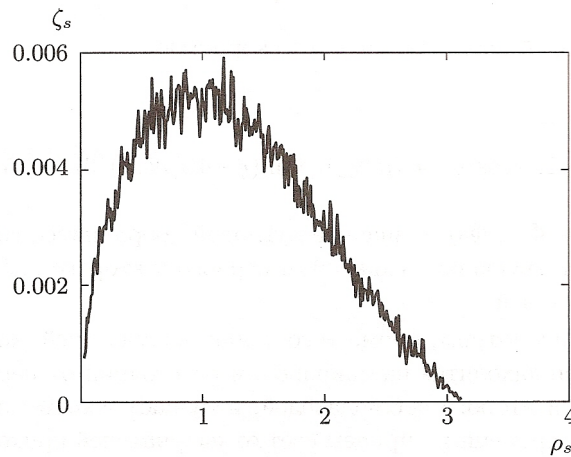


Рис. 2.10. Гистограмма распределения высот космических струн внутри поверхности последнего рассеяния. Распределение обладает пологим максимумом с центром, соответствующим угловому размеру примерно 1 рад.

Распределение струн по красному смещению следует обычному распределению объектов во Вселенной с материей и Λ -членом (Рис. (2.11)).

Наличие максимума плотности объектов вблизи $z \approx 2$ было отмечено еще в работах [75] – [76].

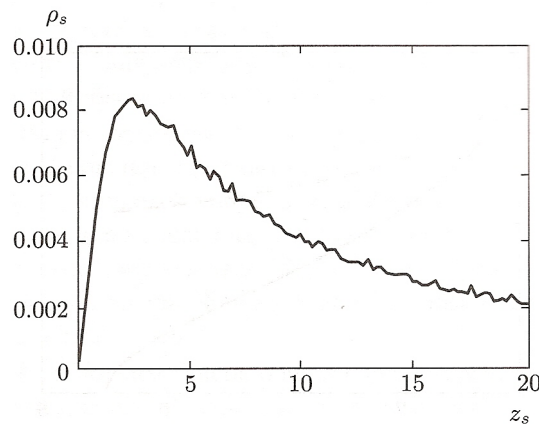


Рис. 2.11. Гистограмма распределения центров космических струн по красному смещению в момент наблюдения. Виден максимум распределения плотности струн вблизи $z \approx 2$. После максимума распределения следует пологая часть, в которой содержится основное количество струн внутри поверхности последнего рассеяния.

Оценим вероятность того, что струна будет находиться так близко к наблюдателю, чтобы производить не только горячее пятно в анизотропии реликтового излучения, но и производить гравитационно-линзовый эффект в оптических наблюдениях. Для этого, по крайней мере, центр струны (точка, ближайшая к наблюдателю) должен лежать между оптическими источниками и наблюдателем. Будем полагать, что глубина оптического обзора есть $z_{opt} = 7$, что соответствует положению самого далеко оптического источника, доступного наблюдателю: $\rho_{opt} = 0.61\rho_{ph}$. Если считать, что с вероятностью единица струна лежит внутри современного горизонта частиц ρ_{ph} , который охватывает объем в лагранжевом пространстве координат $\frac{4\pi}{3}\rho_{ph}^3$, то вероятность нахождения струны внутри сферы радиусом ρ_{opt} есть:

$$p = \frac{\rho_{opt}^3}{\rho_{ph}^3}. \quad (2.2.8)$$

Таким образом, вероятность того, что центр космической струны лежит при $z \leq 7$ составляет 0.22. При этом высота пятна должна быть более 100° .

Таким образом, с вероятностью 0.22 струна должна лежать в интервале красных смещений от $0 \leq z \leq 7$. Эта оценка означает, что только одна из 5 космических струн, которые генерируют горячие пятна в CMBR, должна проявляться в современных оптических обзорах, производя гравитационно-линзовые эффекты.

2.2.3 Движущаяся прямая струна как источник анизотропии

Рассмотрим движение космической струны и форму пятна повышенной яркости на небесной сфере, которое создает эта струна. Как уже было сказано, пространство-время в присутствии прямой космической струны не является асимптотически пространством Минковского. Определяем бусты Лоренца в пространстве-времени с метрикой космической струны. Метрика инвариантна относительно движений вдоль струны и поэтому можно рассматривать преобразования Лоренца только в плоскости, перпендикулярной направлению струны – в основной плоскости. Тогда аналогом преобразования Лоренца в пространстве-времени струны будут бусты вида:

$$u^\alpha = \gamma \left(1, \frac{\beta \cos(\psi)}{\sqrt{-g_{11}}}, \frac{\beta \sin(\psi)}{\sqrt{-g_{22}}}, 0 \right), \quad (2.2.9)$$

здесь γ – релятивистский гамма-фактор, $\beta = \frac{v}{c}$ – отношение скорости струны к скорости света.

Бусты Лоренца преобразуются как:

$$u^\alpha = \gamma (1, \beta \cos(\psi - 4G\mu\Phi), \beta \sin(\psi - 4G\mu\Phi), 0) \quad (2.2.10)$$

где Φ – угловая координата, значение которой соответствует положению начала координат преобразованной системы, измеряемая относительно центра струны и меняющаяся в пределах $0 \leq \Phi \leq 2\pi - 8\pi G\mu$.

Рассмотрим теперь анизотропию реликтового излучения, которую генерирует движущаяся струна. Для этого выберем следующие условия: проведем разрез плоскости $O\xi'\eta'$ в направлении отрицательного значения координаты $O\xi'$. Пусть первый наблюдатель имеет декартовы координаты $(-\xi'_o, +4\pi G\mu\xi'_o, 0)$, а второй имеет координаты $(-\xi'_o, -4\pi G\mu\xi'_o, 0)$. Из этого определения видно, что первый наблюдатель находится на верхней части вырезанного сектора, второй наблюдатель – на нижней части. Перейдем к цилиндрической системе координат, причем будем считать, что угловая координата в верхней полуплоскости меняется в пределах $\pi - 4\pi G\mu \geq \Phi \geq 0$, а в нижней полуплоскости в пределах $-\pi + 4\pi G\mu \leq \Phi \leq 0$. Сделаем преобразования Лоренца вида (2.2.10). Тогда первый наблюдатель будет двигаться относительно струны со скоростью:

$$u^\alpha = \gamma(1, \beta \cos(\psi - 4G\mu\Phi_{o1}), \beta \sin(\psi - 4G\mu\Phi_{o1}), 0), \quad (2.2.11)$$

а второй наблюдатель со скоростью

$$u^\alpha = \gamma(1, \beta \cos(\psi - 4G\mu\Phi_{o2}), \beta \sin(\psi - 4G\mu\Phi_{o2}), 0). \quad (2.2.12)$$

Здесь Φ_{o1} , Φ_{o2} значения угловой координаты, соответствующие положению первого и второго наблюдателя.

Рассмотрим, кроме того, набор излучателей, которые находятся на одинаковом расстоянии от первого и второго наблюдателей, излучают свет в момент времени τ_r , причем свет от излучателей приходит в одинаковый момент времени τ_o . Каждый излучатель имеет координаты в системе струны $(\tau_r, \rho'_r, \Phi_r, \zeta'_r)$ и движется со скоростью:

$$u^\alpha = \gamma(1, \beta \cos(\psi - 4G\mu\Phi_r), \beta \sin(\psi - 4G\mu\Phi_r), 0). \quad (2.2.13)$$

Каждый из излучателей представляет собой кусочек плазмы в момент рекомбинации (реликтовые фотоны, освободившиеся от плазмы). Теперь можно сказать, что струна движется относительно наблюдателей и излучателей с противоположной скоростью.

Собственная энергия фотона в системе отсчета, связанной с излучателем, составляет $E_r = k^\alpha u_{\alpha(r)}$, а в системе отсчета, сопутствующей наблюдателю, энергия равна $E_o = k^\alpha u_{\alpha(o)}$. Смещение частоты фотона есть:

$$\frac{E_o - E_r}{E_r} = \frac{k^\alpha u_{\alpha(o)} - k^\alpha u_{\alpha(r)}}{k^\alpha u_{\alpha(r)}}. \quad (2.2.14)$$

Волновой вектор фотона можно записать в виде $k^\alpha = \frac{\omega}{c}(1, \vec{n})$, где ω – частота фотона, а $\vec{n}$ – единичный вектор вдоль траектории фотона от источника излучения до наблюдателя.

Для одного фотона движение от поверхности последнего рассеяния до наблюдателя выражается в смещении частоты, для ансамбля фотонов со спектром типа Планка это выражается во флуктуации температуры:

$$\frac{\delta T}{T} = \frac{E_o - E_r}{E_r}.$$

Разница $E_o - E_r$ является малой величиной, порядка $\sim G\mu$. Поэтому при вычислении знаменателя вкладом величин, пропорциональных $\sim G\mu$, можно пренебречь. Тогда для первого наблюдателя флуктуация температуры реликтового излучения составляет:

$$\frac{\delta T}{T} = 4\pi G\mu\beta \left(-1 + \frac{\Phi_r}{\pi} \right) \frac{n^1 \sin \psi - n^2 \cos \psi}{1 - \beta(n^1 \cos \psi + n^2 \sin \psi)}, \quad (2.2.15)$$

а для второго –

$$\frac{\delta T}{T} = 4\pi G\mu\beta \left(1 + \frac{\Phi_r}{\pi} \right) \frac{n^1 \sin \psi - n^2 \cos \psi}{1 - \beta(n^1 \cos \psi + n^2 \sin \psi)}. \quad (2.2.16)$$

Рассмотрим теперь картину анизотропии, вызванной движущейся струной.

Прежде всего, рассмотрим изменение температуры реликтового излучения в направлении на струну. Для второго наблюдателя при приближении луча зрения к струне ($\Phi_r \rightarrow 0$ и $\Phi_r < 0$) появляется понижение температуры (компоненты вектора $\vec{n}$ являются отрицательными величинами), которое достигает

$$-4\pi G\mu\beta \frac{\sin \psi}{1 + \beta \cos \psi}.$$

При пересечении фронта движущейся струны (которая относительно наблюдателя при $\beta > 0$ движется в направлении отрицательных значений оси $O\eta$) из нижней полуплоскости в верхнюю полуплоскость, возникает скачок температуры величиной

$$8\pi G\mu\beta \frac{\sin \psi}{1 + \beta \cos \psi},$$

Этот скачок формирует положительное значение флуктуации температуры сразу за фронтом.

Важно отметить, что анизотропия температуры в направлении, противоположном направлению на струну, является непрерывной функцией. Действительно, для первого наблюдателя при $\Phi_r \rightarrow +\pi$ анизотропия уменьшается: $\frac{\delta T}{T} \rightarrow +0$. Для второго наблюдателя при $\Phi_r \rightarrow -\pi$ анизотропия увеличивается: $\frac{\delta T}{T} \rightarrow -0$.

Рассмотрим теперь общий случай анизотропии, как ее видит наблюдатель. Для этого нам требуется ввести систему координат с центром в точке, где находится наблюдатель, а также ввести единичный вектор $\vec{N}$, направленный от наблюдателя к поверхности последнего рассеяния. Легко видеть, что этот вектор есть $\vec{N} = -\vec{n}$. Введем вокруг наблюдателя сферическую систему координат и выразим вектор $\vec{N}$ в виде:

$$\vec{N} = (\cos \phi \sin \theta, \sin \phi \sin \theta, \cos \theta).$$

Здесь θ – полярный угол сферической системы координат, а ϕ – азимутальный угол.

Область определения угла θ – обычная, и интервал изменения этого угла есть $0 \geq \theta \geq \pi$. Интервал значений азимутального угла отличается от интервала значений этого угла в евклидовом пространстве. В пространстве типа конуса значения угла ϕ принадлежат интервалу $0 \geq \phi \geq 2\pi - 8\pi\mu \frac{\rho_{ls} - \rho_s}{\rho_{ls}}$. Здесь ρ_{ls} – расстояние от наблюдателя до поверхности последнего рассеяния, а ρ_s – расстояние от наблюдателя до струны.

Отметим важный факт. Поскольку область определения азимутального угла ϕ теперь изменилась, то меняется и набор ортогональных функций при разложении по сфере. Теперь набор сферических функций, ортогональных в пространстве типа конуса, уже не является набором обычных скалярных сферических функций. Меняется также область интегрирования, для того, что удовлетворить соотношениям нормировки новых функций. Но все эти изменения отличаются от стандартного набора сферических функций на множитель порядка единицы: $(1 + 8\pi G\mu)$. Кроме того, при свертке двух обычных сферических функций с разными значениями азимутального числа m , результат свертки будет отличаться от нуля, хотя отличие будет порядка $8\pi G\mu$. Поэтому при вычислениях будем пренебрегать отличием пространства типа конуса от евклидова пространства и пользоваться обычными интервалами определения угловых переменных.

Выпишем теперь общую формулу для анизотропии:

$$\frac{\delta T}{T} = 4\pi G\mu\beta \left(\text{sign}(\Phi_r) - \frac{\Phi_r}{\pi} \right) \frac{\sin(\psi - \phi) \sin \theta}{1 - \beta \cos(\psi - \phi) \sin \theta} \quad (2.2.17)$$

Здесь $\text{sign}(\Phi_r)$ – функция, которая равна $+1$ если аргумент положительный и -1 , если аргумент отрицательный. Угол Φ_r выражается как:

$$\text{tg}\Phi_r = \frac{\sin \phi \sin \theta}{\cos \phi \sin \theta - R}$$

а $R = \frac{\rho_s}{\rho_{ls}}$.

Построим распределение температуры по небесной сфере в системе HEALPix (см. Приложение В). Параметры модели:

- R_s – расстояние от наблюдателя до струны;
- v – скорость струны;
- ψ – угол между направлением луча зрения и вектором скорости струны.

Важно отметить, что такое распределение температуры является типичным для прямой движущейся струны и практически не зависит от параметров. При изменении параметров струны (величины скорости и направления движения струны, ее положения относительно наблюдателя), изменяется только ширина пятен, значение температуры в максимуме и локальных минимумах. Полученная структура анизотропии сохраняется для всего диапазона изменения параметров (Рис. (2.12) - (2.13)). На фронте происходит скачок температуры, появляется горячее пятно – основная

характеристика анизотропии на струне, – которое опять сменяется холодным пятном. Значение температуры в минимуме второго холодного пятна меньше по абсолютной величине, чем значение в минимуме первого холодного пятна.

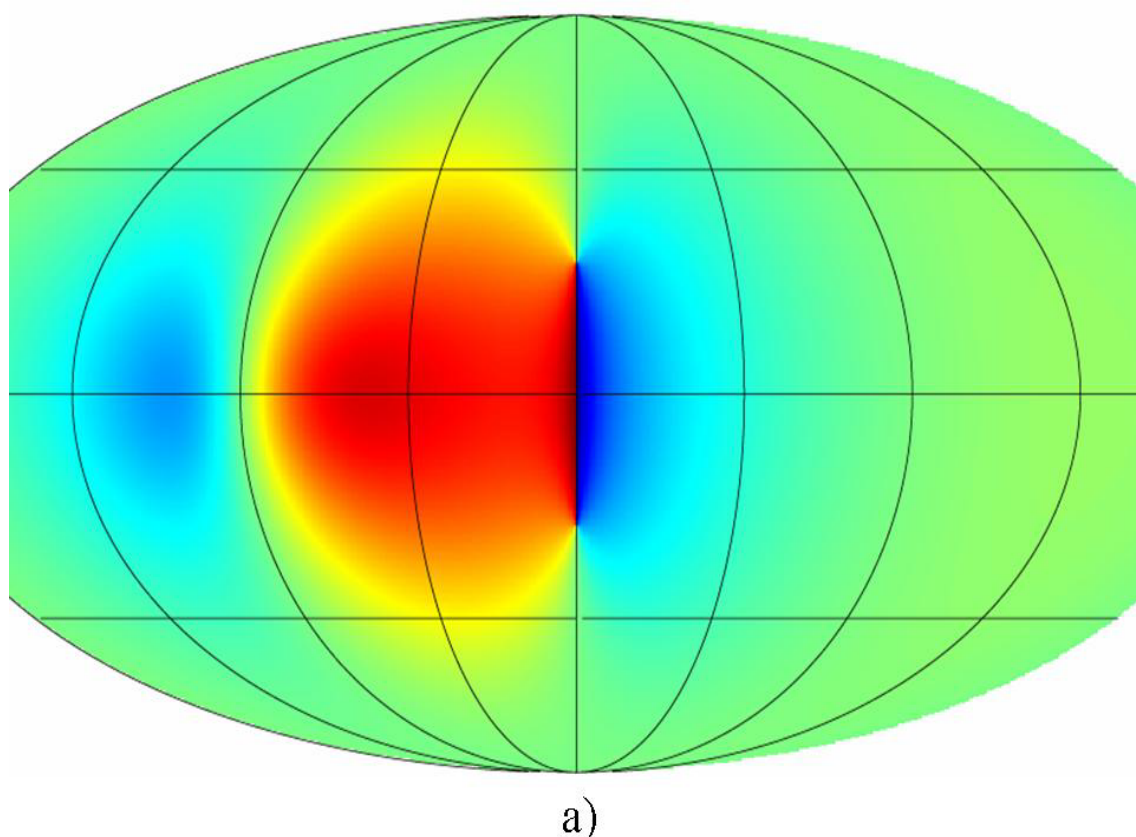


Рис. 2.12. Моделирование анизотропии реликтового излучения, генерируемой движущейся прямой космической струной. Проекция Мольвейде небесной сферы. Струна параллельна плоскости рисунка, совпадает с осью, соединяющей полюса. Струна движется слева направо. Характерная структура анизотропии: холодное пятно перед фронтом, дельта-образный скачок температуры, горячее пятно позади фронта и холодное завершающее пятно. (а)

Важно еще раз подчеркнуть, что новизна диссертационной работы состоит в том, что производится поиск одиночной космической струны, поскольку согласно теоретическим оценкам, а также отрицательным результатам при попытке их обнаружения гравитационно-линзовыми методами, таких объектов во Вселенной должно быть немного.

Оценим амплитуду ожидаемого сигнала анизотропии реликтового излучения для случая релятивистской струны ($\beta = 0.9$) с дефицитом угла $\alpha = 8\pi G\mu \sim 2''$.

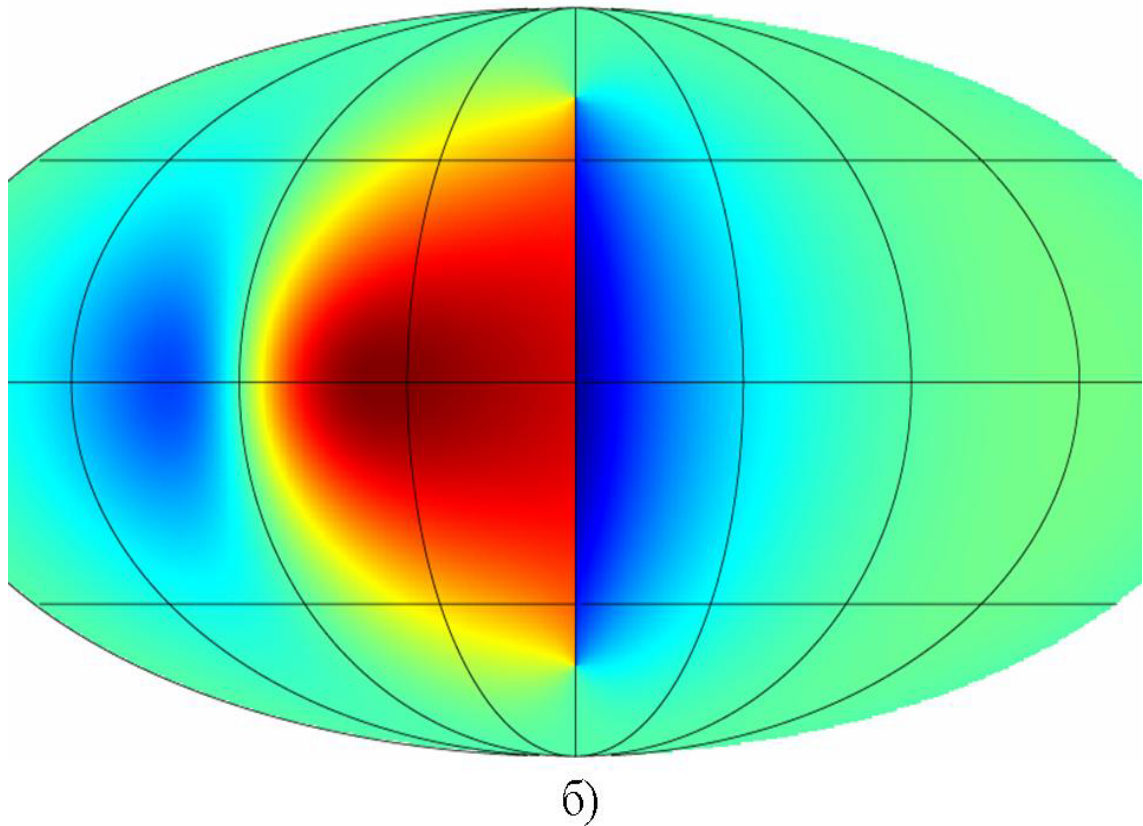


Рис. 2.13. Моделирование анизотропии реликтового излучения, генерируемой движущейся прямой космической струной. Проекция Мольвейде небесной сферы. Струна параллельна плоскости рисунка, совпадает с осью, соединяющей полюса. Струна движется слева направо. Характерная структура анизотропии: холодное пятно перед фронтом, дельта-образный скачок температуры, горячее пятно позади фронта и холодное завершающее пятно. (б)

Согласно полученной общей формуле (2.2.17), анизотропия реликтового излучения, генерируемая космической струной, есть:

$$\frac{\delta T}{T} = 8\pi G\mu\beta \cdot F(\psi, \phi, \theta),$$

здесь F – функция от сферических углов, порядка единицы. В физических единицах (μK) флуктуация температуры имеет вид:

$$\delta T \approx 27\mu K \left(\frac{\alpha}{2''}\right) \left(\frac{\beta}{0.9}\right) F(\psi, \phi, \theta),$$

Таким образом, для такой струны амплитуда анизотропии составит величину порядка $30\mu K$.

Согласно наблюдательным данным, анизотропия поверхности последнего рассеяния составляет несколько сотен μK . Следовательно, если бы струна обладала дефицитом угла, большим $\sim 6''$, что соответствует $\sim 100\mu K$, то она была бы уже обнаружена. Таким образом, струна должна обладать дефицитом угла не больше указанной величины. Струны с дефицитом угла порядка десятых долей секунды генерировали бы анизотропию порядка нескольких μK .

Если космические струны существуют, то одновременно с помощью двух методов (оптического гравитационного линзирования и анализа анизотропии реликтового излучения) можно детектировать космические струны с диапазоном дефицита угла от десятых долей секунды до $5 \div 6$ секунд.

2.2.4 Эффект запаздывания и видимая кривизна струны

Для того, чтобы с уверенностью говорить об обнаружении космических струн, на одном и том же участке неба необходимо проведение независимых наблюдений в различных частотном диапазоне. Это обстоятельство сужает интервал рассматриваемых красных смещений от современного до максимально доступного в оптических обзорах.

Наилучшими наблюдениями такого рода послужил бы совместный поиск струн как по анизотропии реликтового излучения так и с помощью событий гравитационного линзирования. Как уже говорилось, для того, чтобы космическую струну можно было бы обнаружить одновременно и в оптическом, и в радиодиапазоне, ее характерная длина должна быть велика, не менее 100° . Такой размер обусловлен тем, что оптическим наблюдениям доступны только относительно близкие объекты, с красным смещением $z \leq 7$, в то время как реликтовое излучение обладает $z \approx 1100$. Отсюда, в частности, следует, что количество струн, которые можно искать с помощью одних только оптических методов наблюдения, составляет всего 20% от общего количества струн во Вселенной. Этот факт впервые позволяет объяснить безрезультатность поиска космических струн с помощью одних только гравитационно-линзовых оптических эффектов.

Возможность поиска космических струн оптическими методами гравитационного линзирования и методом анализа анизотропии реликтового излучения накладывает жесткие ограничения на дефицит угла: он должен быть от десятых долей секунды дуги ($\delta T \approx 1.5\mu K$) до $5 \div 6''$ ($\delta T \approx 100\mu K$). Нижний предел определяется максимально доступным разрешением в оптическом диапазоне (космический телескоп Хаббла) при поиске событий гравитационного линзирования галактик на струне. Верхний предел дает величину анизотропии струны, сравнимой со стандартной анизотропией,

вызванной адиабатическими возмущениями плотности.

Также необходимо принять во внимание эффект запаздывания сигнала [77], обусловленный протяженностью струны – если бесконечно длинная прямая струна движется на некотором расстоянии от наблюдателя, то он видит разные части струны в разные моменты времени. Кроме того, фронт анизотропии, генерируемой струной, будет обладать характерным радиусом кривизны.

Аналогично задаче о генерации анизотропии струной без учета эффекта запаздывания, введем две координатные системы: сопутствующую наблюдателю и струне соответственно: $O\xi\eta\zeta$, $\hat{O}\hat{\xi}\hat{\eta}\hat{\zeta}$. Обе есть картезианские системы лагранжевых координат. В начальный момент времени $t = 0$ системы совпадают.

Струна есть прямая линия, параллельная оси $O\zeta$ и, следовательно, перпендикулярная плоскости $O\xi\eta$ (основная плоскость). Пусть траектория струны есть в простейшем случае прямая линия. Скорость струны постоянна, $\mathbf{v}$ (движение, для определенности, происходит в положительном направлении оси $O\eta$). Пусть в начальный момент времени ось $O\xi$ проходит через струну.

Фотоны, излученные поверхностью последнего рассеяния в момент времени $t = t_0$, распространяются к наблюдателю O . Пусть наблюдатель регистрирует анизотропию реликтового излучения («сигнал»), генерируемую некоторой точкой на струне (A) в момент времени $t = 0$ (для удобства вычислений будем считать $t_0 < 0$). Ключевой момент рассуждений заключается в том, что чем дальше от основной плоскости расположена точка A , тем дольше идет сигнал.

Координаты точки A в системе струны есть:

$$\begin{aligned}\hat{t} &= -\frac{1}{c}\sqrt{a_\eta^2 + a_\xi^2 + a_\zeta^2}, \\ \hat{\eta} &= a_\eta, \\ \hat{\xi} &= a_\xi, \\ \hat{\zeta} &= a_\zeta,\end{aligned}$$

поскольку полное время прохода «сигнала» от точки A до наблюдателя O есть $\sqrt{a_\eta^2 + a_\xi^2 + a_\zeta^2}/c$.

Система координат струны движется относительно системы координат наблюдателя со скоростью $\mathbf{v}$. Следовательно, система координат наблюдателя движется относительно системы струны со скоростью $-\mathbf{v}$, и коорди-

наты точки A в системе наблюдателя есть:

$$\begin{cases} t = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \left(-\frac{1}{c} \sqrt{a_z^2 + a_y^2 + a_x^2} - \frac{v}{c^2} a_z \right), \\ \eta = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \left(a_\eta - v \cdot \left(-\frac{1}{c} \sqrt{a_\eta^2 + a_\xi^2 + a_\zeta^2} \right) \right), \\ \xi = a_\xi, \\ \zeta = a_\zeta. \end{cases} \quad (2.2.18)$$

Здесь используется лоренцевское преобразование координат.

Определим расстояние от наблюдателя O до струны в начальный момент времени как R , которое измеряется в единицах расстояния до поверхности последнего рассеяния, $a_\xi = R$. Если $\beta = v/c$ и лоренц-фактор $1/\sqrt{1-\beta^2} = \gamma$, то η -координата точки A в системе наблюдателя есть:

$$\eta = \gamma(a_\eta + \beta \sqrt{a_\eta^2 + R^2 + \zeta^2}). \quad (2.2.19)$$

Уравнение (2.2.19) определяет структуру фронта анизотропии. Фронт есть гипербола, вершина которой есть точка пересечения струны с основной плоскостью. Гипербола симметрична относительно оси $O\eta$. Величина a_η есть параметр, характеризующий расположение точки пересечения струны и основной плоскости, ζ – высота точки на струне над основной плоскостью. Так, если наблюдатель O регистрирует вершину фронта в точке $\{\eta = 0, \xi = R, \zeta = 0\}$ в момент времени $t = 0$, то $a_\eta = -\beta R\gamma$.

При $\zeta = 0$ (точка пересечения струны и основной плоскости) радиус кривизны фронта есть:

$$r = \frac{\left[1 + \left(\frac{d\eta}{d\zeta} \right)^2 \right]^{3/2}}{\left| \frac{d^2\eta}{d\zeta^2} \right|} = \left(\frac{\gamma\beta}{\sqrt{a_\eta^2 + R^2}} \right)^{-1}.$$

Пусть наблюдатель регистрирует фронт, и пусть расстояние от вершины фронта до начала системы координат вдоль оси $O\eta$ есть $\Delta\eta$. Тогда η -координата вершины фронта в системе струны, с учетом $\eta = \Delta\eta$, есть:

$$a_\eta = \gamma(\Delta\eta - \beta \sqrt{(\Delta\eta)^2 + R^2}). \quad (2.2.20)$$

Уравнения (2.2.19)–(2.2.20) определяют профиль фронта для любой точки наблюдения относительно выбранной системы координат наблюдателя.

Точки пересечения струны с поверхностью последнего рассеяния можно получить, решив численно систему уравнений:

$$\begin{cases} \eta &= \gamma(a_\eta + \beta\sqrt{a_\eta^2 + R^2 + \zeta^2}) \\ a_\eta &= \gamma(\Delta\eta - \beta\sqrt{(\Delta\eta)^2 + R^2}) \\ \zeta^2 + \eta^2 &= (R^*)^2 - R^2 \\ R^* &= \int_0^{t_0 - \eta/v} \frac{dt}{a(t)} \\ a(t) &= \left(\frac{\Omega_m}{\Omega_\Lambda}\right)^{1/3} \text{sh}^{2/3} \left(\frac{3}{2} H_0 \sqrt{\Omega_\Lambda} t\right) \end{cases}$$

где R^* радиус сферы – поверхности последнего рассеяния в момент η/v (струна проходит расстояние η за время η/v).

2.2.5 Разложение анизотропии реликтового излучения, генерированной космической струной, по модифицированным функциям Хаара с циклическим сдвигом

Поскольку анизотропия реликтового излучения, генерируемая одиночной прямой космической струной, содержит характерный скачок [70], то наиболее целесообразным методом ее выявления является использование функций Хаара, модифицированные их подходящим образом, что было предложено автором диссертационной работы. Заметим, что вводимые функции с произвольным вещественным сдвигом отличаются от классических вейвлетов Хаара, поскольку формируются циклически, путем сшивки конца и начала рассматриваемой области определения (отрезка $[0, 1]$), что необходимо для учета поворотов космической струны.

В рассматриваемой задаче «сигнал» – искомые структуры в анизотропии, обусловленной космической струной, «шум» – анизотропия, вызванная адиабатическими возмущениями.

Для простоты определений, на отрезке $[0, 1]$ рассмотрим функции Хаара $\{\psi_{ni}\}$ со сдвигом $a \in \mathbb{R}, a \in [0, 1/2]$, являющимся параметром модели. В общем случае такие функции делятся на четыре группы:

Если $0 < a < 1 - i/2^n$, то

$$\psi_{ni}^{(a)} = \begin{cases} 2^{\frac{n}{2}}, & \frac{i-1}{2^n} + a < x < \frac{i-1}{2^n} + a + \frac{1}{2^{n+1}}, \\ -2^{\frac{n}{2}}, & \frac{i-1}{2^n} + a + \frac{1}{2^{n+1}} < x < \frac{i}{2^n} + a, \\ 0, x \notin \left[\frac{i-1}{2^n} + a; \frac{i}{2^n} + a \right]. \end{cases} \quad (2.2.21)$$

Если $1 - i/2^n < a < 1 - i/2^n + 1/2^{n+1}$, то

$$\psi_{ni}^{(b)} = \begin{cases} 2^{\frac{n}{2}}, & \frac{i-1}{2^n} + a < x < \frac{i-1}{2^n} + a + \frac{1}{2^{n+1}}, \\ -2^{\frac{n}{2}}, & \frac{i-1}{2^n} + a + \frac{1}{2^{n+1}} < x < 1 \cup 0 < x < \frac{i}{2^n} + a - 1, \\ 0, & x \in \left[\frac{i}{2^n} + a - 1; \frac{i-1}{2^n} + a \right]. \end{cases} \quad (2.2.22)$$

Если $1 - i/2^n + 1/2^{n+1} < a < 1 - i/2^n + 1/2^n$, то

$$\psi_{ni}^{(c)} = \begin{cases} 2^{\frac{n}{2}}, & \frac{i-1}{2^n} + a < x < 1 \cup 0 < x < \frac{i-1}{2^n} + a + \frac{1}{2^{n+1}} - 1, \\ -2^{\frac{n}{2}}, & \frac{i-1}{2^n} + a + \frac{1}{2^{n+1}} - 1 < x < \frac{i}{2^n} + a - 1, \\ 0, & x \in \left[\frac{i}{2^n} + a - 1; \frac{i-1}{2^n} + a \right]. \end{cases} \quad (2.2.23)$$

Если $1 - (i-1)/2^n < a < 1/2$, то

$$\psi_{ni}^{(d)} = \begin{cases} 2^{\frac{n}{2}}, & \frac{i-1}{2^n} + a - 1 < x < \frac{i-1}{2^n} + a - 1 + \frac{1}{2^{n+1}}, \\ -2^{\frac{n}{2}}, & \frac{i-1}{2^n} + a - 1 + \frac{1}{2^{n+1}} < x < \frac{i}{2^n} + a - 1, \\ 0, & x \notin \left[\frac{i-1}{2^n} + a - 1; \frac{i}{2^n} + a - 1 \right]. \end{cases} \quad (2.2.24)$$

Анализируемые наблюдательные данные представлены в виде двумерной карты; сигнал ищется как функция двух разделяющихся переменных, например, полярных координат. Зависящая от угловой переменной часть наблюдаемого сигнала, $g(\theta)$, ищется в виде суммы ряда Фурье по системе $\{\psi_{ni}(\theta)\}$:

$$g(\theta) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{i=1}^{2^n} c_{ni} \psi_{ni}(\theta),$$

где коэффициенты Фурье c_{ni} есть

$$c_{ni} = \frac{1}{\|\psi_{ni}\|^2} \int_0^1 g(\theta) \psi_{ni}(\theta) d\theta,$$

где θ – угол поворота струны, нормированный подходящим образом. Функция $\psi_{ni}(\theta)$ – одна из четырех, определенных соотношениями (2.2.21)–(2.2.24). Как было доказано автором диссертационной работы (см. Приложение А), набор функций Хаара с циклическим сдвигом является полным и ортонормальным, что необходимо для их использования в качестве базисных.

Использование функций Хаара с циклическим сдвигом для разложения по мультипольным гармоникам анизотропии реликтового излучения дает возможность учета реальной ориентации космической струны в пространстве. Кроме того, согласно предварительной обработке данных семи лет наблюдений спутника WMAP, указанный метод впервые дает возможность обнаружения сигналов с амплитудами порядка $8 \div 10 \mu\text{K}$ (при величине амплитуды классических адиабатических возмущений плотности порядка $100 \mu\text{K}$), а скачок анизотропии, обусловленной струной, есть величина порядка $1.5 \div 10 \mu\text{K}$ [70].

2.3 Теоретические оценки наблюдательных параметров космических струн

Аналитические расчеты и численное моделирование динамики космических струн (глобальных струн модели Намбу-Гото и локальных струн модели Абея-Хиггса) дают возможность получить информацию о сетях космических струн и их шкалах. Эта информация необходима для планирования наблюдений для поиска таких объектов. Последние годы ведется активная работа по уточнению параметров струн путем компьютерного исследования динамики сетей струн. Наибольший интерес с наблюдательной точки зрения представляют длинные космические струны и эффекты, связанные с гравитационным линзированием фоновых объектов на струнах, а также эффекты генерации анизотропии реликтового излучения на струнах (эффект Кайзера-Стеббинса, эффект формирования характерной структуры анизотропии). Таким образом, для указанных задач наиболее значимы следующие характеристики космических струн:

- безразмерная линейная плотность космической струны: $G\mu/c^2$;
- статистическая характеристика скорости космической струны (rms): $\langle v^2 \rangle^{1/2}$;
- вероятность пересечений и самопересечений космических струн P ;
- количество космических струн в видимой Вселенной.

Как уже было сказано, натяжение космической струны непосредственно определяется шкалой энергии, соответствующей нарушению симметрии, в ходе которого струна образуется. С ростом энергии космической струны при наблюдениях в радио диапазоне должна расти амплитуда скачка анизотропии CMBR, а при наблюдениях в оптическом диапазоне должно расти угловое расстояние между компонентами линзированных изображений. Таким образом, оба эти эффекта могут быть использованы для оценки

верхней границы линейной плотности космической струны. Наиболее признанная оценка:

$$\frac{G\mu}{c^2} < 3.0 \cdot 10^{-7}.$$

Эта оценка была недавно получена по анализу данных обзора COSMOS [78].

При рассмотрении космических струн как сети объектов, становится важной вероятность пересечений и самопересечений космических струн, поскольку характеризует масштабы возможного формирования сетей космических струн, а также дает представление о динамике и эволюции таких сетей. Для нерелятивистских космических струн пересечение происходит каждый раз при столкновении двух струн одного типа. Этот процесс не носит случайного характера, а потому его вероятность есть 1. Однако, например, струны Абеля-Хиггса, движущихся со скоростями, близкими к скорости света ($> 0.9c$), могут пройти одна сквозь другую, или совсем не взаимодействуя, или осуществив двойное взаимодействие, в результате которого струны расходятся без результирующих изменений. В отличие от локальных струн, глобальные струны Намбу-Гото взаимодействуют друг с другом при любых скоростях, так что для них вероятность также равна 1. Такое различие обусловлено различием в определениях локальной и глобальной струн: струна Намбу-Гото полагается бесконечно тонким объектом, лишенным внутренней структуры. Однако в целом, как для локальных, так и для глобальных струн, можно считать вероятность пересечения равной 1, поскольку характерные скорости струн, определенные в результате компьютерных моделирований динамики струнных сетей, ниже ультрарелятивистских. Статистические оценки скоростей струн показывают, что скорости не могут быть и очень низкими, они релятивистские.

Все вышесказанное верно только для классических струн, сформировавшихся в результате фазовых переходов в ранней Вселенной (механизм Киббла, см. Введение), и перестает быть верным для космических струн, предсказываемых многомерными теориями. Согласно современным исследованиям в теории суперструн, F- и D-(super) струны могут оказаться космологически значимыми, и для них $P < 1$.

При моделировании сетей космических струн важно иметь оценки на количество струн. Важно знать, сколько сегментов струн могут пересекать объем Вселенной, ограниченной поверхностью горизонта частиц, а также объем, ограниченный проникающей возможностью оптических инструментов.

2.3.1 Оценки количества струн в предположении существования сети струн

Стандартная космологическая модель. Пусть L – шкала, определяемая длиной сегмента космической струны или средним расстоянием между струнами. Объем L^3 содержит в среднем один сегмент струны длиной L . Шкала пропорциональна размеру видимого горизонта частиц Вселенной:

$$L = A_i d_{PH},$$

где постоянная A_i : $0 < A_i \leq 1$, $i = r, m$, а индексы r – излучение, m – вещество. Это соотношение означает, что в эру доминирования излучения и в эру доминирования вещества сеть космических струн находится в масштабно-инвариантном режиме, когда L сохраняет постоянное значение, и энергия, заключенная в струнах, также остается постоянной составляющей полной энергии Вселенной. При известном (из численных моделирований) значении постоянной A_i можно легко оценить размер ячейки, содержащей один сегмент струны.

В общем случае расстояние от наблюдателя до горизонта частиц (d_{PH}) определяется интегралом:

$$d_{PH} = \frac{c}{H_0} \int_0^\infty \frac{dz}{\sqrt{\sum_{i \in I} \Omega_i (1+z)^{3(w_i+1)}}},$$

где индексы $I = \{\Lambda, k, m, r\}$ обозначают наблюдаемый вклад в полную плотность энергии Вселенной от темной энергии, от кривизны пространства, от вещества и от излучения соответственно, а w_i – параметры соответствующих уравнений состояния.

Ограничимся рассмотрением плоского пространства-времени Минковского. Тогда вклад в полную плотность, определяемый кривизной, есть

$$\Omega_k = -\frac{k}{H_0^2 a^2} \approx -0.011,$$

а плотность излучения, в которую включаются не только фотоны, но и нейтрино, $\Omega_r \approx 8.4 \cdot 10^{-5}$ [79] – [80].

Таким образом, радиус Вселенной (расстояние от наблюдателя до горизонта частиц):

$$d_{PH} = \frac{c}{H_0} \int_0^\infty \frac{dz}{\sqrt{\Omega_\Lambda + (1+z)^3 \Omega_m}}.$$

Учитывая связь масштабного фактора и красного смещения

$$a = \frac{1}{1+z},$$

можно записать эту величину в терминах конформного времени η , которое определяется как

$$d\eta = \frac{dt}{a(t)}, \quad (2.3.1)$$

$$d_{PH} = c\eta = \frac{\Omega_\Lambda^{1/6}}{\Omega_m^{1/3}} \cdot \frac{c}{H_0} \int_0^{\left(\frac{\Omega_\Lambda}{\Omega_m}\right)^{1/3}} \frac{dx}{\sqrt{x}\sqrt{1+x^3}} = \frac{c}{H_0} 3.45.$$

Здесь $\Omega_\Lambda = 0.73$, $\Omega_m = 0.27$, $H_0 = 71 \text{ км/с/Мпк}$.

Определим также расстояние, которое проходит фотон от точки излучения (момент времени t^*) до наблюдателя (современный момент времени t_0):

$$d(z_*) = \frac{c}{H_0} \int_0^{z_*} \frac{dz}{\sqrt{\Omega_\Lambda + (1+z)^3 \Omega_m}}.$$

Любой момент времени $t_* \leq t_{LSS}$ принадлежит к эре доминирования вещества. Здесь где t_{LSS} определяет время излучения фотона с поверхности последнего рассеяния.

Очевидно, для любого красного смещения z

$$d_{PH} > d(z),$$

следовательно

$$d(z) = B(z)d_{PH}, 0 < B(z) < 1$$

Красное смещение меняется в интервале

$$[z_0, z_{LSS}], \quad (2.3.2)$$

где $z_0 = 0$ – современная величина красного смещения, а $z = 1100$ – красное смещение поверхности последнего рассеяния. График функции $B(z)$ для Стандартной космологической модели ($w = -1$) представлен на Рис. (2.14) (жирная линия).

Подсчитаем количество струн, лежащих в данном интервале красных смещений (2.3.2). При такой постановке задаче будут учтены все космические струны, которые можно было бы наблюдать как в радио диапазоне (по генерируемой ими анизотропии микроволнового реликтового излучения), так и в оптическом диапазоне (поиск событий гравитационного

линзирования фоновых по отношению к струнам объектов). Для каждого $z^* \in [z_0, z_{LSS}]$ количество космических струн в эпоху доминирования вещества есть

$$N(z) = \frac{[2d(z)]^3}{L^3} = \frac{8B^3(z)d_{PH}^3}{A_m^3 d_{PH}^3} = \frac{8B^3(z)}{A_m^3}.$$

Аналогично для эпохи доминирования излучения

$$N(z) = \frac{8B^3(z)}{A_r^3}.$$

Параметры $A_{m,r}$ определяются в результате численного моделирования эволюции сетей космических струн при ряде важных предположений, следующих из физических особенностей эволюции Вселенной на различных этапах.

Количество сегментов струн $N(z)$ подсчитывалось с помощью параметра A_m , ассоциированного с законом масштабной инвариантности. Другими словами, предполагается, что сеть космических струн уже вошла в режим сохранения масштабной инвариантности в эпоху доминирования вещества за время t_{LSS} , которое есть верхняя граница величин, интересующих нас красных смещений. Вообще говоря, существует переходный период между эрой доминирования излучения и эрой доминирования вещества. На протяжении этого периода сеть космических струн далека от равновесия, наличие которого означает сохранение масштабной инвариантности всей системы. Степень равновесия характеризуется временем «отклика» сети на изменения темпа расширения. Таким образом, верхняя граница интервала красных смещений в эру доминирования вещества, в рамках которой подсчет количества струн может дать надежный (основанный на масштабной инвариантности) результат, должна быть ниже z_{LSS} . Следовательно, верхняя граница интервала красных смещений ниже, чем соответствующая граница, используемая при поиске струн методом анализа анизотропии реликтового излучения. Есть ограничения и на нижнюю границу интервала красных смещений: $z > 0.82$. Эта величина соответствует переходу от эры доминирования вещества к эре доминирования темной энергии (смена замедленного расширения на ускоренное). Этот переход отразится на эволюции сети струн таким образом: скорости струн уменьшатся, что будет препятствовать разъединению струн и, следовательно, их масштабнo-инвариантному поведению.

Отметим ряд особенностей в поведении сетей космических струн. В частности, при моделировании поведения глобальных космических струн (Намбу-Гото) было показано, что время, необходимое для того, чтобы длинные струны достигли масштабнo-инвариантной конфигурации в эру доми-

нирования вещества, может быть больше, чем время, необходимое для достижения такой конфигурации в эру доминирования излучения. Если струны содержат петли, превышающие размерами горизонт частиц, то такие струны достигают масштабно-инвариантной конфигурации быстро, что ведет к тому, что такая сеть будет быстро реагировать на изменение закона расширения. Как в эру доминирования вещества, так и в эру доминирования излучения сеть длинных струн эволюционирует таким образом, что стремится к устойчивой космологической конфигурации, которая не зависит от начальной конфигурации сети. Наличие мелких петель увеличивает время релаксации.

В случае локальных струн (Абе́ля-Хиггса) время релаксации в рассматриваемые эры зависит от принятой модели. Так, согласно одним авторам [81] время отличается незначительно: коэффициент $A_r \sim A_m \approx 0.3$. Согласно другим работам, [82], $A_r \approx 0.26$, $A_m \approx 0.29$.

Важно отметить различие в моделировании поведения сетей глобальных и локальных струн. Модели Абе́ля-Хиггса учитывают физику на микромасштабах, сравнимых с поперечным сечением струны. Энергия струн в этом случае переходит в массивные калиброванные бозоны, в то время как в моделях Намбу-Гото такой канал распада запрещен, и линейная плотность струны значительно выше. Последнее ведет к тому, что длинные струны моделей Намбу-Гото распадаются на маленькие петли, которые в свою очередь распадаются за счет своего гравитационного излучения. В моделях Абе́ля-Хиггса излучение массивных частиц является первичным механизмом потери энергии струны, гравитационное же излучение вторично.

Это обстоятельство может иметь важные наблюдательные следствия: поиск гравитационных волн, образующихся за счет гравитационного излучения струн, становится менее значимым, чем поиск массивных частиц и продуктов их распада. Космические струны могут быть источником не только космических лучей, но могут терять значительную часть своей энергии и в форме высокоэнергичных частиц Стандартной модели физики частиц: космические лучи сверхвысоких энергий (UHECR) с энергиями порядка 10^{10} ГэВ. Из наблюдений существуют ограничения на энергии таких частиц, что дает ограничения и на линейную плотность космических струн [83]. В моделях Намбу-Гото частицы сверхвысоких энергий могут рождаться только вблизи так называемых каспов (особых точек перелома), следовательно, ограничения на плотность гораздо слабее, чем в моделях Абе́ля-Хиггса. С другой стороны, в последних нет ограничений на гравитационное излучение, в то время как в моделях Намбу-Гото жесткие ограничения на линейную плотность можно получить по данным тайминга миллисекундных пульсаров. Тайминг чувствителен к наличию петель и их динамике. Количество петель для струн Абе́ля-Хиггса (для полевой теории) в моде-

лируемом объеме меньше, чем количество петель для струн Намбу-Гото, поскольку в первом случае петли активно излучают и сворачиваются, а во втором случае остаются стабильными.

При исследовании анизотропии реликтового излучения моделирование двух типов струн дает различные результаты, поскольку оценки на линейную плотность струн различны. Средняя величина квадрата скорости струн зависит от эффекта обратного действия со стороны излучения массивных частиц, а потому уменьшается при учете в моделировании такого излучения. Для струн Абеля-Хиггса $\approx 0.5c$ как в эру доминирования вещества, так в эру доминирования излучения, а для струн Намбу-Гото $\approx 0.6c$ для двух эр.

Модели с темной энергией общего вида. Рассмотрим следующий класс космологических моделей. Пространственно-плоская метрика есть

$$ds^2 = c^2 dt^2 - a^2(t) dx^2. \quad (2.3.3)$$

Конформный вид метрики есть

$$ds^2 = a^2(\eta)(d\eta^2 - dx^2), \quad d\eta = \frac{cdt}{a(t)}.$$

Скалярный фактор $a(\eta)$ определяется из уравнения Фридмана:

$$\left(\frac{da(\eta)}{a^2(\eta)d\eta} \right)^2 = H_0^2 \left[\Omega_m \left(\frac{1}{a(\eta)} \right)^3 + \Omega_{de} \left(\frac{1}{a(\eta)} \right)^{3(1+w)} \right],$$

где Ω_{de} – вклад темной энергии в полную плотность Вселенной, а w есть отношение давления темной энергии к ее плотности:

$$p_{de} = w\rho_{de}c^2.$$

Текущие космологические наблюдения ограничивают величину параметра w :

$$w \in [-1.5, -0.5].$$

Модели скалярного поля могут приводить к тому, что параметр w может стать функцией времени, т.е., на больших красных смещениях $w > -1$ (квинтэссенция), а на более поздних стадиях, с малыми красными смещениями, параметр уравнения состояния может стать существенно отрицательным ($w < -1$), что приведет к появлению фантомной энергии (см. Главу 5). В поздней Вселенной плотность фантомной энергии ($\rho_p > 0$) может расти, приводя параметр w к интервалу наблюдаемых значений, [84], [85].

В калибровке конформного времени расстояние от наблюдателя до источника излучения может быть записано в виде (см. Главу 5):

$$H_0(\eta_0 - \eta_e) = \int_{a_e}^1 \frac{da}{\sqrt{a} \sqrt{\Omega_m + \frac{\Omega_{de}}{a^{3w}}}},$$

где η_e – конформный момент времени излучения, η_0 – конформный момент времени приема сигнала ($c=1$).

Расстояние до объекта с красным смещением z_e есть:

$$D(z_e) = \frac{1}{H_0} \int_0^{z_e} \frac{dz}{(1+z)^{3/2} \sqrt{\Omega_m + \Omega_{de}(1+z)^{3w}}}.$$

В пределе $z_e = \infty$ (т.е. когда t_e , a_e стремятся к нулю), последнее соотношение есть расстояние до горизонта частиц, которое для всех рассматриваемых w имеет решение через гипергеометрическую функцию Гаусса, [86]:

$$D_{ph} = \frac{2}{\sqrt{\Omega_m} H_0} F\left(\frac{1}{6|w|}, \frac{1}{2}; \frac{6|w|+1}{6|w|}; -\frac{\Omega_{de}}{\Omega_m}\right).$$

На Рис. (2.14) тонкой линией показана зависимость $B(z)$ от красного смещения при $w = -1.5$, а точками – эта зависимость при $w = -0.5$:

$$B(z) = \frac{D(z)}{D_{ph}}.$$

Легко видно, эта зависимость малочувствительна к изменению параметра темной энергии. Таким образом, при оценке количества космических струн можно ограничиться Стандартной Λ CDM-моделью с $w = -1$.

Сравнение моделей с различными типами темной энергии. В Таблице (2.1) сведены вместе оценки параметров космических струн и вычисление их количества. Величины для модели с $w \neq -1$ впервые рассчитаны в работе [86].

Таблица 2.1. *Параметры космических струн*

Параметры моделирования	[13]	[14, 87, 88]	[15]	[16]
$\frac{G\mu}{c^2}$	$4 \cdot 10^{-6}$	$1.5 \cdot 10^{-6}$		$7 \cdot 10^{-7}$
v_r	$0.66c$	$0.62c$	$0.63c$	

Таблица 2.1. *Параметры космических струн*

Параметры моделирования	[13]	[14, 87, 88]	[15]	[16]
v_m	$0.61c$	$0.58c$	$0.57c$	
A_r	0.14	0.13	0.13	0.16
A_m	0.18	0.17	0.20	0.19
$N(z), z \in (0.5, 7]$ $w = -1$	3 – 305	4–362	3 – 223	3 – 259
$N(z), z \in [8, 100]$ $w = -1$	340 – 964	404–1144	248–703	289 – 820
$N(z), z \in (0.5, 7]$ $w = -1.5$	4 – 325	4 – 385	3–237	3–276
$N(z), z \in [8, 100]$ $w = -1.5$	360 – 976	428 –1158	263–712	306–830
$N(z), z \in (0.5, 7]$ $w = -0.5$	3 – 265	4–314	3–193	3–225
$N(z), z \in [8, 100]$ $w = -0.5$	298 – 933	353–1108	217–680	253–794

При моделировании поведения сетей космических струн в рамках подхода полевых теорий существует ряд специфических проблем. Толщина струн должна быть искусственно увеличена для того, чтобы придерживаться используемой при моделировании разрешающей точности.

Таблица 2.1. *(продолжение)*

Параметры моделирования	[89] (Абель-Хиггс)	[82] (Намбу-Гото/ /Абель-Хиггс)	[90]
$\frac{G\mu}{c^2}$	$1.8 \cdot 10^{-6}$	$2.6 \cdot 10^{-7}/$ $6.4 \cdot 10^{-7}$	
v_r	$0.5c$	$0.65c/$ $0.4c$	$0.63c$
v_m	$0.5c$	$0.6c/$ $0.4c$	$0.59c$
A_r	0.26	0.13/ 0.35	0.15

Таблица 2.1. (продолжение)

Параметры моделирования	[89] (Абель-Хиггс)	[82] (Намбу-Гото/ /Абель-Хиггс)	[90]
A_m	0.29	0.21/ 0.35	0.17
$N(z), z \in (0.5, 7]$ $w = -1$	1 – 73	2 – 192/ 1 – 42	4 – 362
$N(z), z \in [8, 100]$ $w = -1$	83 – 231	215 – 607/ 47 – 131	404 – 1144
$N(z), z \in (0.5, 7]$ $w = -1.5$	1 – 78	3 – 205/ 1 – 45	4 – 385
$N(z), z \in [8, 100]$ $w = -1.5$	86 – 234	227 – 615/ 49 – 133	427–1158
$N(z), z \in (0.5, 7]$ $w = -0.5$	1 – 64	2 – 167/ 1 – 36	4 – 314
$N(z), z \in [8, 100]$ $w = -0.5$	72 – 223	188 – 588/ 41 – 127	353–1108

Такие изменения не влияют на структуру спектра первичных возмущений реликтового излучения, что и подтверждается наблюдениями. Однако эти изменения толщин струн могут отразиться на динамике сетей. В случае моделирования поведения струн типа Абель-Хиггса большая часть энергии струн теряется за счет излучения поля, а производство петель практически отсутствует благодаря низкой разрешающей точности моделирования сетей струн такого типа.

Моделирование струн типа Нambu-Гото ведется с большей разрешающей точностью, что, однако, приводит к проблемам точного определения петель малых масштабов, поскольку внутренняя структура таких струн не учитывается. Еще одна проблема моделирования сетей заключается в том, что энергия струн передается от длинных струн к мелким петлям в процессах динамических пересечений, после чего петли распадаются, излучая гравитационные волны, и в дальнейшем не учитываются в моделировании. Сами гравитационные волны также не учитываются в моделировании, в силу большой сложности решения задач с обратными связями.

Альтернативный метод исследования сетей струн заключается в совместном использовании струн Абель-Хиггса, струн Нambu-Гото и так называемой модели несвязанных сегментов [89]. Согласно последней модели, сеть струн представляется в виде стохастического набора несвязанных движущихся сегментов некоторой длины $A_{dPH}(t)$ и параметром скорости v .

Эти сегменты случайным образом удаляются, с некоторой заданной интенсивностью, для имитации ухода струн за горизонт частиц, что позволяет получить заданную плотность сети струн. Модель несвязанных сегментов использовалась для исследования спектра анизотропии реликтового излучения, полученного моделированием разных типов струн. В этом подходе учитывался переход от радиационно-доминированной Вселенной ко Вселенной, доминированной веществом, а также смена стадии замедленного расширения на ускоренное.

Когерентная длина сети струн растет со временем. Следовательно, неоднородности на малых угловых масштабах ожидаются меньшими в более ранние времена, а неоднородности на больших угловых масштабах, наоборот, уменьшаются в более поздние времена. Таким образом, вклад космических струн в интервале красных смещений $z \in (100, 1100)$ в крупномасштабную анизотропию реликтового излучения мал, а значит, для исследования влияния струн на анизотропию реликтового излучения можно рассматривать более узкий интервал $z \in [0, 100]$.

2.4 Вероятностные оценки количества струн

Далее вычислено среднее ожидаемое количество космических струн в зависимости от их красного смещения, вплоть до поверхности последнего рассеяния. Вычисления проведены на основе геометрической вероятности пересечения прямым сегментом струны заданной площадки, а также на основе информации об отсутствии струн при их поиске по эффектам гравитационного линзирования по оптическим каталогам. Показано, что для красных смещений $0 < z < 1.954$ струн нет, но для $0 < z < 5$ ожидаемое количество струн может быть не больше $2.1 \cdot 10^3$ на 95% уровне точности. Для красных смещений, вплоть до $z = 1100$ ожидаемое количество струн может быть не больше $2.4 \cdot 10^4$ на 95% уровне точности. Последняя оценка чувствительная к априорной информации об отсутствии космических струн в интервале красных смещений $0 < z < 1.954$ в площадке 4.48 квадратных градусов в оптических каталогах и дает величину, на 6% меньшую, чем без учета этой информации.

Космические струны – линейные топологические дефекты, которые могли бы образоваться в ранней Вселенной в результате фазовых переходов [3], [91].

Существуют два основных метода поиска космических струн - по радио обзорам и по оптическим обзорам. В первом случае данные представляют собой радиокарту микроволнового реликтового излучения всей небесной сферы. Во втором случае исследователи имеют дело с набором небольших площадок, глубокие оптические обзоры которых были сделаны с помощью

оптических инструментов, в первую очередь, с помощью телескопа Хаббла (HST).

За последние годы активный интерес к изучению космических струн был вызван серией работ (см. [92] - [95] и ссылки в них) по разработке детальной стратегии поиска таких объектов по эффектам гравитационного линзирования, а также по анизотропии реликтового излучения [70], [96].

При линзировании объектов (галактик) на струне, находящейся между наблюдателем и этими объектами, должна возникать характерная цепочка пар гравитационно линзовых изображений, разделенных расстоянием порядка $0.1 - 5$ угловых секунд. Это расстояние зависит от единственного параметра космической струны, ее линейной плотности μ [97]. Нижний предел определяется максимальной разрешающей способностью современных оптических телескопов (HST), с помощью которых ведется поиск событий гравитационного линзирования. Верхний предел следует из анализа радиокарт анизотропии микроволнового реликтового излучения [98], [70].

С использованием архивных оптических каталогов HST, разными группами исследовались небольшие площадки в оптическом диапазоне (в том числе, в работе [94], площадки суммарной площади порядка 4.48 квадратных градусов) на предмет поиска гравитационно-линзовых событий, вызванных космическими струнами. Космических струн обнаружило не было.

Несмотря на то, что общая площадь доступных в оптических наблюдениях полей не слишком велика, можно извлечь важную информацию из того факта, что в этих полях космических струн не было обнаружено. Прежде всего, оценить максимальное количество струн во Вселенной (в предположении, что они существуют).

Подобные попытки предпринимались на основе простых моделей (см. [99]-[?] и ссылки в этой работе). Количество струн оценивалось геометрически, отношением объемов. Так, для каждого значения красного смещения z число струн в шаре, в центре которого расположен наблюдатель, и с радиусом $d(z)$, определяемым рассматриваемой космологической моделью, есть

$$N(z) = \left(\frac{2d(z)}{L} \right)^3,$$

где L – функция, полученная в результате численного моделирования динамики сети космических струн.

В этом подходе учитывается зависимость числа струн от вида космологической модели, однако не учитываются данные по оптическим каталогам: тот факт, что в площадках известной площади не было обнаружено космических струн.

Как было показано в работе [3] в эпоху доминирования вещества и позже сеть космических струн космологических длин достигает масштабно-инвариантного режима. Общая плотность энергии всех струн есть

$$\rho_s = \Psi \frac{G\mu}{c^2} \rho_m = \Psi \Omega_m \frac{3H_0^2}{8\pi c^2}, \quad (2.4.1)$$

где $\Psi = 60 \pm 15$ [14].

Заметим, что параметр плотности не дает указаний на количество струн, а только на находящуюся в согласии с наблюдениями и моделированием общую длину всей совокупности сегментов космических струн. Вычисление количества струн совместно с величиной параметра плотности может дать оценку средней длины сегмента такого объекта как функцию красного смещения.

Значение параметра Ψ определяется численно, на основе начальной конфигурации струн, которая в свою очередь определяется особенностями соответствующих фазовых переходов согласно механизму Киббла [3], [101]. Так, когда температура Вселенной падает ниже некоторой критической, происходят фазовые переходы и формируются области пространства-времени, в каждой из которых поле вакуума принимает независимое значение. В каждой такой области может образоваться космическая струна. Таким образом, начальное распределения струн в ранней Вселенной полностью определяется средним расстоянием между такими областями – корреляционной длиной ξ . Начальная плотность энергии струн определяется как H_0/ξ , что есть отношения размера горизонта событий к корреляционной длине начального распределения струн [14, 102]. Для простоты оценок величину ξ рассматривают для модели глобальных $U(1)$ -струн [3], обладающих некими начальными скоростями, а также структурой в виде петель.

Сформулируем задачу оценки максимального числа космических струн следующим образом. Пусть во Вселенной есть хотя бы одна космическая струна. Далее, пусть в некотором поле площадью $s = \theta_1 \times \theta_2$ космических струн не обнаружено.

Примем площадь рассматриваемого поля s как суммарную площадь всех полей, исследованных в оптическом диапазоне на предмет поиска гравитационно-линзовых пар изображений, сформированных струнами. Без ограничения общности и для простоты расчетов можно считать поле квадратным, $\theta_1 = \theta_2 = \theta_0$. Действительно, в дальнейшем будет рассматриваться геометрическая вероятность пересечения такого поля прямой струной, а в такой геометрической модели важна только площадь поля (его доля относительно общей площади поверхности небесной сферы), но не его конфигурация. Мы не рассматриваем несколько более простую с точки зрения расчетов круговую площадку, так как это не принято в астрономии.

Тогда ожидаемое количество космических струн в поле s определим из нелинейного уравнения вида:

$$N = \int_0^{\theta_c(\phi, \theta)} d\theta_c \int_{z_{min}}^{z_{max}} dz \cdot 2 \int_0^{\pi/2} d\beta P(\theta_0, \Psi, \sin \beta, z, \theta_c, N). \quad (2.4.2)$$

Здесь $P \in [0, 1]$ – вероятность, представляющая собой функцию от вероятностей, которые будут указаны ниже. Функция P зависит от следующих параметров:

- Ψ – параметр плотности (2.4.1),
- β – угол наклона, т.е. угол между лучом зрения и касательной к струне [101],
- z – красное смещение,
- θ_c – длина сегмента струны внутри площадки $s = \theta_0^2$, зависящая от ориентации струны относительно площадки. Ориентация определяется углом ϕ и линейным расстоянием θ от центра площадки до струны.

Интегрирование ведется по всем возможным углам наклона струны относительно луча зрения, по всем возможным длинам сегмента θ_c , а также по рассматриваемому диапазону красных смещений, внутри которого проводится оценка числа струн. Коэффициент "2" учитывает симметрию поворотов струны относительно луча зрения. В результате расчетов имеем среднее ожидаемое количество струн в телесном угле $\Delta\Omega$, связанным соотношением

$$d = D(z) \cdot \Delta\Omega,$$

где $d = \sqrt{2}\theta_0$ – линейный размер площадки s , $D(z)$ – расстояние углового диаметра (см. Приложение Б), определяемое как

$$D(z) = \frac{1}{1+z} \int_0^z \frac{dz}{\sqrt{\Omega_m(1+z)^3 + \Omega_\Lambda}}.$$

Очевидно, для подсчета среднего ожидаемого числа струн во всей Вселенной полученное из уравнения (2.4.2) число N следует умножить на коэффициент K , который есть отношение площади поверхности всей небесной сферы к площади исследуемой площадки, $K = 4\pi/s$.

Рассмотрим функцию P , стоящую под интегралом в уравнении (2.4.2).

Пусть во Вселенной (т.е., геометрически, в полном телесном угле (4π)) имеется в среднем $K \cdot N$ (считаем, что $N \geq 0$) струн. Тогда вероятность того, в площадку $s = \theta_0^2$ не попало ни одной струны, может быть представлена

с помощью геометрического распределения Фарри [103], а именно. Пусть x – число "испытаний" до появления "события". В терминах рассматриваемой задачи "испытание" есть случайное "бросание" прямой струны произвольной длины в полный телесный угол, а "событие" есть попадание сегмента струны длины θ_c в площадку s . Тогда применительно к площадке s плотность распределения есть

$$P = p_{cross}(1 - p_{cross})^N. \quad (2.4.3)$$

Здесь вероятность p_{cross} есть геометрическая вероятность пересечения сегмента струны длиной θ_c площадки s . Вероятность $(1 - p_{cross})^N$ означает, что ни одна из, в среднем, N струн не оказалась в площадке s .

Очевидно, с ростом площади s при будущих исследованиях и в случае отрицательного результата по обнаружению струн в этих полях, ожидаемое максимально возможное число струн будет уменьшаться.

Для численного решения нелинейного уравнения (2.4.2) необходимо проинтегрировать правую часть этого выражения по всем возможным длинам сегмента θ_c струны, попавшего в площадку s . Расчеты распадутся на два разных случая взаимной ориентации сегмента струны и площадки. Первый случай: концы сегмента расположены на смежных сторонах площадки. Второй случай: концы сегмента расположены на противоположных сторонах площадки. Расчеты обоих случаев приведены в Приложении Б. Далее, необходимо проинтегрировать по всему диапазону красных смещений. Если нас интересует только геометрическая вероятность пересечения струной рассматриваемой площадки, то диапазон красных смещений есть $[z_{min}, z_{max}] = [0, 1100]$, где нижний предел соответствует положению наблюдателя, а верхний – положению поверхности последнего рассеяния. И, наконец, необходимо проинтегрировать по всем возможным углам наклона струны относительно луча зрения (от 0 до $\pi/2$).

В случае привлечения к вычислению N дополнительной информации оптических каталогов, предельные величины красных смещений будут определяться соответствующими каталогами. Так, оптические данные по внегалактическим источникам проекта COSMOS [104] охватывает диапазон красных смещений $0 \leq z \leq 1.954$. Кроме того, изменится функция P

$$\tilde{P} = p_{cross} p_{lens}(1 - p_{cross} p_{lens})^N, \quad (2.4.4)$$

где p_{lens} есть вероятность обнаружения гравитационно-линзовых событий в площадке s . Другими словами, вероятность $p_{cross} p_{lens}$ есть вероятность того, что поле s пересекает струна и что одновременно с этим в поле s есть гравитационно-линзовые события.

Необходимое количество гравитационно-линзовых событий может быть одно, два или три (большее количество гравитационно-линзовых событий не имеет смысла рассматривать в силу их малой вероятности). Так, в работе [94] в качестве критерия наличия в поле прямого сегмента струны предлагается принять три события, то есть, цепочку трех гравитационно-линзовых пар.

2.4.1 Оценки максимального количества струн с учетом данных оптических каталогов

В случае привлечения данных оптических каталогов, оценки максимального количества струн N определяются из нелинейного уравнения (2.4.2) путем подстановки $z_{min} = 0$, $z_{max} = 1.954$, а также (2.4.4):

$$N = \int_0^{\theta_c(\phi, \theta)} d\theta_c \int_0^{1.954} dz \cdot 2 \int_0^{\pi/2} d\beta \left[p_{lens} p_{cross} (1 - p_{lens} p_{cross})^N \right], \quad (2.4.5)$$

где (см. Приложение Б)

$$\begin{aligned} p_{cross} &= p_0 \cdot \sin \beta \cdot \Psi \cdot \frac{3 \Omega_m H_0}{2 c} \cdot \frac{D(z)(1+z)^2}{\sqrt{\Omega_m(1+z)^3 + \Omega_\Lambda}} = \\ &= p_0 \cdot \sin \beta \cdot \Psi \cdot \frac{3 \Omega_m H_0}{2 c} \cdot F(z), \end{aligned} \quad (2.4.6)$$

$$F(z) = \frac{1+z}{\sqrt{\Omega_m(1+z)^3 + \Omega_\Lambda}} \cdot \int_0^z \frac{dz}{\sqrt{\Omega_m(1+z)^3 + \Omega_\Lambda}} \quad (2.4.7)$$

и

$$p_0 = \frac{1}{2\pi^2} \begin{cases} 1, & 0 < \theta_c < \theta_0 \\ \frac{(\theta_0/\theta_c)^3}{\sqrt{1-(\theta_0/\theta_c)^2}} + (\theta_0/\theta_c)^2 - 1, & \theta_0 < \theta_c < \sqrt{2}\theta_0. \end{cases} \quad (2.4.8)$$

Геометрическая вероятность p_0 пересечения сегмента струны длиной θ_c поля s зависит от одного из двух возможных взаимных положений струны и поля s (2.15). Так, первое выражение в (2.4.8) соответствует тому, что концы сегмента струны лежат на смежных сторонах поля s . Второе выражение соответствует сумме двух вариантов: концы сегмента струны лежат на противоположных сторонах поля s и концы сегмента струны лежат на

смежных сторонах поля s в случае, когда длина сегмента больше стороны поля s и меньше его диагонали.

Вероятность p_{lens} в (2.4.5) есть вероятность появления гравитационно-линзовых событий на исследуемой площадке. Сравним вероятности появления хотя бы одного события гравитационного линзирования, не менее двух и не менее трех таких событий.

Поскольку число гравитационно-линзовых событий редко, будем считать, что вероятность обнаружения такого события подчиняется распределению Пуассона. Следовательно, вероятность обнаружить хотя бы одно событие гравитационного линзирования есть

$$p_{lens}(\theta_c) = 1 - \exp(-N_{events}). \quad (2.4.9)$$

Вероятность обнаружить не менее двух таких событий есть

$$p_{lens}(\theta_c) = 1 - \exp(-N_{events}) \cdot \left(1 + N_{events}\right) \quad (2.4.10)$$

и не менее трех событий есть

$$p_{lens}(\theta_c) = 1 - \exp(-N_{events}) \cdot \left(1 + N_{events} + \frac{N_{events}^2}{2}\right). \quad (2.4.11)$$

Здесь N_{events} – ожидаемое число событий, определяемое плотностью фоновых по отношению к струне источников $n(z, m)$, а также сечением струны σ . Число таких событий вычисляется в предположении, что в поле s есть струна.

Поверхностная плотность источников (ее размерность “угловая секунда”⁻²) есть функция их красных смещений и звездных величин [105]:

$$n(z, m) = A(m)z^2 \exp\left\{-\left(\frac{z}{z_c(m)}\right)^{1.5}\right\}, \quad (2.4.12)$$

где

$$z_c(m) = z_m/1.412, \quad (2.4.13)$$

$$A(m) = \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{z_c(m)^3} \cdot B \cdot 10^{0.45m}. \quad (2.4.14)$$

Коэффициент нормировки B есть величина порядка 10^{-7} . Он выбран таким образом, чтобы удовлетворять наблюдательным данным по исследованию распределения галактик по красным смещениям, [106], [107] (2.16). Интервал красных смещений, используемый каталогом объектов [104], есть

$$z_m = (0.18 \pm 0.01) \cdot m - (3.3 \pm 0.2). \quad (2.4.15)$$

В фильтре $F814W$ минимальная звездная величина есть $m_{min}(F814W) = 19$, а максимальная звездная величина составляет $m_{max}(F814W) = 26.6$. Таким образом, максимально возможный интервал исследуемых красных смещений с точностью до ошибок есть $[z_{min}, z_{max}] = [0, 1.954]$, что и определяет пределы интегрирования по красным смещениям в выражении (2.4.5).

Сечение струны σ есть площадь, покрываемая полосой Эйнштейна, то есть, произведение дефицита угла струны $\Delta\theta$ на длину сегмента струны θ_c , попавшего в площадку s :

$$\sigma = \theta_c \cdot \Delta\theta \leq \theta_c \cdot 5'' \quad (2.4.16)$$

Дефицит угла считаем максимально возможным, полученным по независимому анализу радиокарт, [70].

Таким образом, ожидаемое число гравитационно-линзовых событий есть

$$N_{events} = \int_{z_{min}}^{z_{max}} dz \int_{m_{min}}^{m_{max}} \sigma \cdot n(z, m) dm, \quad (2.4.17)$$

Подставляя в (5.14) выражения (2.4.12) - (2.4.15) и (2.4.16) и интегрируя по красным смещениям и звездным величинам, получаем ожидаемое количество гравитационно-линзовых событий, попадающих в полосу Эйнштейна струны с максимально возможным дефицитом угла $\Delta\theta = 5''$. Эта величина определяется длиной сегмента струны θ_c :

$$N_{events} = \frac{1.747}{1''} \theta_c.$$

Подставляя последнюю величину в выражения (2.4.9), (2.4.10), (2.4.11) соответственно, получаем оценки на вероятность обнаружения космической струны в площадке s оптическими методами для случаев одного, двух и трех гравитационно-линзовых событий соответственно:

$$p_{lens}^1 = 0.087, \quad (2.4.18)$$

$$p_{lens}^2 = 0.004, \quad (2.4.19)$$

$$p_{lens}^3 = 10^{-4}. \quad (2.4.20)$$

Оценим теперь количество струн по формулам (2.4.5) - (2.4.8) для полученных трех различных значений p_{lens} . Размер поля $s = \theta_0^2 = 4.48$ квадратных градусов, параметр плотности струн $\Psi = 60$. Космологические параметры Λ CDM-модели $\Omega_m = 0.27$, $\Omega_\Lambda = 1 - \Omega_m = 0.73$.

Для возможности численных расчетов, в силу сложности выражений (2.4.5) - (2.4.8), функция $F(z)$ может быть с большой точностью ($\leq 0.1\%$)

кусочно-аппроксимированна квадратичными полиномами:

$$F(z) = \begin{cases} 1.0z + 0.19z^2, & 0 < z < 0.25 \\ 0.10 + 0.71z - 0.52(z - 0.5)^2, & 0.25 < z < 0.75 \\ 0.43 + 0.26z - 0.34(z - 1)^2, & 0.75 < z < 1.25 \\ 0.71 + 0.03z - 0.14(z - 1.5)^2, & 1.25 < z < 1.75 \\ 0.86 - 0.06z - 0.05(z - 2)^2, & 1.75 < z < 1.954. \end{cases} \quad (2.4.21)$$

В силу малости величины $p_{lens}p_{cross}$, функцию (2.4.4) можно представить в виде линейного по N ряда:

$$\tilde{P} \approx p_{lens} p_{cross} - N \cdot (p_{lens} p_{cross})^2. \quad (2.4.22)$$

В приближении (2.4.22) уравнение (2.4.5) становится линейным по N :

$$\begin{aligned} N &= 2 \int_0^{\theta_c(\phi, \theta)} d\theta_c \int_0^{1.954} dz \int_0^{\pi/2} d\beta \left[p_{lens} p_{cross} - N \cdot (p_{lens} p_{cross})^2 \right] = \\ &= 2 \int_0^{\theta_c(\phi, \theta)} d\theta_c \int_0^{1.954} dz \int_0^{\pi/2} d\beta p_{lens} p_{cross} - \\ &- 2N \int_0^{\theta_c(\phi, \theta)} d\theta_c \int_0^{1.954} dz \int_0^{\pi/2} d\beta (p_{lens} p_{cross})^2. \end{aligned} \quad (2.4.23)$$

Из уравнения (2.4.23) максимальное ожидаемое число струн есть:

$$N = \frac{2 \int_0^{\theta_c(\phi, \theta)} d\theta_c \int_0^{1.954} dz \int_0^{\pi/2} d\beta p_{lens} p_{cross}}{1 + 2 \int_0^{\theta_c(\phi, \theta)} d\theta_c \int_0^{1.954} dz \int_0^{\pi/2} d\beta (p_{lens} p_{cross})^2}. \quad (2.4.24)$$

Подставим (2.4.21) в (2.4.6) - (2.4.8) и в (2.4.24) для трех различных значений p_{lens} , (2.4.18) - (2.4.20).

Результаты расчетов приведены на Рис. (2.17) - (2.19). Видно, что в том случае, если ограничиться одним гравитационно-линзовым событием в поле s , число струн в этом поле может достигать $1.24 \cdot 10^2$ на 95% уровне точности, что почти на два порядка превышает оценки, сделанные для случая

простейшей модели [99]. В случае требования наличия двух гравитационно-линзовых событий в поле s , число космических струн не может превышать 5. При требовании наличия трех таких событий в указанном поле, космических струн не ожидается вообще.

2.4.2 Оценка количества струн вплоть до поверхности последнего рассеяния

Оценим количество струн для больших красных смещений вплоть до поверхности последнего рассеяния, $z \in [10, 1100]$. Для таких z нет возможности привлекать данные оптических каталогов, поэтому в расчетах ограничимся только геометрической вероятностью.

Для больших красных смещений ожидаемое максимальное число струн в площадке s есть решение нелинейного уравнения:

$$N = \int_0^{\theta_c(\phi, \theta)} d\theta_c \int_{10}^{1100} dz \cdot 2 \int_0^{\pi/2} d\beta p_{cross} (1 - p_{cross})^N, \quad (2.4.25)$$

где вероятность p_{cross} определяется из (2.4.6) - (2.4.8), и уже не является малой величиной, поэтому разложение в ряд, подобно тому, как это было сделано выше, использовать нельзя. Для возможности численных расчетов, в силу сложности выражений (2.4.5) - (2.4.8), функцию $F(z)$ для больших значений z с точностью лучше 3% можно представить как

$$F(z) = \frac{3.70}{z} - \frac{7.41}{z^2}$$

Результат интегрирования (2.4.25) по углу β для случая $p_0 = 1/2\pi^2$ (см. (2.4.8)) представляет собой комбинацию гипергеометрических функций, Г-функций и степенных функций:

$$\begin{aligned} & \frac{9.13M_1}{z} + \frac{32.76M_2\Gamma(1-N)}{z^2\Gamma(-N)} - \frac{131.09M_2\Gamma(1-N)}{z^3\Gamma(-N)} - \\ & - \frac{18.19M_1}{z^2} + \frac{130.55M_2\Gamma(1-N)}{z^4\Gamma(-N)}, \end{aligned} \quad (2.4.26)$$

где

$$\begin{aligned} M_1 &= F_2^2\left(1 - 0.5N, 0.5 - 0.5N; 0.5, 1.5; \frac{(-4.56z + 9.12)^2}{z^4}\right), \\ M_2 &= F_1^2\left(1 - 0.5N, 0.5 - 0.5N; 2; \frac{(-4.56z + 9.12)^2}{z^4}\right). \end{aligned}$$

Интегрирование выражения (2.4.26) по z осуществляется численно. Для

$$p_0 = \frac{(\theta_0/\theta_c)^3}{\sqrt{1 - (\theta_0/\theta_c)^2}} + (\theta_0/\theta_c)^2 - 1$$

результат интегрирования (2.4.25) по углу β есть более громоздкое выражение, которое здесь не приводится. Его интегрирование по θ_c и по z также осуществляется численно. Полное ожидаемое количество струн во Вселенной вплоть до поверхности последнего рассеяния получается путем умножения найденного числа N на коэффициент K , который есть отношение площади поверхности всей небесной сферы к площади исследуемой площадки, $K = 4\pi/s$.

Для красных смещений, соответствующих наибольшему оптическому диапазону, $0 < z < 5$ максимальные оценки количества струн следующие. В области $0 < z < 1.954$ путем совместного учета как геометрической вероятности, так и вероятности наличия гравитационно-линзовых событий, получаем, что ожидаемое количество струн есть 0, 5 и $1.24 \cdot 10^2$ на 95% уровне точности (требование трех, двух и одного гравитационно-линзового события соответственно). В более удаленных областях, соответствующих красным смещениям $1.954 < z < 5$ можно учитывать только геометрическую вероятность, поскольку надежных данных по оптическим каталогам пока нет. В этом диапазоне красных смещений ожидается не более $2.1 \cdot 10^3$ на 95% уровне точности струн.

Таким образом, окончательно получаем, что для $0 < z < 5$, при учете данных оптических обзор и при требовании наличия не менее трех гравитационно-линзовых событий, полное количество струн ожидается $2.1 \cdot 10^3$ на 95% уровне точности. Эта величина получена с учетом того факта, что в площадке s площади 4.48 квадратных градусов космических струн не было обнаружено [94]. Если этот факт не учитывать, то струн должно было быть больше, в среднем $2.4 \cdot 10^3$ на 95% уровне точности. Важно отметить, что для $0 < z < 5$ учет априорной информации об отсутствии космических струн в интервале красных смещений $0 < z < 1.954$ в площадке 4.48 квадратных градусов дает величину, примерно на 12% меньшую, чем без учета этой информации. Подчеркнем, что из того факта, что космических струн не ожидается в интервале $0 < z < 1.954$ не следует, что космических струн нет во всем оптическом диапазоне.

Для красных смещений, вплоть до поверхности последнего рассеяния ($z = 1100$) общее максимальное количество космических струн ожидается $2.4 \cdot 10^4$ на 95% уровне точности. Эта величина зависит от того, пересекают ли поле s струны или нет. Так, что для $0 < z < 1100$ учет априорной информации об отсутствии космических струн в интервале красных смещений $0 < z < 1.954$ в площадке 4.48 квадратных градусов дает величину, на 6% меньшую, чем без учета этой информации (Рис. (2.20) – (2.21)).

2.4.3 Заключение

Проведены оценки максимального количества космических струн в различных диапазонах красных смещений струн. Оценки основывались на вычислении геометрической вероятности пересечения поля заданного размера прямым сегментом космической струны.

Для диапазона красных смещений $0 < z < 1.954$ помимо геометрической вероятности учитывались и дополнительные критерии. Так, в качестве дополнительного критерия наличия в поле s площадью 4.48 квадратных градусов [94] прямого сегмента космической струны принимались данные оптических каталогов, а именно, оценки количества событий гравитационного линзирования в поле s . Поскольку космическая струна с необходимостью продуцирует гравитационно-линзовые изображения фоновых по отношению к ней источников, то в качестве дополнительных оптических критериев рассматривались следующие: наличие в поле s одного, двух и трех гравитационно-линзовых событий. Последний вариант представляется более надежным, так как позволяет судить о наличии в поле сегмента прямой струны, а не событий гравитационного линзирования, обусловленных другими факторами (обычным линзированием). Так, получено, что в случае требования наличия в поле s не менее трех гравитационно-линзовых событий с совместным учетом вероятности пересечения струной рассматриваемого поля, космических струн в данном диапазоне красных смещений нет. Эта оценка позволяет объяснить безрезультатность поиска космических струн по эффектам гравитационного линзирования, а также уточняет результаты, полученные на основе моделирования сетей космических струн, так как учитывает, что космические струны могут и не представлять собой сеть, а присутствовать в единичных экземплярах. В случае оценки количества струн как эволюционирующей сети, ожидаемое количество струн для рассматриваемого диапазона красных смещений составляет около 6, [99].

Согласно проделанной работе, с учетом как имеющихся оптических данных, так и геометрической вероятности, всего внутри сферы последнего рассеяния (т.е., в интервале красных смещений $0 < z < 1100$) ожидается не больше $2.4 \cdot 10^4$ на 95% уровне точности космических струн, причем почти 90% таких струн не доступны в оптических обзорах, а потому должны обладать угловыми размерами менее 100° [70].

На оценки количества космических струн влияет также тот факт, что в рассматриваемом поле s площади 4.48 квадратных градусов космических струн не было обнаружено, [94]. Для $0 < z < 1100$ учет априорной информации об отсутствии космических струн в интервале красных смещений $0 < z < 1.954$ в площадке 4.48 квадратных градусов дает величину, на 6% меньшую, чем без учета этой информации. Заметим, что для оценок пара-

метров космических струн такая точность является избыточной, и потому изменения параметров космических струн в работе не учитываются.

Основные выводы данной работы следующие. Во-первых, оценки количества струн, полученные традиционными методами анализа эволюции струн необходимо дополнять имеющимися наблюдательными данными в оптическом диапазоне. Во-вторых, необходимо учитывать факт отсутствия струн в полях заданных размеров. Данная работа дает обоснование, почему в оптическом диапазоне не наблюдается космических струн, а также пересматривает традиционное представление о струнах, как сети объектов, поскольку количество струн в ближайших к нам областях ($z < 2$) может быть единичным. В то же время большое количество струн может обладать небольшой протяженностью и в силу удаленности ($z > 7$) быть недоступными для оптических обзоров. Таким образом, важнейшим методом поиска космических струн становится анализ данных анизотропии реликтового излучения, [108].

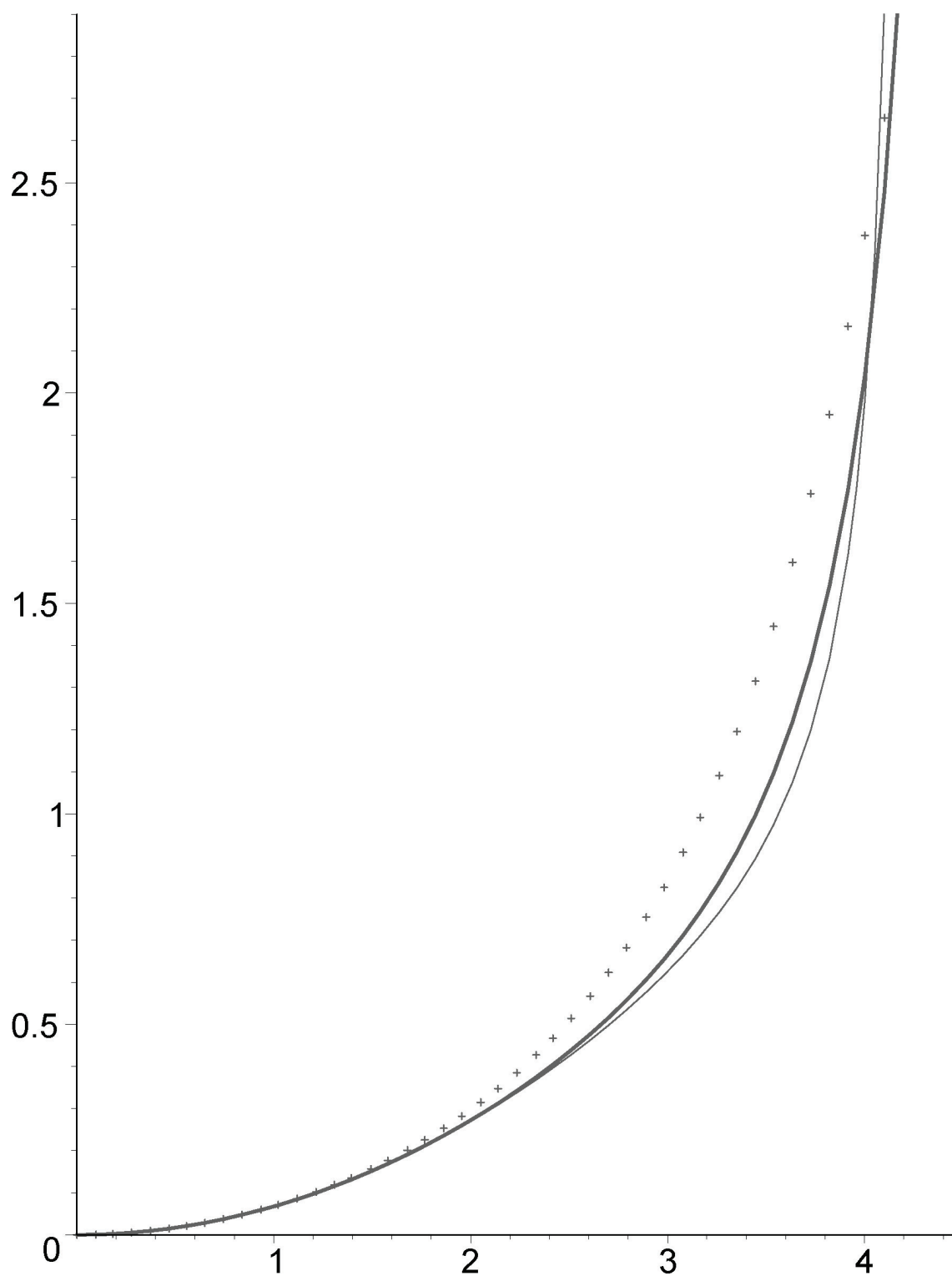


Рис. 2.14. Функция $B(z)$. Тонкой линией показана зависимость $B(z)$ от красного смещения при $w = -1.3$, а точками – эта зависимость при $w = -0.7$. Жирная линия – случай Стандартной космологической модели ($w = -1$).

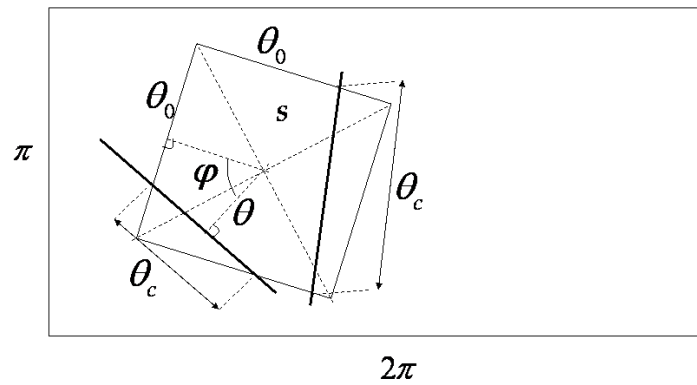


Рис. 2.15. Расположение исследуемой квадратной площадки с площадью θ_0 на прямоугольной проекции небесной сферы. Показано два случая расположения струны относительно площадки s : концы прямого сегмента струны расположены на смежных сторонах площадки и на противоположных сторонах площадки. Положение и ориентацию струны задают угол ϕ и расстояние θ .

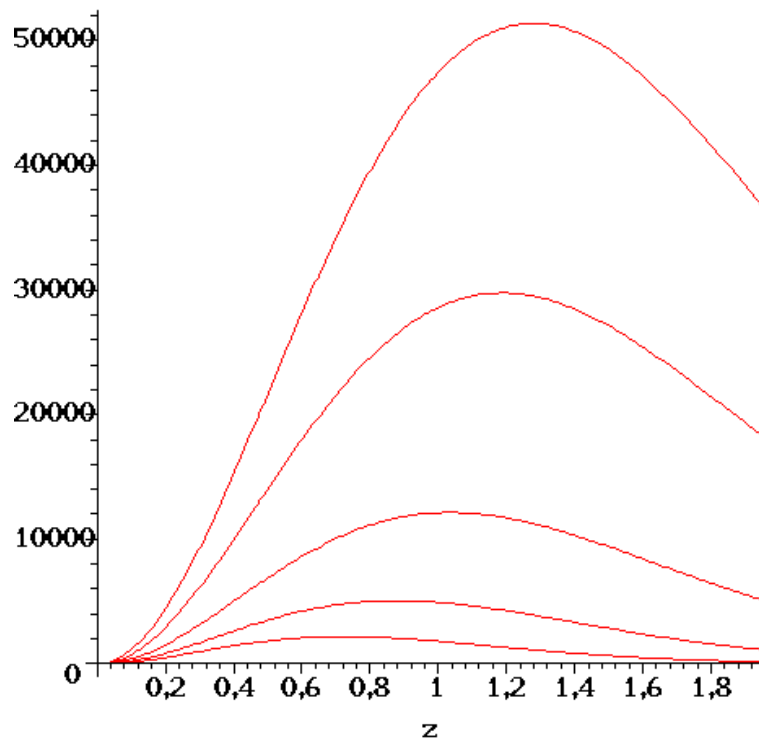


Рис. 2.16. Распределение галактик по красным смещениям для различных звездных величин: 26.6, 26, 25, 23.

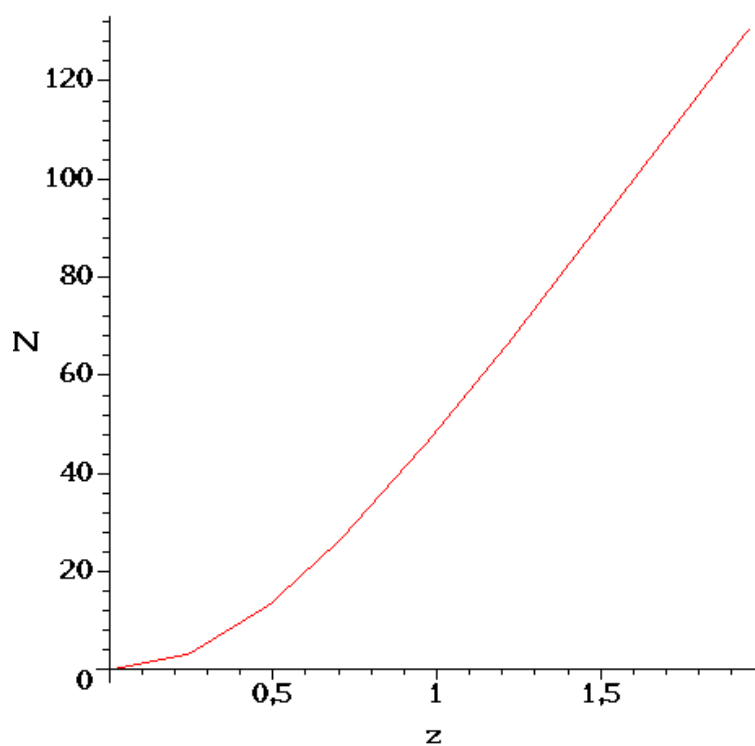


Рис. 2.17. Ожидаемое максимальное количество космических струн как функция красного смещения, полученное в результате совместного использования как геометрической вероятности, так и данных оптических каталогов. Требование наличия одного гравитационно-линзового.

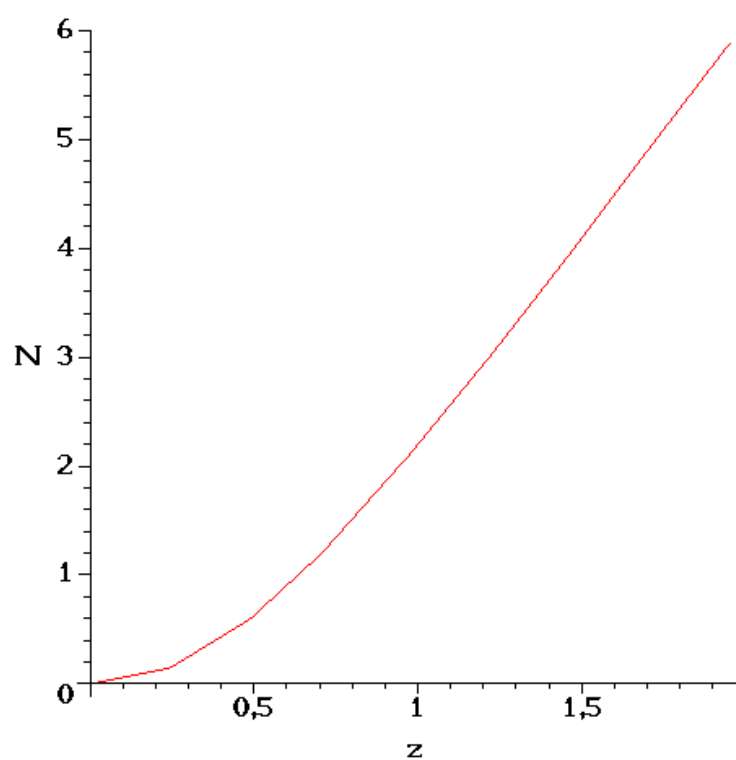


Рис. 2.18. Ожидаемое максимальное количество космических струн как функция красного смещения, полученное в результате совместного использования как геометрической вероятности, так и данных оптических каталогов. Требование наличия двух гравитационно-линзовых событий.

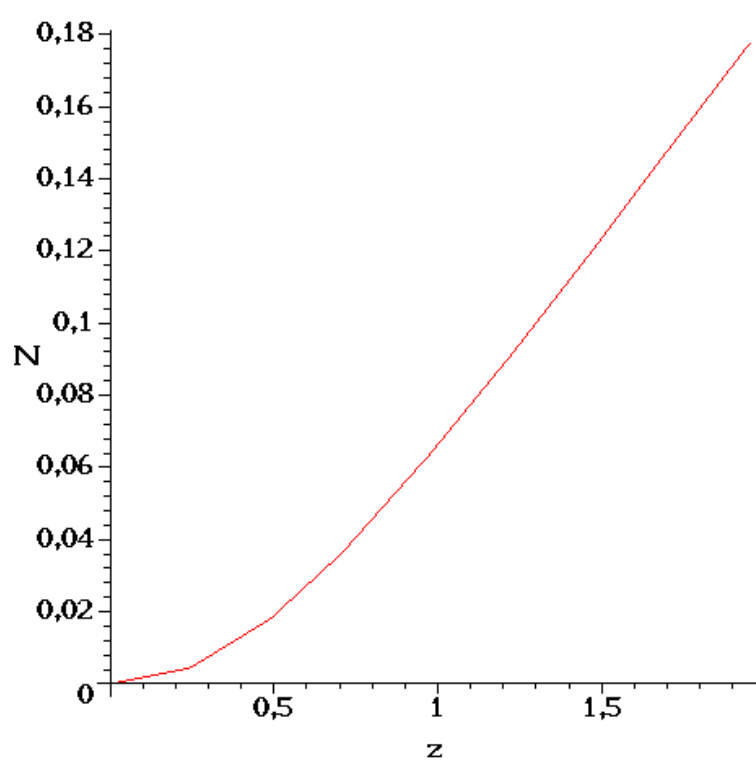


Рис. 2.19. Ожидаемое максимальное количество космических струн как функция красного смещения, полученное в результате совместного использования как геометрической вероятности, так и данных оптических каталогов. Требование наличия трех гравитационно-линзовых событий.

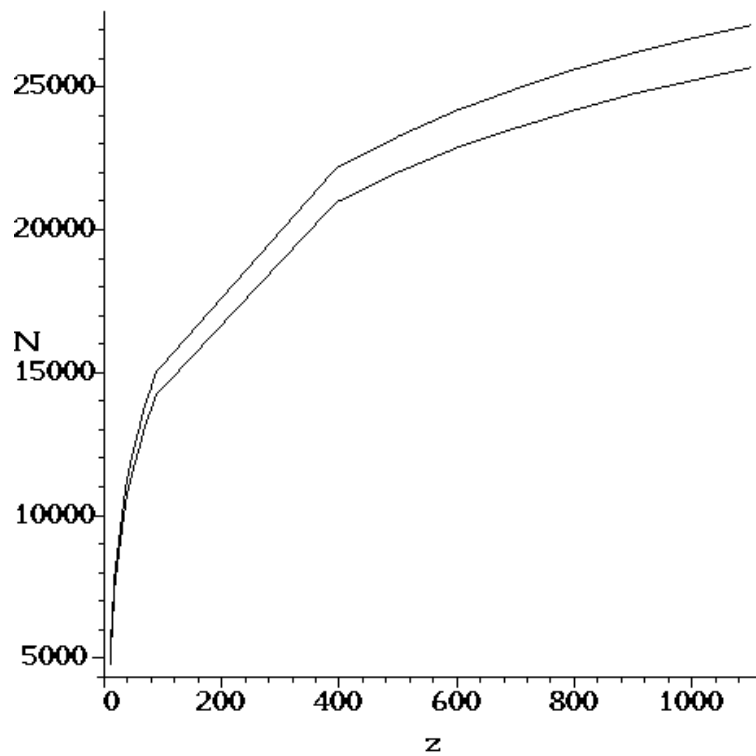


Рис. 2.20. Ожидаемое максимальное количество космических струн вплоть до поверхности последнего рассеяния как функция красного смещения, полученное в результате совместного использования только геометрической вероятности. Нижняя кривая представляет собой количество струн при учете априорной информации об отсутствии струн в площадке с площадью 4.48 квадратных градусов в оптическом диапазоне $0 < z < 1.954$.

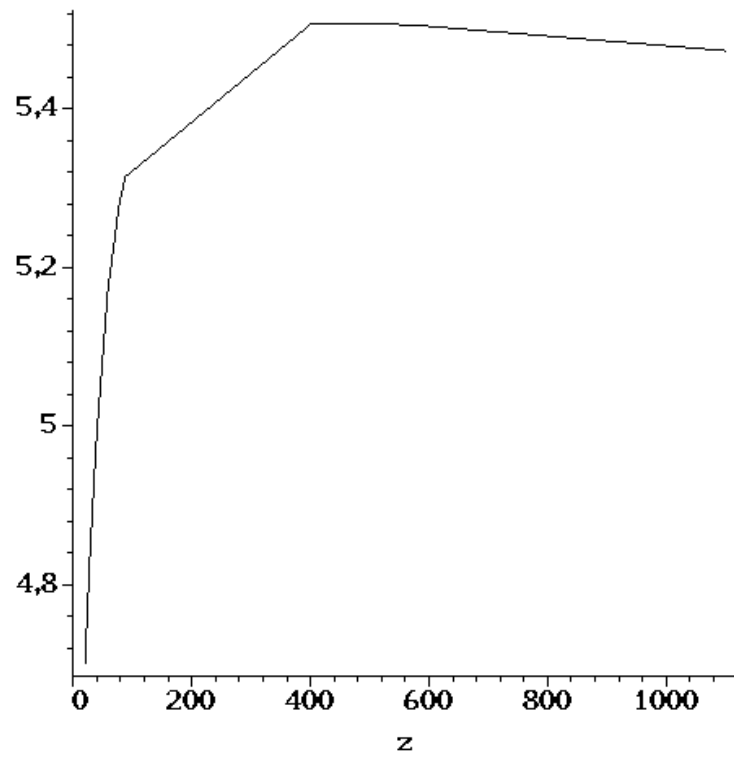


Рис. 2.21. Относительное различие двух кривых, изображенных на Рис. (2.20), в процентах.

Глава 3

Объект CSL-1

3.1 Обнаружение объекта CSL-1 и его характеристики

Объект с названием CSL-1 (Capodimonte-Sternberg-Lens candidate No. 1, далее CSL-1) – особый объект, который был обнаружен в глубоком обзоре Астрономической обсерватории Каподимонте, Неаполь, Италия (Osservatorio Astronomico di Capodimonte – Deep Field, далее OACDF). Координаты объекта: $\alpha = 12^h 23^m 30^s.5$, $\delta = -12^\circ 38' 57.0''$ на эпоху 2000.0.

3.1.1 Оптический обзор OACDF

Характеристики данного оптического обзора, обладающего несколькими цветовыми фильтрами (широкополосными B, V, R, H, а также основными узкополосными 753, 770, 791 и 915 нм) и покрывающего площадь небесной сферы 0.5×1 квадратный градус в области высоких галактических широт, представлены в Таблице (3.1) (см. также [109] – [110] для более полной информации о калибровке и редукации данных).

Таблица 3.1. Характеристики поля OACDF.

Фильтр	Время накопления сигнала [часы]	PSF [угловые секунды]	Ошибки фотометрии
(1)	(2)	(3)	(4)
B (голубой)	2.00	1.20	± 0.11
V (видимый)	1.70	1.06	± 0.13
R (красный)	3.30	1.10	± 0.21

Таблица 3.1. Характеристики поля OACDF.

Фильтр (1)	Время накопления сигнала [часы] (2)	PSF [угловые секунды] (3)	Ошибки фотометрии (4)
H 1600 нм	0.33	0.85	> 0.2
753 нм	6.50	0.93	± 0.11
770 нм	6.00	0.91	± 0.12
791 нм	6.50	1.00	± 0.12
914 нм	5.60	0.85	± 0.13

Первая колонка (1): наименование широкополосных фотометрических фильтров и длин волн в случае узких полос. Вторая колонка (2): общее время накопления сигнала при наблюдении изображений (в часах). Третья колонка (3): FWHM результирующей PSF (ширина по половине интенсивности тестового изображения неразрешенного точечного источника, т.е. характеристика разрешающей способности телескопа), в угловых секундах. Четвертая колонка (4): фотометрическая точность измерений.

Данные OACDF представляют собой обзор неба, в котором, помимо прочих астрофизических задач, осуществлялся плановый поиск событий гравитационного линзирования.

Данные по гравитационно-линзовым событиям были получены с помощью камеры глубокого обзора на телескопе ESO-MPI, 2.2 м, расположенного в Ла Силье, Чили. В марте 2002-го года на Национальном телескопе Галилея (Telescopio Nazionale Galileo, далее TNG, 3.5 м, расположенном на Канарских островах) были получены дополнительные снимки в H-фильтре (1.6 мкм) с помощью работающего в инфракрасном диапазоне прибора и спектрографа (Near Infrared Camera and Spectrograph, далее NICS).

Для поиска и идентификации событий гравитационного линзирования используется ряд критериев (см. [111]), основными из которых являются следующие два: присутствие не менее двух изображений линзируемого фонового по отношению к линзе источника, разделенных небольшим (несколько угловых секунд) угловым расстоянием и обладающих одинаковым отношением потоков в каждом из фильтров. Данные критерии были применены к изображениям в поле OACDF сначала визуально, а затем путем сравнения с каталогами, что привело к обнаружению нескольких слабых кандидатов в гравитационно-линзовые события. После того, как было отброшено несколько ложных кандидатов, список кандидатов сократился

до четырех: CSL-1, CSL-2, CSL-3, CSL-4.

Двойной кандидат CSL-1 подвергался дальнейшему детальному исследованию: на ряде наземных телескопов были получены спектры, а также были получены изображения высокого углового разрешения на телескопе HST. Также были сделаны дополнительные снимки в инфракрасных фильтрах.

3.1.2 Фотометрические данные

Объект CSL-1 состоит из двух источников, А и В (см. Рис. (3.1) - (3.3)), разделенных угловым расстоянием 1.9 угловых секунд. Абсолютная звездная величина каждой компоненты пары в R -фильтре: $M_R = -22.3 \pm 0.1$. Угловое расстояние между компонентами пары 1.9 угловых секунд. Объект принадлежит рассеянному скоплению галактик, поле сильно разреженное, другие объекты отстоят на расстояние от десятков угловых секунд до нескольких угловых минут.

Визуальное исследование показало, что во всех полосах наблюдений оба изображения – с точностью до ошибок – обладали идентичной морфологией, а именно: двумя яркими центрами в окружении оптически разрешенных слабых гало каждый, причем гало характеризовались неискаженными и почти круговыми изофотами. Цвета двух изображений также оказались одинаковыми с точностью до ошибок. Эти результаты приведены в Таблице (3.2). В этой таблице показано, что обе компоненты CSL-1 являются разрешенными: для каждого наблюдательного фильтра приводится измеренная FWHM каждой из компонент пары, а для сравнения приводится FWHM для PSF звезды вблизи CSL-1. Также в этой таблице приведены интегральные звездные величины обеих компонент CSL-1 во всех доступных фильтрах.

Таблица 3.2. Характеристики компонент пары CSL-1.

Фильтр	FWHM (A) [сек. дуги]	FWHM (B) [сек. дуги]	PSF	M_A	M_B	r_e^A	r_e^A/r_e^B
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
В	1.59	1.67	1.14	22.73 ± 0.15	22.57 ± 0.15		

Таблица 3.2. Характеристики компонент пары CSL-1.

Фильтр	FWHM (A) [сек. дуги]	FWHM (B) [сек. дуги]	PSF	M_A	M_B	r_e^A	r_e^A/r_e^B
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
V	1.59	1.67	1.01	$20.95 \pm \pm 0.13$	$21.05 \pm \pm 0.13$	6.3	1.4
R	1.98	1.98	0.98	$19.67 \pm \pm 0.20$	$19.66 \pm \pm 0.20$	3.0	2.5
H	1.19	1.11	0.85				
753 нм	1.11	1.19	0.87				
770 нм	1.27	1.27	0.86			7.4	0.6
791 нм	1.67	1.59	0.97				
914 нм	1.27	1.27	0.79			8.8	1.4

Характеристики компонент пары CSL-1. Первая колонка (1): полоса наблюдения. Вторая и третья колонки (2),(3): FWHM для компонент A и B соответственно. Четвертая колонка (4): FWHM PSF точечного источника. Пятая и шестая колонки (5),(6): абсолютные звездные величины для компонент A и B соответственно. Седьмая колонка (7): эффективный радиус компоненты A. Восьмая колонка (8): отношение эффективных радиусов компонент A и B.

Для исследования профиля яркости объекта CSL-1 была применена двумерная аппроксимационная функция, построенная следующим образом. Наблюдаемое распределение яркости было параметризовано двумерным профилем Серсика:

$$I(r) = I_0 \cdot e^{-b \left(\frac{r}{r_c} \right)^{1/n}}, \quad (3.1.1)$$

подвергнутого свертке с измеренной PSF. Выражение (3.1.1) записано в координатах $\{x, y\}$ (измеренных от центрального пика распределения яркости), через которые определяется величина r :

$$r^2 = \frac{1+e}{2}(x^2 + y^2) + \frac{1-e}{2}(x^2 + y^2) \cos 2\psi + \frac{1-e}{2}xy \sin 2\psi.$$

Величина e – показатель эллиптичности (эксцентриситет) соответствующей изофоты, а ψ – позиционный угол соответствующей изофоты. Наилучшее приближение с помощью выражения (3.1.1) было получено для $n = 4$, что соответствует профилю де Вокулера, [112] (см. Рис. (3.4)).

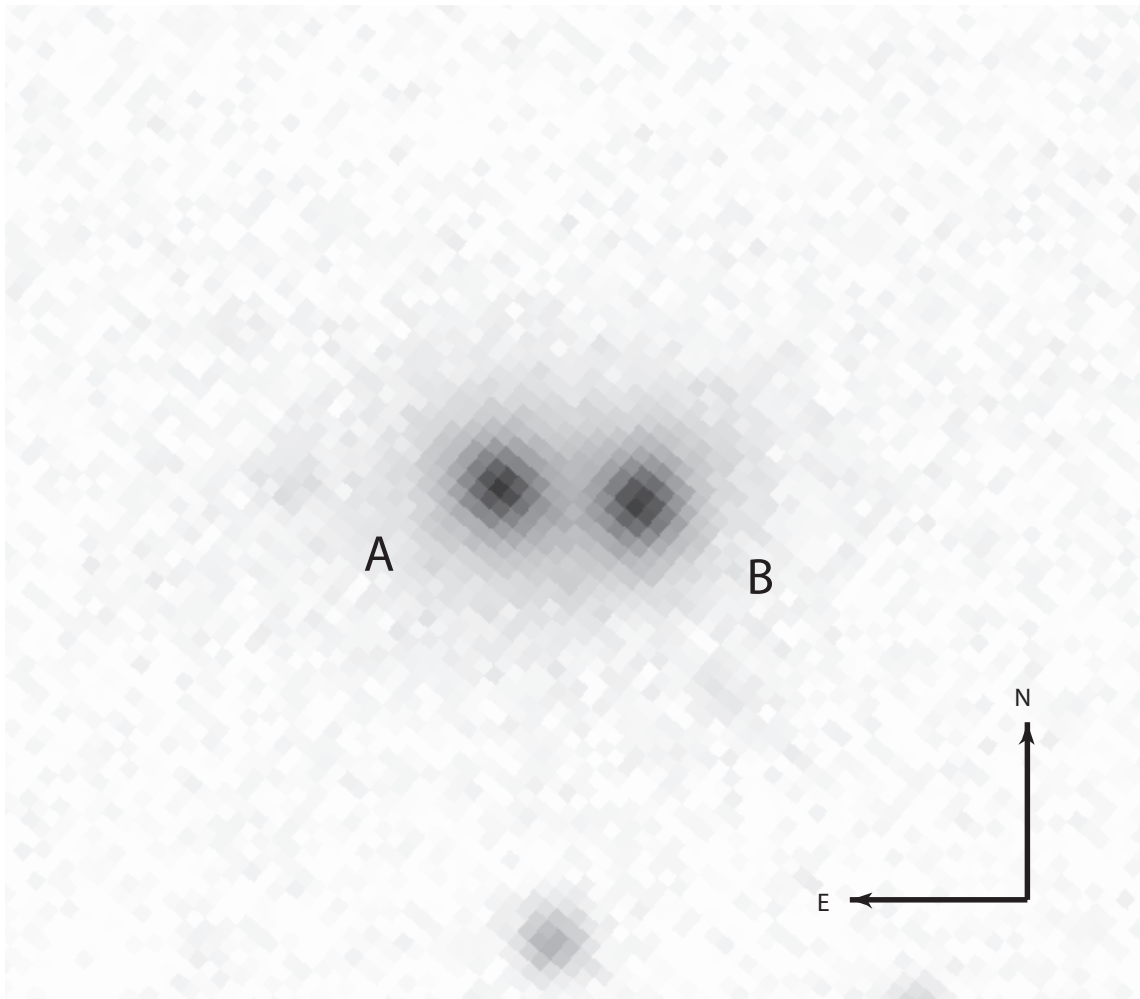


Рис. 3.1. Объект *CSL-1*. Данные 2002-го года. Изображение *CSL-1* в *R*-фильтре. Профиль яркости соответствует закону де Вокулера. 1 пиксел изображения соответствует 0.238 угловым секундам; разрешение порядка 1 угловой секунды. Фотометрическая точность 10%. Компоненты объекта *CSL-1* обозначены *A* и *B* (см. текст). Отчетливо видно, что объект является разрешенным источником.

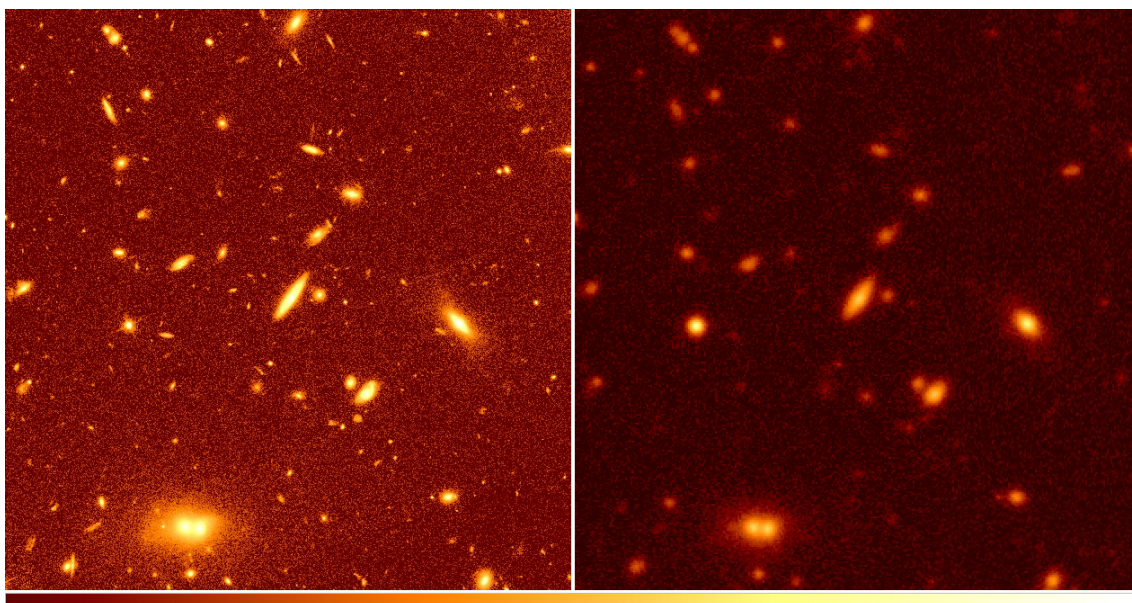


Рис. 3.2. Объект *CSL-1*. Данные 2002-го года. Поле *OACDF*.

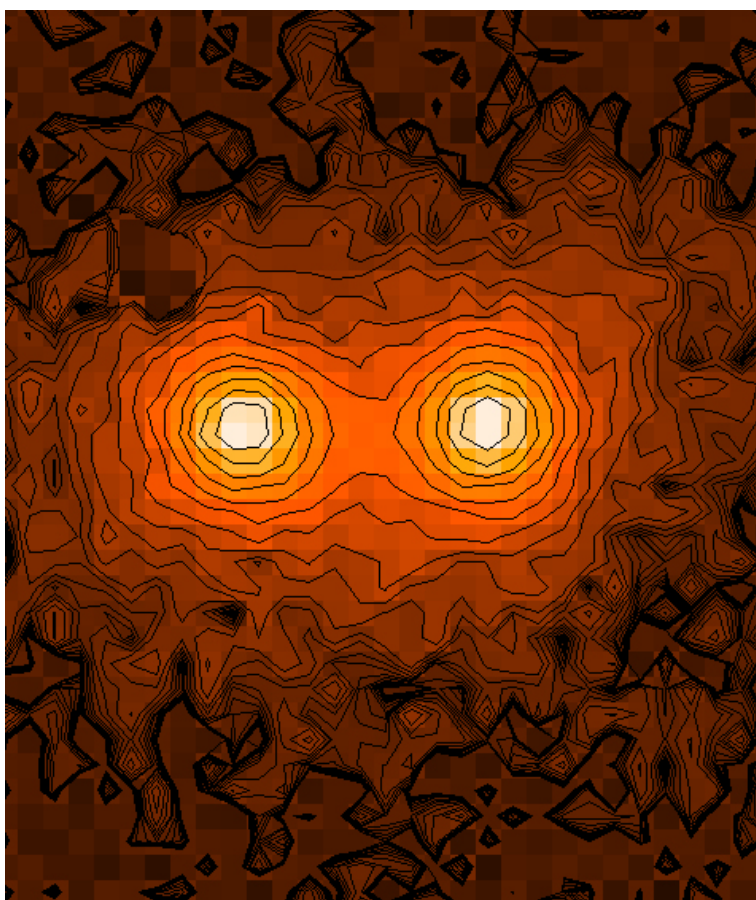


Рис. 3.3. Объект *CSL-1*. Данные 2005-го года. 2D-контуры яркости *CSL-1* на длине волны $\lambda 914$ нм. Изофоты, т.е. сечения трехмерного распределения яркости уровнями поверхностями, построены с некоторым интервалом, удобным для визуализации.

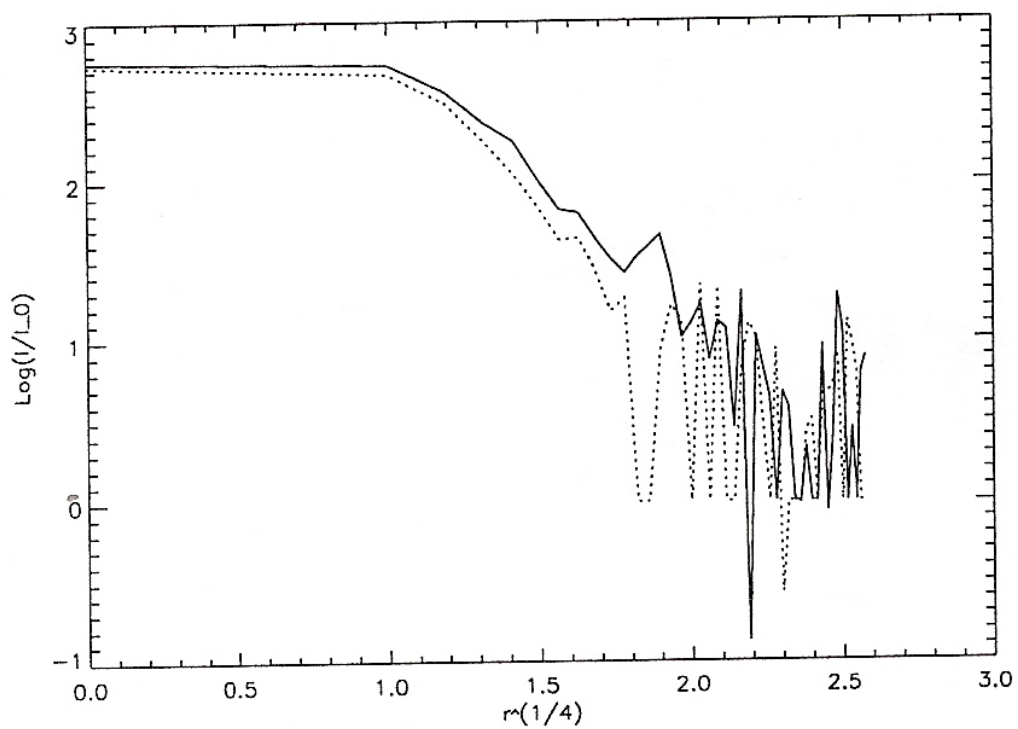


Рис. 3.4. Профиль поверхностной яркости двух компонент объекта CSL-1 на длине волны $\lambda 914$ нм. По вертикальной оси отложен логарифм поверхностной яркости, значение которого нормировано на величину яркости в пике. По горизонтальной оси отложен пиксели в степени $1/4$, что соответствует профилю яркости де Вокулера (см. текст). Наклоны линейных частей обоих профилей идентичны с точностью до ошибок измерений..

Двумерная аппроксимация профиля яркости была также применена для построения двумерного остаточного изображения, полученного путем вычитания модельного изображения из наблюдаемого. В остаточном изображении не было обнаружено никаких систематических трендов. Вплоть до максимально доступной звездной величины ≈ 24.5 различий в профилях яркости обеих компонент обнаружено не было.

3.1.3 Спектроскопические данные

Для проверки гипотезы о том, что обе компоненты объекта CSL-1 А и В являются двумя изображениями одной и той же галактики, были сняты их спектры. Щель спектрометра была установлена вдоль линии, соединяющей центры яркости двух компонент объекта CSL-1. В результате были получены спектры каждой из компонент. Первая пара спектров была получена на телескопе TNG при неудовлетворительных фотометрических условиях, не позволивших произвести калибровку этих спектров, и коэффициент корреляции составил всего 0.6. Вторая пара спектров была получена на телескопе Новых технологий, принадлежащем Европейскому астрономическому сообществу (New Technology Telescope, ESO, далее NTT, 3.5 м, Ла Силья, Чили) при хороших фотометрических условиях (см. Таблица (3.3)). Были осуществлены наблюдения спектрофотометрических стандартов Hiltner 600 и Eg274; спектры были обработаны стандартными процедурами IRAF. Вклад неба был устранен стандартной процедурой AFI, [113]. Снимки были сделаны в десяти фильтрах: широкополосных B, V, R и узкополосных 753, 770, 791, 815, 837, 884, 914 нм.

Состав (наличие линий поглощения металлов) и наклон спектров однозначно указывают на то, что обе компоненты пары есть эллиптические галактики с красным смещением $z = 0.46 \pm 0.008$ (что определено независимо для двух спектров).

Таблица 3.3. Данные спектроскопии объекта CSL-1.

Оборудование (1)	Время накопления сигнала (часы) (2)	Спектральное разрешение (ангстремы) (3)	Спектральный интервал (ангстремы) (4)
TNG + Dolores	1	12	5200 – 7600
NTT + EMMI	2	9.4	4000 – 8500

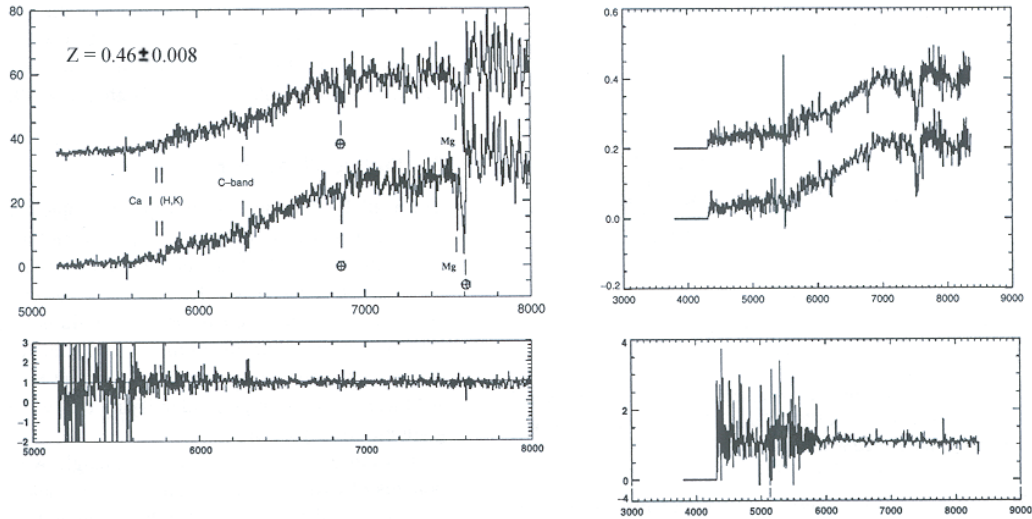


Рис. 3.5. Слева – спектры компонент *CSL-1*, полученные на телескопе *TNG* (см. текст). Спектры для наглядности искусственно разнесены на некоторое расстояние. Видны линии поглощения кальция, полоса *G*, ответственная за металлы в галактиках, линии ночного неба (теллурические линии поглощения), линия магния. Состав и наклон спектров однозначно указывает на то, что обе компоненты есть эллиптические галактики с красным смещением $z = 0.46 \pm 0.008$. Сильные выбросы в спектрах (спайки) образованы от ошибок обработки пораженных пикселей в ПЗС-матрице. Справа – спектры компонент, полученные на телескопе *NTT*.

Совместные данные спектроскопии двух компонент объекта *CSL-1*, полученные на телескопах *TNG* и *NTT* (см. текст). Первая колонка (1): название оборудования: телескопа и спектрографа соответственно. Вторая колонка (2): общее время накопления сигнала (в часах). Третья колонка (3): спектральное разрешение (в ангстремах), измеренное с помощью *FWHM*. Четвертая колонка (4): покрываемый интервал длин волн.

На Рис. (3.5) представлены спектры обеих компонент *A* и *B* объекта *CSL-1*. Для визуализации спектры сдвинуты друг относительно друга вдоль вертикальной оси. На рисунке отмечены наиболее характерные особенности спектров, которые идентичны для обеих компонент. Эмиссионных линий нет. Сильные выбросы в спектрах, т.н. “спайки”, образовались от ошибок обработки пораженных пикселей ПЗС-матрицы.

Небольшое отличие спектров обоих компонент в окрестности линии кальция, с большой вероятностью, инструментальное. Для доказательства идентичности двух спектров было построено их отношение, которое в пределах ошибок есть единица на всей длине спектров. Корреляционная функция двух спектров также подтверждает их идентичность. Корреляционный коэффициент для необработанных спектров составляет 0.9771 для выборки

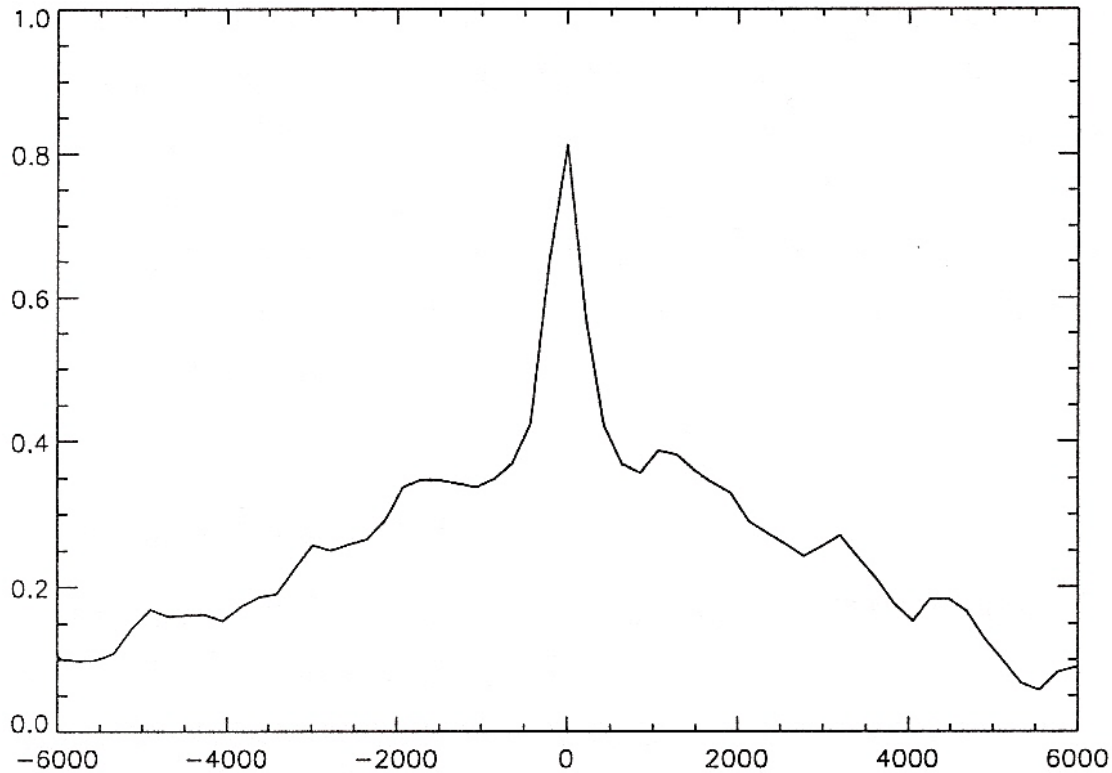


Рис. 3.6. Корреляционный анализ спектров двух компонент пары CSL-1.

в тысячу точек. После обработки спектров корреляционный коэффициент составляет 0.8195 (по результатам обработки итальянской группы) и 0.8452 (по результатам обработки российских членов коллаборации). Обработка спектров заключалась в редукции фона, т.е., учета того, что обе компоненты представляют собой эллиптические галактики и, следовательно, имеют одинаковый наклон спектров, и линейной регрессии одного спектра на другой с целью устранить погрешности наблюдений ПЗС-матрицы. Отношение обработанных спектров есть случайный шум без детерминированной составляющей. Ширина корреляционного пика соответствует хаотическим скоростям внутри галактик – около 400 км/сек (см. Рис. (3.6)). Корреляционный анализ спектров компонент А и В дает разность разность радиальных скоростей 27 ± 25 км/сек.

3.1.4 Гипотеза пылевой перемычки

Наблюдаемая морфология компонент пары позволяла рассмотреть альтернативную гипотезу образования объекта CSL-1 – довольно экзотическую, но допустимую. А именно, наличие несферического пылевого облака между наблюдателем и сильно вытянутой эллиптической галактикой. Пылевая перемычка формы песочных часов и могла бы породить два наблюдаемых

изображения, которые на самом деле представляли бы собой две части одной и той же галактики. Однако в этом случае CSL-1 представлял бы собой самую большую структуру, когда-либо наблюдавшуюся, поскольку минимальное расстояние между компонентами пары составляет всего 20 Кпк. Кроме того, очень маловероятная “специальная” форма пылевой перемычки. Тем не менее, гипотеза была исследована количественно.

Моделирование осуществлялось следующим образом. Обсуждаемая выше сильно вытянутая эллиптическая галактика задавалась двумерным профилем яркости Серсика. Для пылевой перемычки закон поглощения был выбран в стандартном виде: $\exp(-\tau(x))$, где x – координата вдоль профиля, а τ – геометрический фактор, описывающий распределение пыли для каждого значения x :

$$\tau(x) = f(x)/\lambda^n. \quad (3.1.2)$$

В выражении (3.1.2) n – пылевой индекс, [115] – [117], который от оптического до радио диапазонов меняется в интервале [1, 2], что дает возможность использовать (3.1.2) для определения ожидаемого профиля яркости в любом фильтре и сравнить его с профилем яркости в фильтре R , выбранном как базовый (см. Рис. (3.8)). Другими словами, в фильтре R пылевая перемычка должна соответствовать наблюдаемой картине: двум изображениям неискаженной морфологии, разделенным темной областью формы песочных часов.

В случае стандартного закона поглощения пыли в инфракрасном диапазоне пыль должна быть прозрачна (коэффициент поглощения пыли, обратно пропорциональный длине волны в степени n , мал). В этом диапазоне должен был бы наблюдаться пик яркости между двумя центрами компонент CSL-1, а в реальности в этой области наблюдается провал, что указывает на наличие двух отдельных объектов (см. Рис. (3.7)).

Существуют, однако, и другие модели пыли. Так, в работе, [118] рассматривался случай пылевой перемычки в галактике NGC2841; в оптическом диапазоне за счет переизлучения центральной области галактики эта перемычка яркая, а в инфракрасном диапазоне темная. Тем не менее, для любых законов поглощения пыли коэффициент поглощения зависит от частоты и, следовательно, в различных фильтрах пылевая перемычка должна выглядеть по-разному, что не наблюдалось в объекте CSL-1.

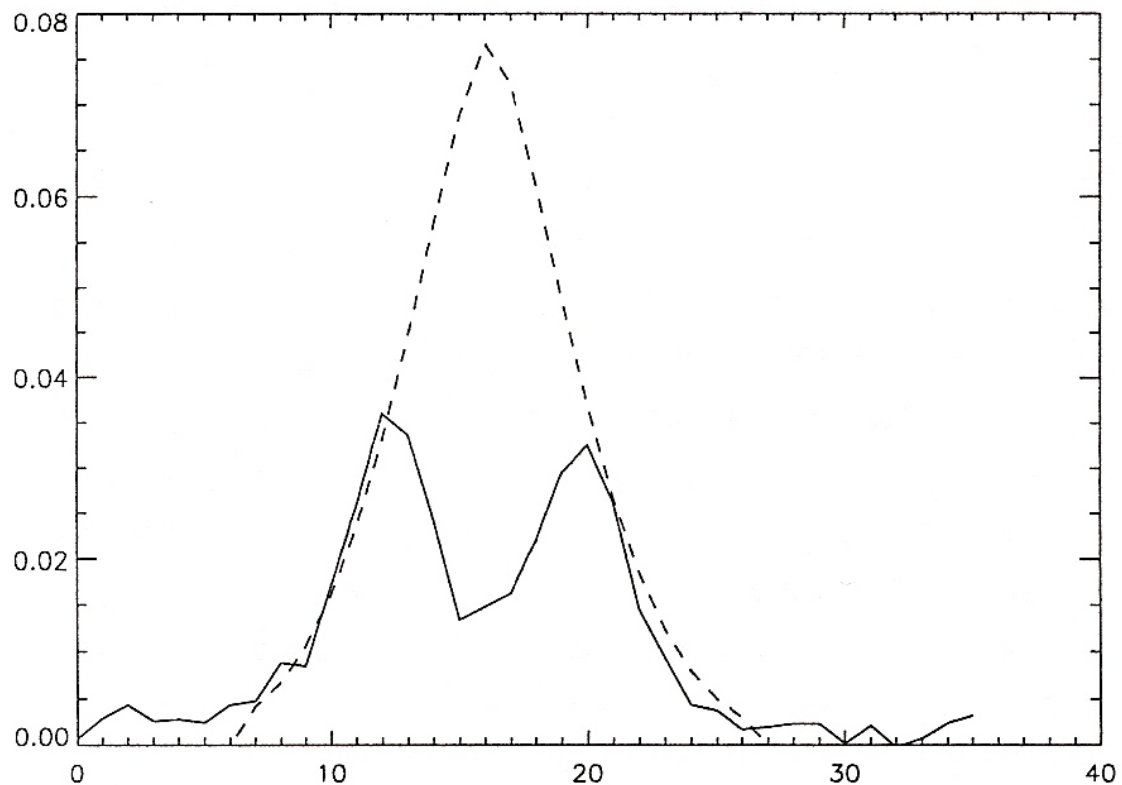


Рис. 3.7. Профили яркости двух компонент *CSL-1* (сплошная линия). Профиль яркости *CSL-1* как единой галактики, пересеченной пылевой перемычкой.

Если нормировать каждый профиль яркости таким образом, чтобы максимум излучения в каждом фильтре был равен единице (см. Рис. (3.9)), то минимумы будут равны, что означает их независимость от частоты.

Дополнительные аргументы против пылевой перемычки были получены при исследовании перепада яркости между пиками *A* и *B* в различных фильтрах: *R*, *B*, *V*. Цветовой градиент оказался меньшим 0.1 звездной величины, для всех указанных фильтров, что означает, что темную область нельзя объяснить пылевой перемычкой.

3.1.4.1 Совместный анализ фотометрических и спектроскопических свойств

Таким образом, доступные в 2002-м году фотометрические и спектроскопические данные давали все основания полагать, что обе компоненты объекта *CSL-1* представляют собой эллиптические галактики.

Суммируем основные характеристики объекта *CSL-1*:

- *CSL-1* является двойным протяженным источником с разрешенными компонентами одинаковой морфологии: яркий центр, окруженный гало с неискаженными почти круговыми изофотами.

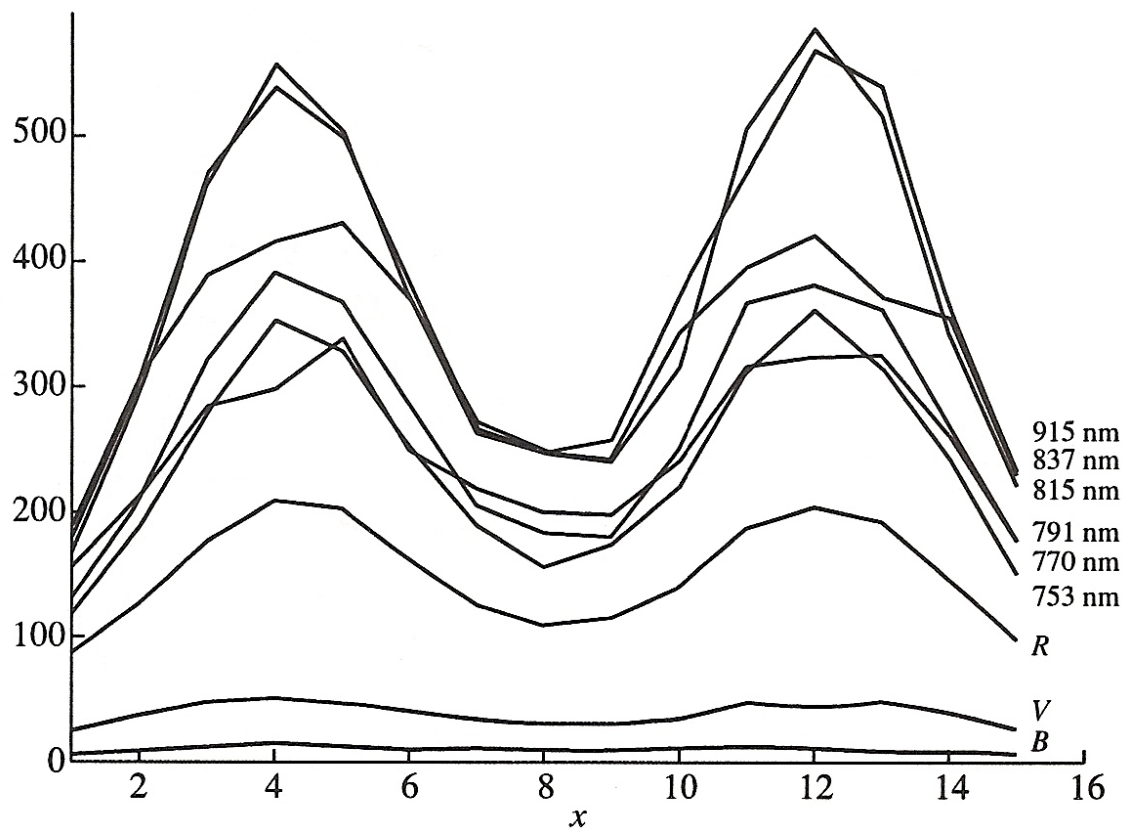


Рис. 3.8. Показаны наблюдаемые профили яркости в узкополосных фильтрах 915, 837, 815, 791, 770, 753 нм и в широкополосных фильтрах R, V, B. Данные сечения трехмерного распределения яркости проходят через максимумы излучения двух компонент. При имеющейся фотометрической точности 10% последовательности минимумов распределения интенсивности в различных фильтрах совпадает с последовательностью соответствующих максимумов.

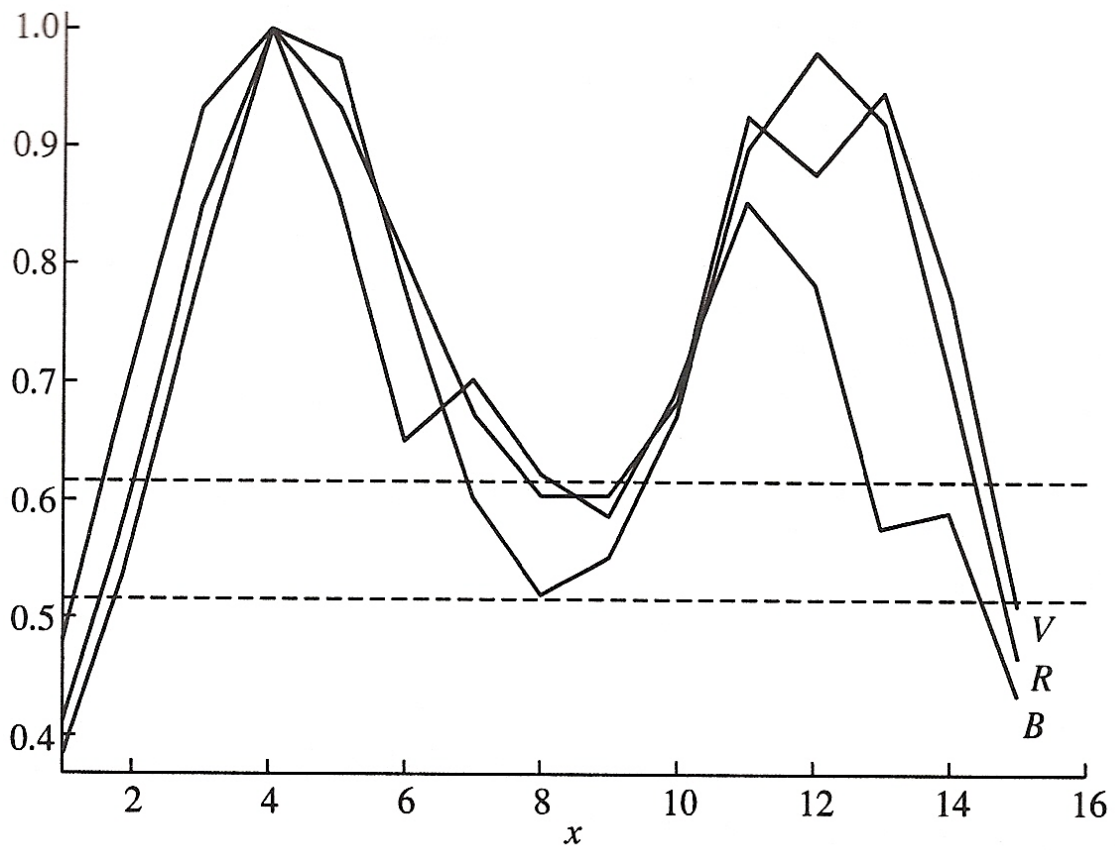


Рис. 3.9. Профиля яркости для широкополосных фильтров B, R, V , нормированные таким образом, чтобы максимум излучения в каждом фильтре был равен единице. Ограниченная штриховыми линиями полоса соответствует фотометрической точности 10%. Видно, что минимумы равны по амплитуде и, следовательно, не зависят от частоты.

- Две компоненты имеют одинаковые звездные величины и цвета. Идентичности двух изображений установлена во всех доступных в глубоком обзоре OACDF фильтрах B, V, R, H и 753, 770, 791, 815, 837, 884, 914 нм.
- Две компоненты имеют одинаковое красное смещение $z = 0.46 \pm 0.008$, полученное по двум независимым наблюдениям на телескопах TNG и NTT.
- Спектры изображений идентичны с доверительным интервалом больше 99.9%.

Дополнительная – более экзотическая – гипотеза пылевой перемиčky специальной формы “песочных часов”, разделяющей одну эллиптическую галактику, была отвергнута на основе анализа оптических и инфракрасных данных.

3.2 CSL-1 как гравитационно-линзовая система

Особые свойства двойного объекта CSL-1 не удалось описать в рамках классической теории гравитационного линзирования на компактных объектах, таких, например, как сингулярная изотермальная сфера (Singular Isothermal Sphere, далее SIS) или любой другой компактный объект из каталога моделей Китона [119].

В том случае, когда фоновый источник подвергается гравитационному линзированию на протяженном объекте, получающиеся изображения всегда обладают искаженными внешними изофотами (см. Рис. (3.10) – (3.11)).

Проведенное моделирование показало, что единственная гравитационная линза, способная порождать изображения без значимых морфологических искажений – это космическая струна.

3.2.1 Модель гравитационного линзирования на космической струне

Поскольку при наличии в пространстве космической струны не происходит отклонения пучков света, то возникло и было исследовано предположение

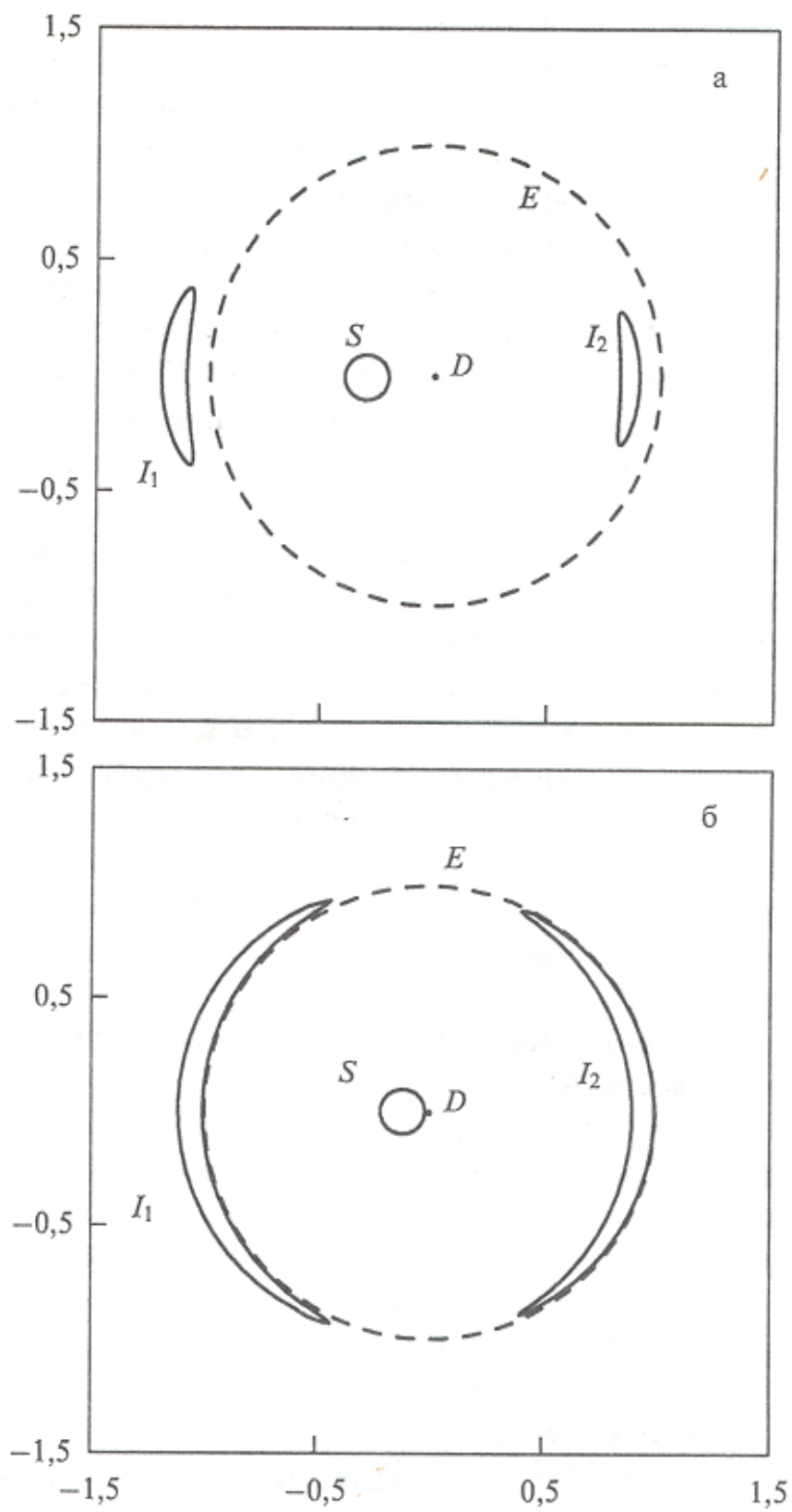


Рис. 3.10. Моделирование гравитационного линзирования фонового источника на точечном источнике.

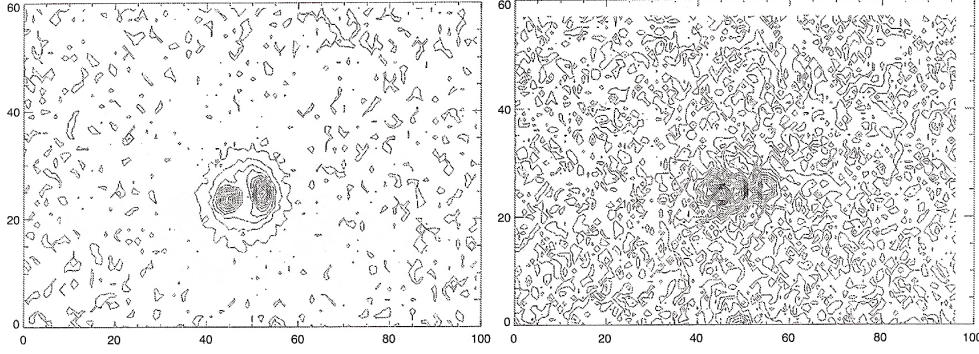


Рис. 3.11. Моделирование гравитационного линзирования фонового источника на протяженном компактном объекте (SIS-линза).

о происхождении CSL-1 как гравитационно-линзового объекта на космической струне.

С точки зрения гравитационного линзирования, космическая струна формирует коническое пространство, характеризующееся дефицитом угла $\Delta\theta = 2\pi - \phi$, где ϕ – угол раскрытия конуса. Если линейная плотность $\mu \ll 1$ (что наиболее соответствует возможному реальному случаю), то дефицит угла есть $\Delta\theta = 8\pi G\mu$.

Для понимания свойств космической струны как гравитационной линзы, остановимся модели с простейшей геометрией. Пусть имеется удаленный точечный источник (например, QSO), а космическая струна расположена между источником и наблюдателем. Если угловое расстояние между источником и струной меньше дефицита угла, то наблюдатель видит два изображения источника, разделенные угловым расстоянием

$$\delta\theta = \Delta\theta \sin \alpha \frac{R_g - R_s}{R_g}, \quad (3.2.1)$$

где α – угол между струной и вектором, соединяющим наблюдателя и линзируемый источник, R_g – расстояние между источником и наблюдателем, R_s – расстояние между наблюдателем и струной.

Для простоты при моделировании объекта CSL-1 как результата гравитационного линзирования галактики на струне, считалось, что $R_s \ll R_g$ и $\alpha = \pi/2$, т.е. $\delta\theta \approx \Delta\theta$. Расстояния R_s, R_g зависят от рассматриваемой космологической модели. Ограничимся случаем стандартной Λ CDM-моделью. Если источник находится на большом угловом расстоянии от струны, то эффекта гравитационного линзирования не происходит и источник остается невозмущенным. Как только угловое расстояние становится равным $\delta\theta$, то на расстоянии $\delta\theta$ с противоположной стороны от струны появляется второе изображение источника (Рис. (3.12) – (3.13)). Важно заметить, что, в отличие от классического эффекта гравитационного линзирования, в случае струны не происходит усиления яркости фонового изображения.

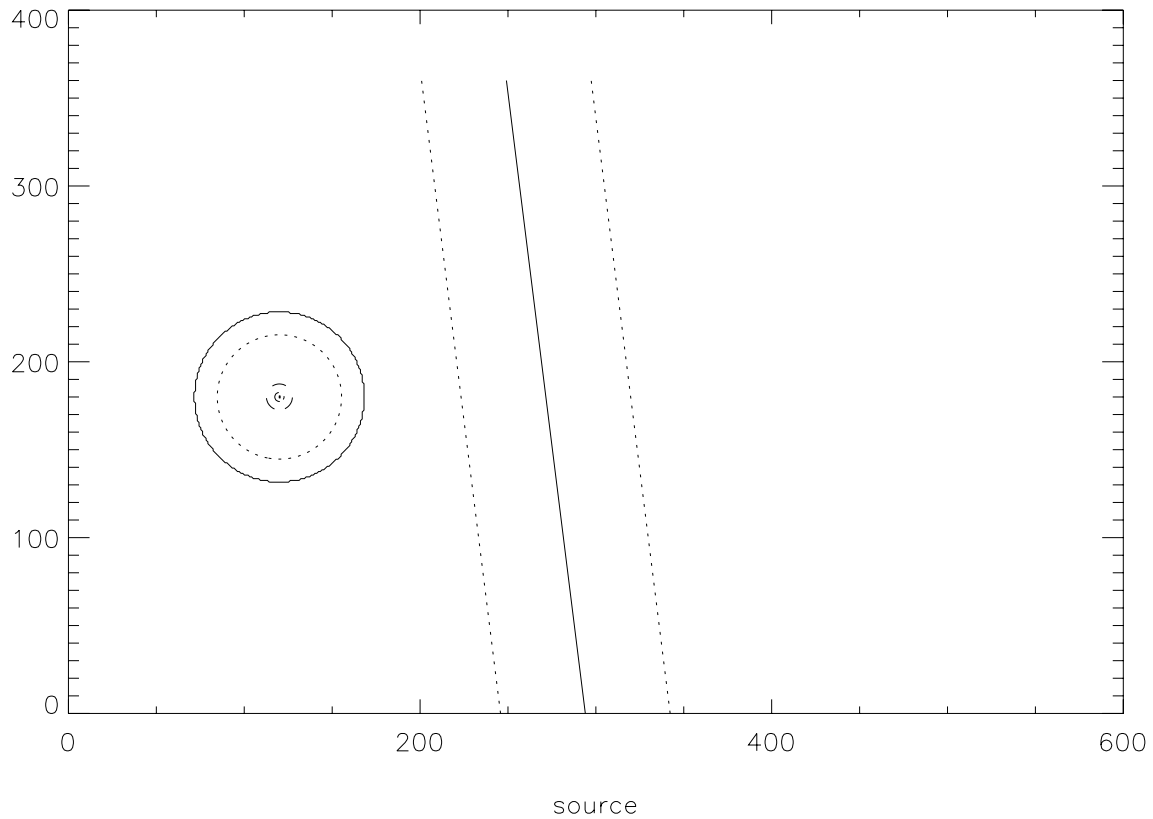


Рис. 3.12. Моделирование гравитационного линзирования на космической струне. Фононовый источник (SIS) находится вне полосы, определяемой дефицитом угла струны.

На Рис. (3.14) показан результат моделирования наблюдаемых фотометрических свойств CSL-1 на длине волны $\lambda = 914$ нм. Яркость фонового источника моделируется по закону де Вокулера. Моделирование проведено для текущего имеющегося разрешения и для разрешения телескопа HST.

На Рис. (3.15) представлено изображение остатка, полученного путем вычитания модельного изображения из реального изображения CSL-1. Никаких систематических трендов не наблюдается. Отметим также важный факт, что при высоком угловом разрешении должны наблюдаться резкие срезы внешних изофот. Они не могли наблюдаться на обсуждаемых инструментах (TNG, NTT), поскольку FWHM сравнима с размером изображения более слабой компоненты пары, таким образом, изображение получается сглаженным. Однако на телескопе HST можно было бы однозначно отождествить такие срезы.

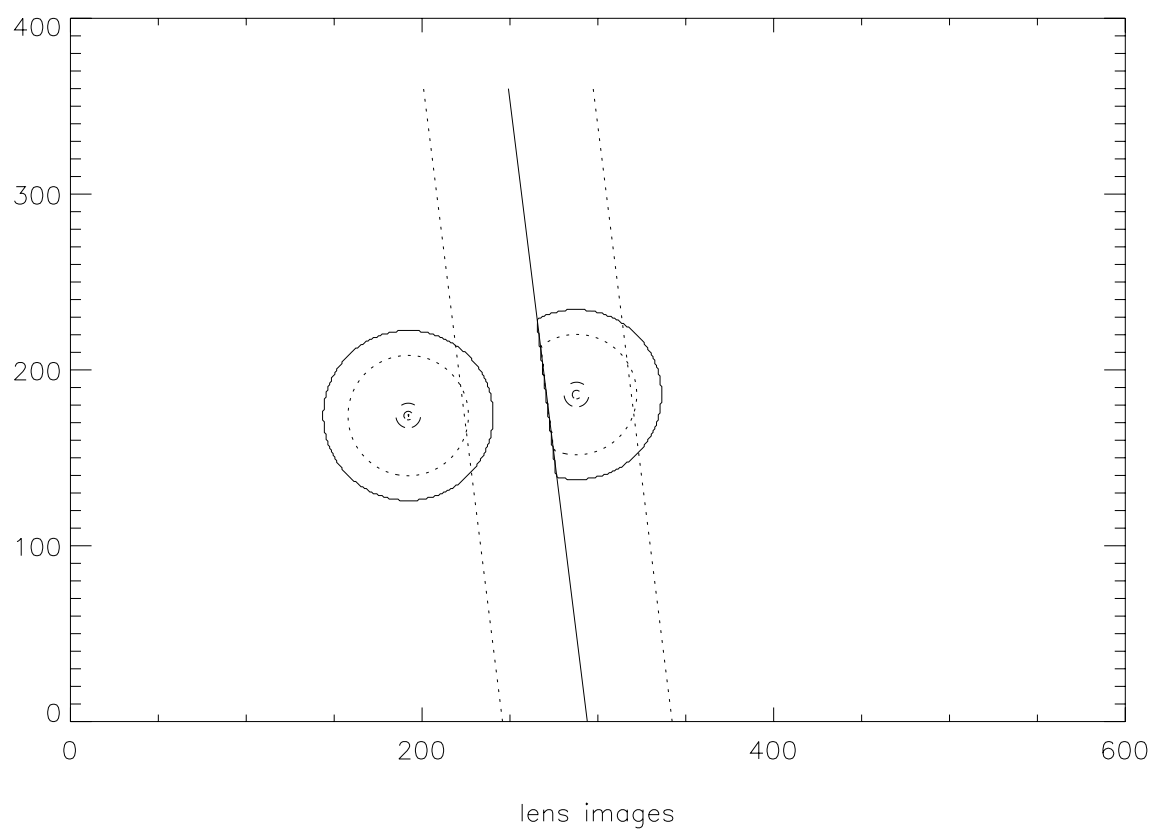


Рис. 3.13. Моделирование гравитационного линзирования на космической струне. Фо-
новый источник (*SIS*) находится внутри полосы, определяемой дефицитом угла стру-
ны, но не пересекает ее.

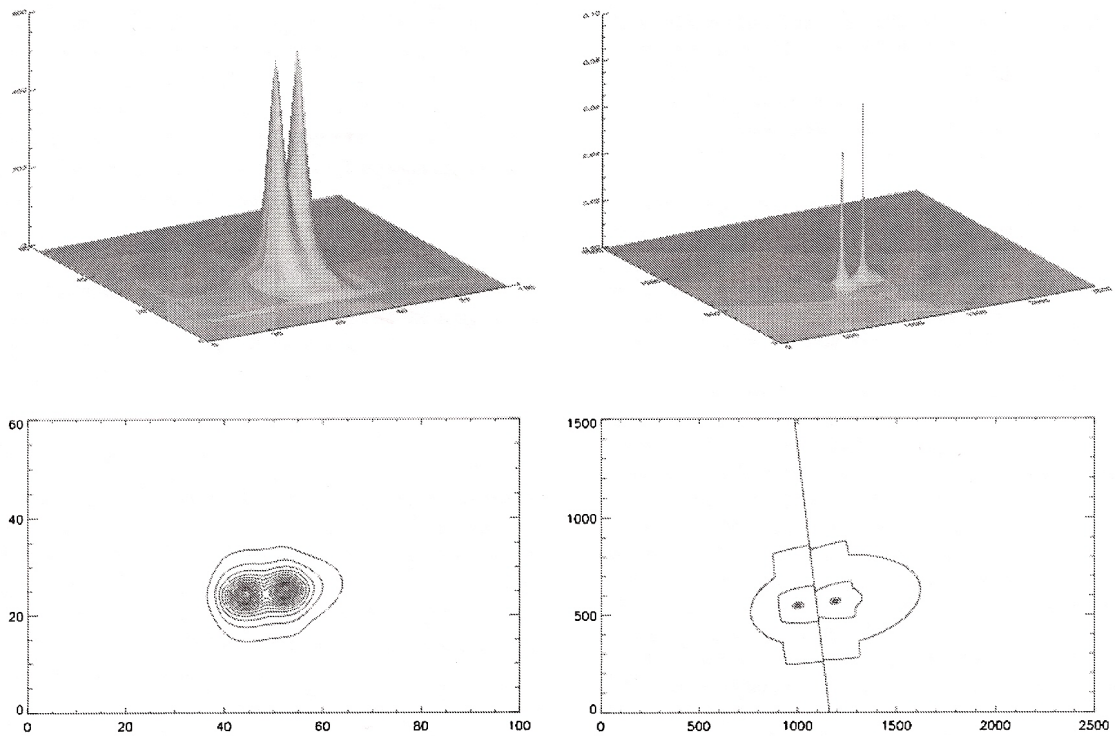


Рис. 3.14. Слева: трехмерное распределение яркости и контуры изофот, полученные после сопряжения модели CSL-1 как результата линзирования галактики на космической струне и наблюдаемой инструментальной функции распределения яркости (PSF). Справа: то же, что и слева, но для телескопа HST ($FWHM \approx 40$ угловых миллисекунд).

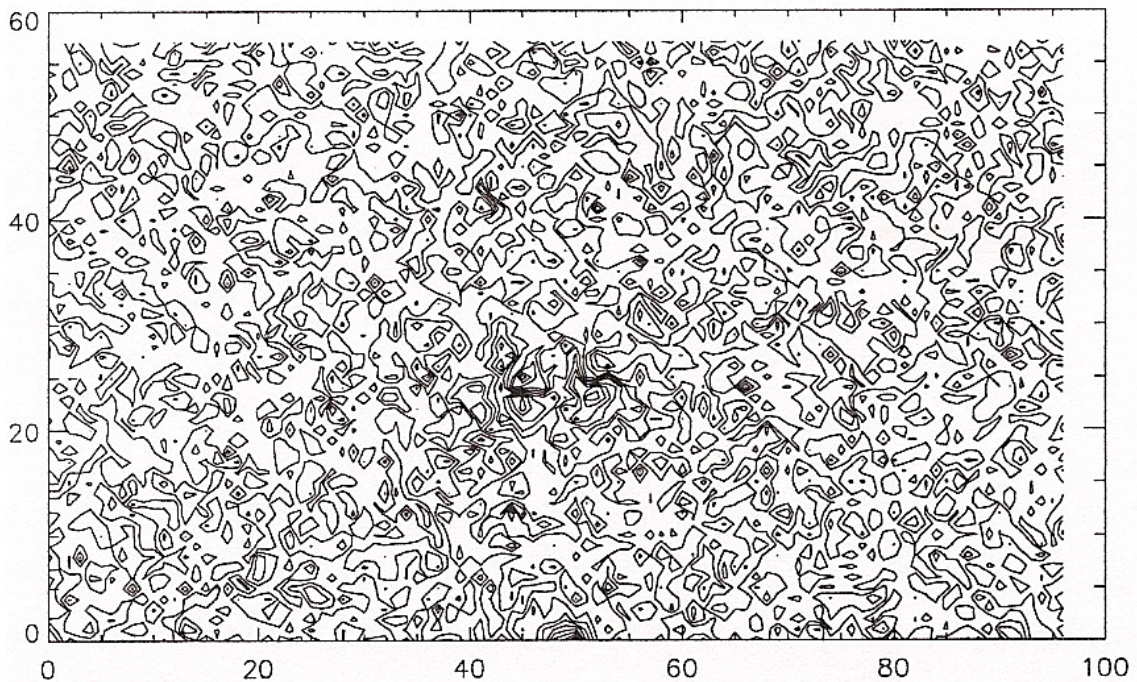


Рис. 3.15. Изофоты изображения остатка, полученного в результате вычитания модельного изображения из реального изображения CSL-1. Длина волны 914 нм. Максимальный выброс на уровне 2σ от уровня случайного фона.

3.3 Эффект проекции

Согласно работе [92] происхождение объекта CSL-1, удовлетворяющего приведенным ранее критериям, можно было объяснить двумя принципиально различными по своему физическому механизму способами.

Согласно первой возможности, объект CSL-1 мог быть образован за счет гравитационного линзирования одной гигантской галактики слабой эллиптичности на космической струне. Малое угловое расстояние между компонентами пары, идентичность изображений во всех доступных фильтрах и идентичность спектров указывало на возможное гравитационно-линзовое происхождение объекта CSL-1. Неискаженность изофот при разрешенном изображении указывало на гравитационное линзирование именно на космической струне.

Вторая возможность следующая [120]. Возможно, наблюдались две различные эллиптические галактики, полностью идентичные и в смысле морфологии, и в смысле спектров. Угловое расстояние между проекциями этих галактик на плоскость, перпендикулярную лучу зрения, соответствует наблюдаемому 20 Кпк. Однако физическое расстояние между этими галактиками должно быть больше, так как не наблюдается искажения изофот, обусловленных приливным гравитационным взаимодействием между ними. Кроме того, во избежание гравитационного линзирования одной галактики на другой, необходимо ввести ограничение и на максимальное расстояние между ними, так как чем больше это расстояние, тем больше искажение изофот фоновой галактики из-за эффекта линзирования более далекой от наблюдателя галактики на более близкой. Таким образом, физическое расстояние между двумя галактиками должно ожидаться только в некотором фиксированном промежутке $[L_1, L_2]$. Оценим эти величины.

3.3.1 Приливное взаимодействие компонент пары

Рассмотрим изолированную систему двух гравитационно взаимодействующих галактик слабой эллиптичности. Эволюция такой системы неоднократно рассматривалась в литературе и наиболее строгий подход заключается в численном решении небесномеханической задачи n -тел. Однако заметим, что массы рассматриваемых гигантских эллиптических галактик есть величины порядка $6 \cdot 10^{11} M_{\odot}$, т.е. $n \approx 2 \cdot 6 \cdot 10^{11} \approx 10^{12}$. Численное решение задачи 10^{12} переменных представляется затруднительным с точки зрения объема вычислений.

В работах [121] – [122] (см. и ссылки в них) рассматривались задачи численного моделирования взаимодействия двух галактик слабой эллиптичности с количеством звезд от $n = 2 \cdot 10^4$ до $n = 5 \cdot 10^4$ с помощью комплекса программ NEMO, предназначенных для решения задачи n -тел

с различными начальными конфигурациями. Результаты моделирования находятся в соответствии с рассмотренными ниже приближенными качественными методами оценки приливного искажения галактик.

Найдем минимальное расстояние L_1 между двумя галактиками, на котором гравитационное взаимодействие, обусловленное приливными силами, не является значимым. Таким образом, если галактики окажутся друг от друга на расстоянии, меньшем L_1 , то будет наблюдаться значимое искажение изофот за счет перераспределения масс. “Значимость” такого искажения определяется имеющейся фотометрической точностью наблюдений, 10%.

Задача решалась в рамках следующей модели.

Пусть галактика A , приливные искажения которой со стороны галактики B мы исследуем, приближенно есть газовая сфера с показателем политропы n . Исследуем приливные деформации такой сферы для простейшего случая несжимаемой жидкости постоянной плотности ($n = 0$) и постоянного давления, а также для случая переменной, спадающей к периферии до нуля плотности ($n = 4$).

Параметры галактики A следующие: масса M , плотность ρ и давление $P = P(\rho)$. Вращение обеих галактик считаем малым и не учитываем. Такое приближение справедливо для случая галактик малой эллиптичности. Так как искажения галактики B мы не рассматриваем, то вместо галактики B возьмем, для простоты, материальную точку с массой M' , равной массе этой галактики.

В связи с фотометрической точностью наблюдений 10% и имея в виду получить только оценку на искомое расстояние L_1 , в модели мы не учитываем гравитационное взаимодействие отдельных звезд друг с другом, приводящее к громоздкому численному решению задачи n -тел. Рассматривается только условие гидростатического равновесия тела A относительно своего центра инерции под действием собственной силы тяготения с потенциалом V , силы внутреннего давления и приливной силы с потенциалом V' со стороны материальной точки B :

$$-\frac{1}{\rho} \frac{dP}{dr} = \frac{d}{dr} \left(V + V' - \frac{GM'}{L^2} x \right),$$

где L – расстояние между центрами инерции тел A и B . Последнее слагаемое показывает, что рассматривается равновесие в центре инерции тела A . Если давление постоянно и не зависит от плотности, то получаем простейшую задачу гидростатического равновесия для несжимаемой жидкости (случай политропной модели с показателем $n = 0$ и с постоянным давлением). Условие равновесия можно записать в виде:

$$V + V' - \frac{GM'}{L^2} x = const. \quad (3.3.1)$$

Потенциал приливной силы V' с точностью до величин второго порядка малости по $x/L, y/L, z/L$, есть

$$V' = \frac{GM'}{\sqrt{(L-x)^2 + y^2 + z^2}} \approx \frac{GM'}{L} \left(1 + \frac{x}{L} + \frac{2x^2 - y^2 - z^2}{2L^2} \right),$$

где x, y, z – декартовы координаты произвольной точки на поверхности постоянного потенциала тела A .

Фигуру равновесия тела A ищем в виде эллипсоида вращения

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2 + z^2}{b^2} = 1 \quad (3.3.2)$$

с меньшей полуосью, перпендикулярной прямой, соединяющей центры инерций A и B . Следовательно, потенциал V тела A должен иметь вид [123]:

$$\begin{aligned} V &= \text{const} - Px^2 - Qy^2 - Rz^2, \\ P &= \pi G \rho a b^2 \int_0^\infty \frac{ds}{(a^2 + s)^{3/2} (b^2 + s)}, \\ Q = R &= \pi G \rho a b^2 \int_0^\infty \frac{ds}{(a^2 + s)^{1/2} (b^2 + s)^2}. \end{aligned}$$

Условие равновесия определяется равенством левой части уравнения поверхности постоянного потенциала (3.3.1) и левой части уравнения поверхности эллипсоида вращения (3.3.2):

$$x^2 \left(P - \frac{GM'}{L^3} \right) + (y^2 + z^2) \left(Q + \frac{GM'}{2L^3} \right) = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2 + z^2}{b^2}.$$

Приравнивая выражения при соответствующих переменных в левой и правой частях последнего равенства, получаем

$$\left(\frac{a}{b} \right)^2 = \frac{Q + GM'/(2L^3)}{P - GM'/L^3}. \quad (3.3.3)$$

Для приближенного вычисления интегралов в выражениях для P и Q определим полуоси возмущенного эллипсоида A как

$$a = R + \delta R,$$

$$b = R - \delta R,$$

где величина $x = \delta R/R \ll 1$ есть относительная деформация сферически-симметричной конфигурации тела A . Значимость искажения x обуславливается фотометрической точностью: $x = 0.1$. Таким образом, соотношение

(3.3.3), определяющее зависимость относительного искажения x от расстояния L между центрами инерции тел A и B , перепишем в виде:

$$\left(\frac{1+x}{1-x}\right)^2 = \frac{\frac{1}{2} + \frac{2}{5}x - \frac{4}{35}x^2 + \left(\frac{R}{L}\right)^3 \frac{1}{2} \frac{M'}{M}}{\frac{1}{2} - \frac{4}{5}x + \frac{8}{35}x^2 - \left(\frac{R}{L}\right)^3 \frac{1}{2} \frac{M'}{M}}.$$

Преобразуя последнее выражение и удерживая члены до второго порядка малости по x , получим

$$\frac{R}{L} \approx \left(\frac{M}{M'}\right)^{1/3} \cdot \left(0.81x^{1/3} - 0.33x^{4/3}\right).$$

Если давление есть функция плотности вида (политропная сфера Лейна-Эмдена, [124]):

$$P = P(\rho) = \text{const} \cdot \Theta^{n+1}, \quad \rho = \Theta^n,$$

то фигура равновесия, вообще говоря, не совпадает с эллипсоидом вращения и имеет грушевидную форму. Подобная задача была подробно рассмотрена в книге [125]. Максимальное относительное отклонение от сферически-симметричной конфигурации имеет вид:

$$x = \frac{M'}{M} \left[\Delta_2 \left(\frac{R}{L}\right)^3 + \Delta_3 \left(\frac{R}{L}\right)^4 + \Delta_4 \left(\frac{R}{L}\right)^5 \right],$$

где $\Delta_2, \Delta_3, \Delta_4$ – численные константы, с точностью до второго знака после запятой равные единице.

Таким образом, в рамках политропной модели были рассмотрены две предельные возможные ситуации для зависимости давления от плотности: случай несжимаемой жидкости и случай с большим показателем политропы. Реальное поведение взаимодействующих галактик ожидается между рассмотренными двумя предельными случаями, которые, как показывают расчеты, различаются незначительно.

На Рис. (3.16) представлена зависимость суммарного относительного искажения галактики A от расстояния между галактиками A и B , выраженного в радиусах галактики A . Суммарное искажение обуславливается как приливными силами, так и эффектом гравитационного линзирования галактики A на галактике B , который будет рассмотрен ниже. На малых расстояниях между галактиками основной вклад дают, очевидно, приливные силы. На больших масштабах становится доминирующим эффект гравитационного линзирования. Левая часть графика иллюстрирует вклад приливных сил в суммарное искажение.

Ввиду свойств объекта CSL-1, массы двух галактик полагаем одинаковыми. Относительное искажение за счет приливных сил обратно пропорционально кубу расстояния между галактиками и становится значимым только на расстояниях порядка самого невозмущенного радиуса галактики, что делает достаточно реалистичной гипотезу объяснения феномена CSL-1 как эффекта проекции двух галактик.

Таким образом, для $x = 0.1$ нижняя граница L_1 искомого интервала составляет около 30 Кпк. При улучшении фотометрической точности это расстояние будет, очевидно, расти как $x^{-1/3}$. Так, для $x = 0.01 L_1 = 57$ Кпк, а для $x = 10^{-3} L_1 = 123$ Кпк.

Рассмотренная модель позволяет дать приближенную качественную оценку поведения взаимодействующих галактик слабой эллиптичности. Таким образом, при имевшейся в 2002-м году фотометрической точности на телескопах ТНН и NTT было невозможно опровергнуть гипотезу о том, что CSL-1 есть пара двух различных галактик, поскольку расстояние между компонентами пары соответствовало нижней границе, при котором приливный эффект был бы обнаружен.

3.3.2 Гравитационное линзирование одной компоненты пары на другой

Теперь определим максимальное расстояние между галактиками L_2 из того условия, что при доступной фотометрической точности не наблюдается линзирования более удаленной от наблюдателя галактики на более близкой, и, следовательно, отсутствуют искажения, обусловленные классическим гравитационно-линзовым эффектом.

Введем следующие обозначения [126]:

- M – масса линзирующей галактики (далее “галактики-линзы”)
- D_{ds} – расстояние от галактики-линзы до линзируемой галактики (далее “фоновой галактики”)
- D_d – расстояние от галактики-линзы до барицентра Солнечной системы
- θ – угол между направлением на галактику-линзу и истинное положение фоновой галактики

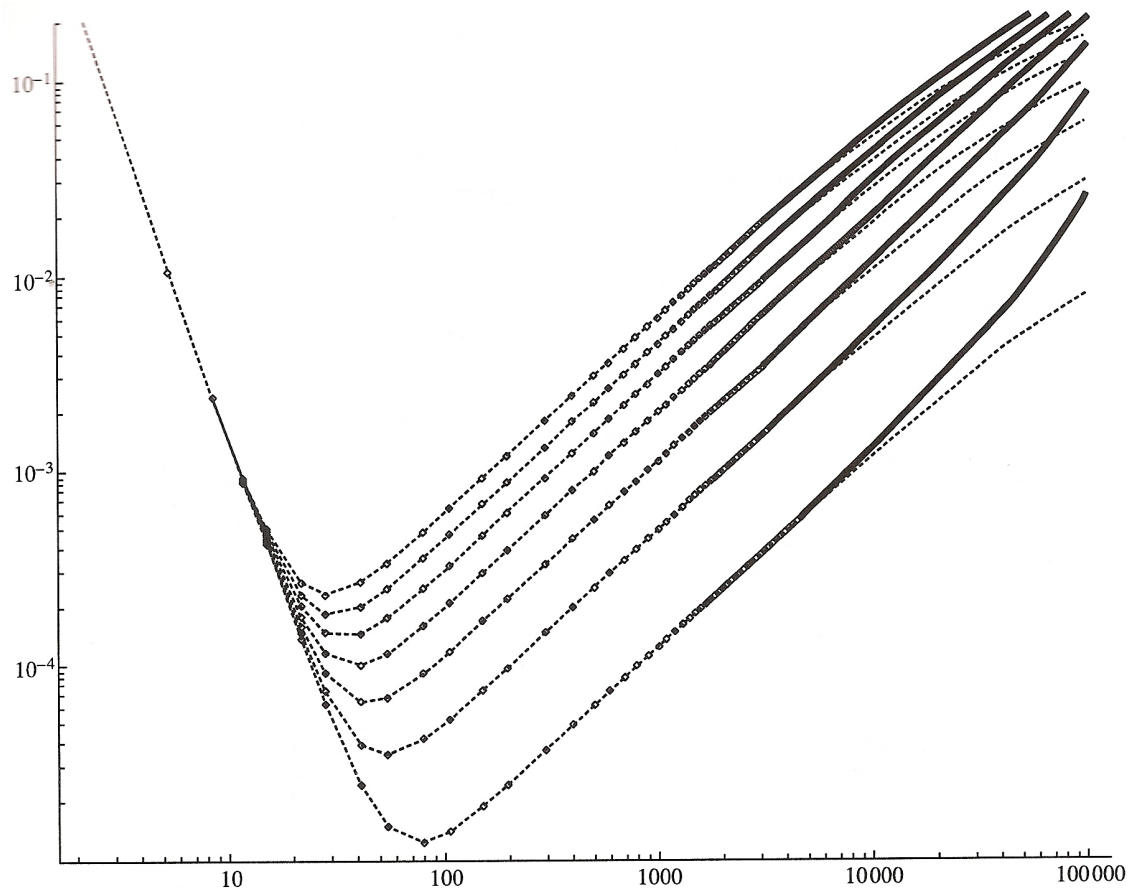


Рис. 3.16. Зависимость суммарного относительного искажения галактики A от расстояния между галактиками A и B , выраженного в радиусах галактики A . На графике для наглядности приведены семь вариантов для различных значений масс галактик, соответствующих вириальным скоростям (сверху вниз) $v = 700, 600, 500, 400, 300, 200, 100$ км/с. На малых расстояниях между галактиками основной вклад дают приливные силы. На графике представлен случай политропной модели галактики с показателем $n = 4$. На больших расстояниях основной вклад дает эффект гравитационного линзирования. Сплошные линии – случай $D_d = 1.9 \cdot 10^9$ пк (см. текст). Пунктирные линии – случай $D_d + L_2 = 1.9 \cdot 10^9$ пк. С ростом массы расстояние между галактиками, соответствующее минимуму относительного искажения, уменьшается.

- θ_1 – угол между направлением на галактику-линзу и положение более яркого изображения (далее “первичного изображения”) фоновой галактики
- θ_0 – угловой размер конуса Эйнштейна-Хвольсена.

Углы θ , θ_1 и θ_0 связаны соотношением

$$\theta = \frac{1}{2} \left(\theta_1 + \sqrt{\theta_1^2 + 4\theta_0^2} \right).$$

Размер конуса Эйнштейна-Хвольсена определяется как

$$\theta_0^2 = \frac{4GM}{c^2} \frac{D_{ds}}{(D_{ds} + D_d)D_d}.$$

Пусть невозмущенная конфигурация фоновой галактики есть сфера радиуса R . Полагаем массы и радиусы невозмущенных конфигураций обеих галактик равными. Если две галактики находятся друг от друга на некотором подлежащем определению расстоянии $D_{ds} = L_2$, то фоновая галактика подвергается гравитационному линзированию по следующей схеме.

Будем для простоты считать распределение вещества в галактиках шварцшильдовским, тогда появляются только два изображения фоновой галактики, одно из которых пренебрежимо мало, а второе практически совпадает с истинным положением фоновой галактики. Различия положений истинного источника и его изображения в том, что, во-первых, центр яркости истинного источника смещается на величину $\theta_1 - \theta$, которая много меньше его радиуса, а во-вторых, изображение приобретает форму, близкую к форме эллипсоида вращения (в рассматриваемом случае малых искажений) с большой полуосью, перпендикулярной прямой, соединяющей галактику-линзу и фоновую галактику.

Большую полуось a найдем из геометрического отношения подобия:

$$\frac{\theta}{\theta_1} = \frac{R}{a},$$

откуда получаем

$$a = \frac{R}{2} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{4\theta_0^2}{\theta^2}} \right).$$

Меньшую полуось b найдем из условия того, что θ при линзировании отображается в θ_1 , а, следовательно, $\theta + R$ отображается в

$$\theta_1^+ = \frac{1}{2} \left(\theta + R + \sqrt{(\theta + R)^2 + 4\theta_0^2} \right),$$

а $\theta - R$ отображается в

$$\theta_1^- = \frac{1}{2} \left(\theta - R + \sqrt{(\theta - R)^2 + 4\theta_0^2} \right).$$

Таким образом,

$$b = \theta_1^+ - \theta_1^- = R + \frac{1}{2} \sqrt{(\theta + R)^2 + 4\theta_0^2} - \frac{1}{2} \sqrt{(\theta - R)^2 + 4\theta_0^2}.$$

Для удобства дальнейших вычислений введем функцию $V(\theta) = \sqrt{\theta^2 + 4\theta_0^2}$. Тогда

$$\Delta V = V(\theta + R) - V(\theta - R) \approx \frac{dV}{d\theta} \Delta\theta = \frac{2R}{\sqrt{1 + 4\theta_0^2/\theta^2}}.$$

Отметим, что величина $2R \approx 2'' \approx 10^{-5}$, а в силу того, что $4\theta_0^2/\theta^2 \ll 1$, величина $dV/d\theta \approx 1$. Таким образом,

$$b \approx \frac{1}{2} \left(R + \frac{\Delta V}{2} \right) = \frac{R}{2} \left(1 + \left(1 + \frac{4\theta_0^2}{\theta^2} \right)^{-1/2} \right).$$

Искажение изображения фоновой галактики будем характеризовать величиной

$$\delta = \frac{a - b}{a}. \quad (3.3.4)$$

Заметим, что $\delta \approx 2x$, где $x = \delta R/R$ есть введенное в предыдущем разделе относительное искажение галактики. Приблизительно оценивая массу галактики-линзы по теореме вириала, получаем для (3.3.4):

$$\delta = 1 - \left(1 + \frac{16R}{D_d} \frac{1}{\theta^2} \frac{v^2}{c^2} \frac{1}{1+q} \right)^{-1/2}, \quad (3.3.5)$$

$$q = \frac{D_d}{L_2}.$$

Оценивая величину

$$\frac{16R}{D_d} \frac{1}{\theta^2} \frac{v^2}{c^2}$$

при $v = 400$ км/с [92] (типичная вириальная скорость эллиптической галактики) $R = 10$ Кпк, $D_d = 1.9$ Гпк, $\theta \approx 10^{-5}$, получим

$$\delta \approx 1 - \left(1 + \frac{1.5}{q+1} \right)^{-1/2}.$$

Значимое относительное искажение изофот фоновой галактики, как и в случае исследования приливных сил, обуславливается фотометрической точностью наблюдений, $x = 0.1$. Если искажение будет больше этой величины, то, исходя из последнего выражения, имеем $L_2 \geq D_d/1.6$, т.е. максимальное расстояние между галактиками не должно превышать 1.144 Гпк. С ростом фотометрической точности максимально допустимое расстояние между галактиками быстро убывает. Так, для $x = 0.01$ расстояние $L_2 \geq 54$ Мпк, для $x = 10^{-3}$ расстояние $L_2 \geq 5$ Мпк.

Правая часть графика на Рис. (3.16) представляет собой зависимость расстояние между галактиками, выраженного в единицах радиуса галактики A , от относительного искажения, обусловленного эффектом гравитационного линзирования.

Пунктирная линия на Рис. (3.16) определяет ту же зависимость, но с учетом того, что определенная из наблюдений величина 1.9 Гпк может соответствовать не расстоянию от галактики-линзы до наблюдателя, а расстоянию от наблюдателя до фоновой галактики, т.е. $D_d + L_2 = 1.9$ Гпк.

В указанных двух ситуациях, не различимых с точки зрения наблюдателя, пекулярные скорости галактик должны быть различны. В последнем случае искомое расстояние L_2 уменьшится и для $x = 0.1$ составит около 519 Мпк, для $x = 0.01$ расстояние $L_2 \geq 51$ Мпк, для $x = 10^{-3}$ расстояние $L_2 \geq 5$ Мпк.

Дополнительное ограничение на максимально возможное расстояние между двумя компонентами пары можно получить также и из анализа пекулярных скоростей двух галактик. В силу того, что красные смещение двух галактик одинаковы с точностью 0.8%, разность пекулярных скоростей ΔV зависит от расстояния между галактиками ΔL как $\Delta V \approx H\Delta L \leq 1000$ км/с [127]. Отсюда $\Delta L \leq 15$ Мпк.

Таким образом, для проверки эффекта проекции были необходимы наблюдения с более высоким разрешением на телескопе HST с угловым разрешением порядка 40 угловых микросекунд, чтобы сделать однозначный вывод о том, имеем ли мы дело со случайной проекцией двух морфологически и спектрально идентичных галактик или же со впервые наблюдаемым эффектом гравитационного линзирования на космической струне.

Две галактики при высоком разрешении сохраняют круглые неискаженные изофоты, если они будут находиться в полученном выше интервале расстояний, вычисленных для соответствующей фотометрической точности. Если две галактики будут находиться вне указанного интервала, то искажения изофот будут обусловлены либо эффектом взаимного притяжения, либо эффектом классического гравитационного линзирования более далекой галактики на более близкой, причем, очевидно, оба эти эффекта хорошо изучены и однозначно классифицируются по виду искажения изофот галактик.

Попытка объяснения природы CSL-1 эффектом проекции двух галактик наталкивается на ряд трудностей: точный подбор пекулярных скоростей и расстояний между галактиками.

3.4 Наблюдения на VLT

Новые спектры объекта CSL-1 были получены 15-19 марта 2005-го года [93] на Большом телескопе (The Very Large Telescope, далее VLT). Телескоп VLT принадлежит Европейской южной обсерватории (European Southern Observatory, далее ESO) и расположен на горе Паранал в Чили [128]. Спектры были получены на спектрографе FORS1 (600V+GG435; $\lambda/\Delta\lambda = 990$ нм) в рамках программы Director's Discretionary Time (проект No.274.A – 5039).

Щель спектрографа была установлена вдоль линии, соединяющей центры обеих компонент (см. Рис. (3.17)). Риск наложения спектроскопических данных от обеих компонент был минимизирован, оставлено только шесть наборов с высоким средним отношением сигнала к шуму, S/N 12 при значении функции FWHM, которая представляет собой изображение точечного источника и зависит как от колебаний атмосферы, так и от инструментальных характеристик телескопа, $< 1.''0$. Общее время накопления сигнала 4740 сек.

Наблюдения производились несколько раз, во избежание насыщения и для устранения пораженных пикселей, как инструментальных, так и вызванных космическими лучами. При наблюдениях в R-фильтре хорошие условия наблюдения позволили получить дополнительную информацию о структуре изофот обеих протяженных компонент пары и схожести их профилей яркости (см. Рис.(3.18)). Штрих-пунктирная линия на рисунке показывает профиль яркости неразрешенной звезды в рассматриваемом поле в сравнении с двумя профилями яркости компонент CSL-1, которые оказываются хорошо разрешенными идентичными в пределах ошибок измерений. Моделирование профилей законом де Вокулера дает эффективный радиус $r_e = 1.''6$.

Данные спектроскопии были обработаны стандартным пакетом MIDAS, и после калибровки по длинам волн и удаления неба и паразитных выбросов, спектры всех измерений были сложены в один для каждой из компонент. Сложение спектров производилось с помощью простого медианного фильтра для исключения космических лучей.

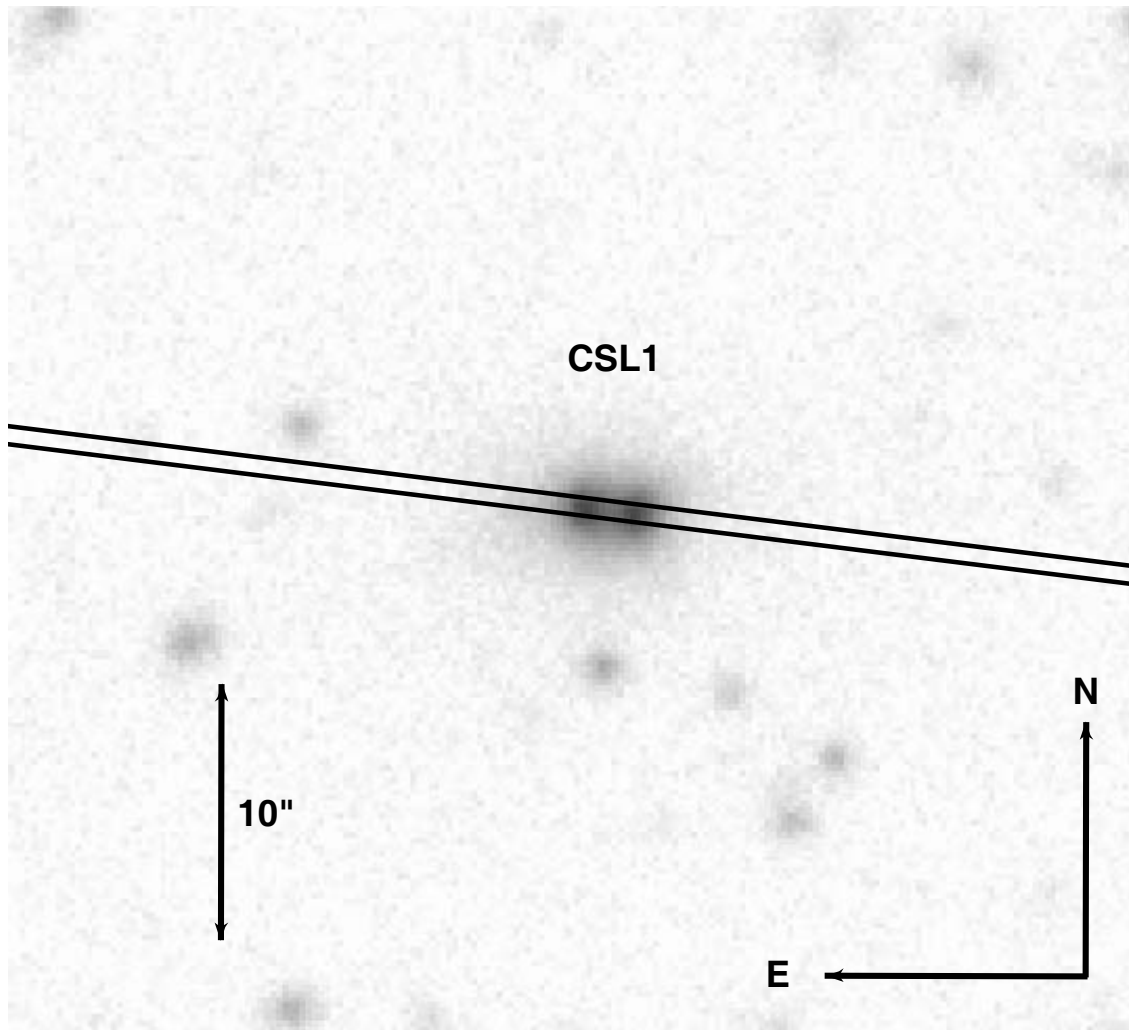


Рис. 3.17. Поле объекта *CSL-1* с расположением щели спектрографа.

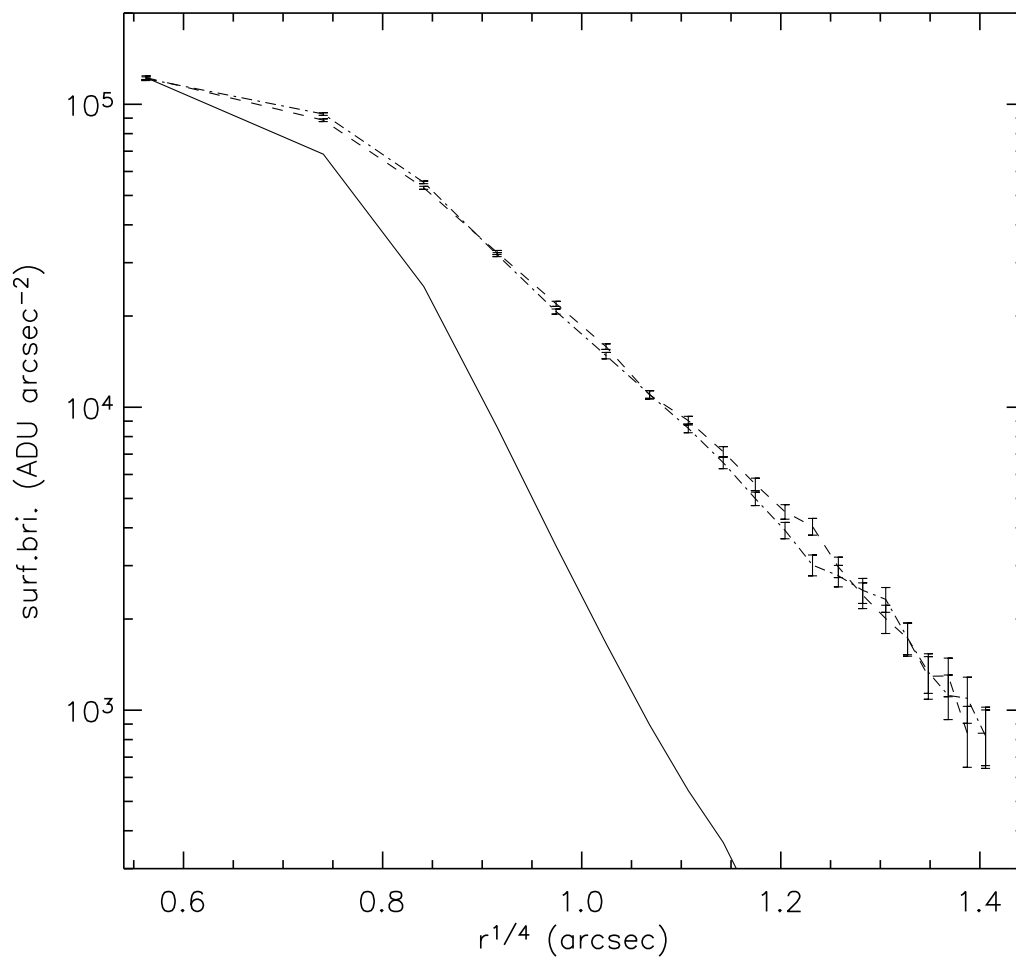


Рис. 3.18. Интегральные профили яркости двух компонент объекта *CSL-1* (непрерывная и штриховая линии) в сравнении с профилем яркости точечного неразрешенного источника (штрих-пунктирная линия). Профили яркости галактик были построены без учета области перекрытия спектров. Указаны ошибки, величина которых составляет 1σ .

Спектр каждой из компонент был выделен по полосам шириной в пять пикселей каждая. 1 пиксел есть 0."21. Полосы центрированы в пике излучения, для того, чтобы максимизировать отношение S/N . Аналогичным образом фоновое поле было выделено в две полосы, расположенные на расстоянии в 40 пикселей от каждой из компонент. Это было сделано с целью измерения локального фона минимизируя вклад источников в этот фон. Ошибка при получении спектров вычислялась по формуле:

$$\sigma(ADU) = \sqrt{\sigma_b^2 + \frac{N(ADU)}{n_{exp} \times g}},$$

где σ_b – среднеквадратическое отклонение для фона, измеренное по 5×20 пикселям, центрам каждой длины волны. $N(ADU)$ – количество отсчетов, измеренных вдоль спектра, n_{exp} – число усредненных по медиане наблюдений, g – инструментальный шум. Перекрытие спектров составляет $7\% \pm 1\%$. Полученные в результате обработки результирующие спектры обеих компонент и их характеристики показаны на Рис. (3.19). Узкие выбросы, видимые на спектрах, есть остатки удаленных линий неба.

Спектры компонент практически идентичны. Корреляционные коэффициенты Пирсона, Спирмана и Кендалла есть 0.96, 0.94 и 0.94 соответственно. Уровень значимости 99.9% во всех указанных критериях. Степень идентичности можно оценить и по χ^2 -тесту как на всем диапазоне длин волн, так и выборочных интервалах (при анализе исключались области, содержащие остатки линий неба). Рассматривались следующие локальные интервалы: линии Ca II (H и K), $H\beta$, $H\delta$, $H\gamma$, а также G-фильтр. Тест показал $\chi^2 = 1.03$, что означает, что спектры совпадают на уровне $< 2\sigma$ (80%). Также было проведено сравнение распределения отношения двух спектров с соответствующими частотами, ожидаемыми в случае чистого гауссового шума. Такое сравнение показало, что два спектра идентичны с точностью 95% и в их отношении нет детерминистической части. Еще лучше соответствие (1σ) было получено при сравнении индивидуальных линий поглощения обоих спектров. Было проведено и дополнительное исследование с целью установить, насколько часто может быть такое совпадение спектров у двух различных гигантских эллиптических галактик. Были исследованы спектры из данных SDSS (Sloan Digital Sky Survey, [129]). галактики из данного оптического обзора выбирались таким образом, чтобы разность их красных смещений и отношение сигнала к шуму были сравнимы с соответствующими характеристиками объекта CSL-1. Было проведено 2000

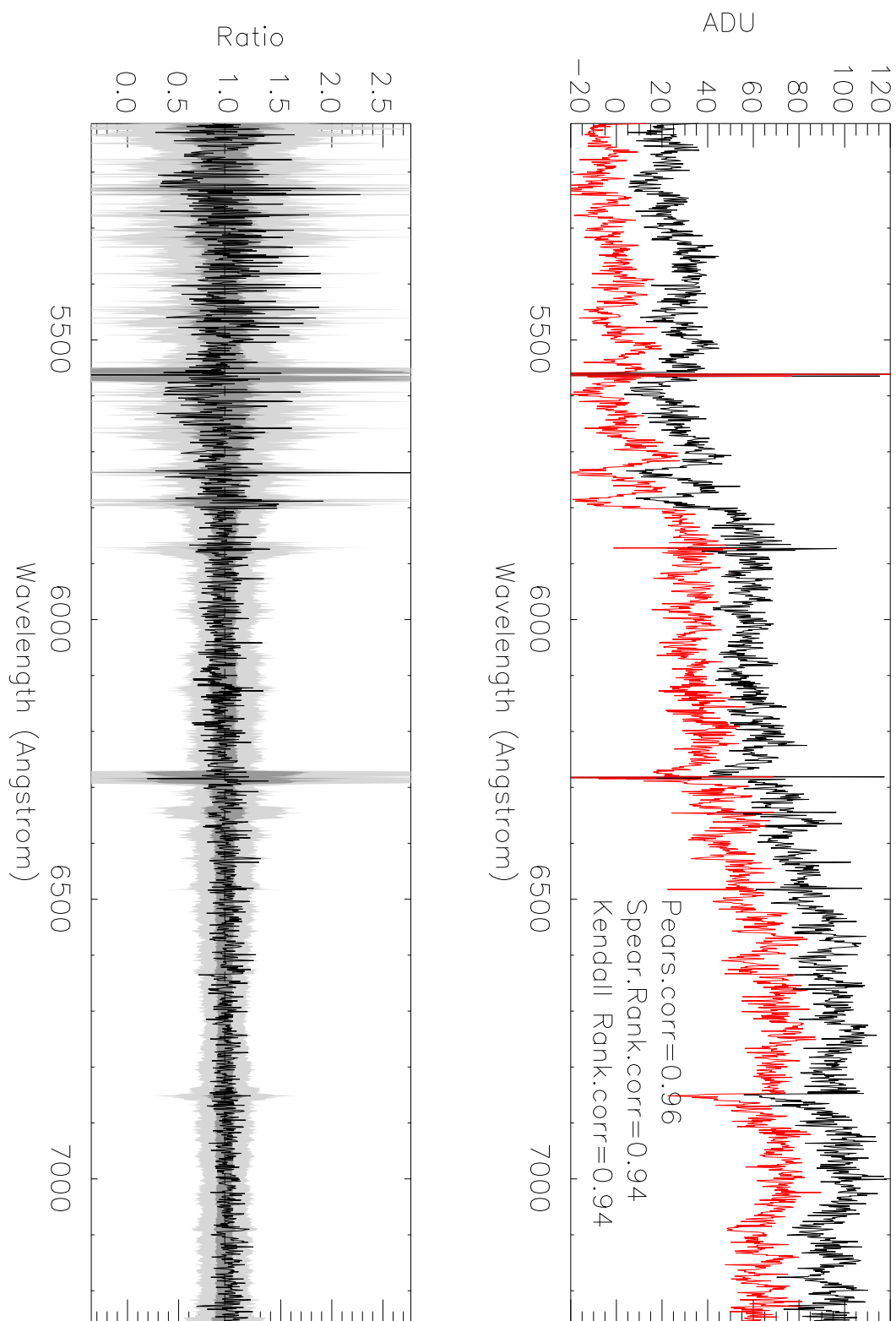


Рис. 3.19. Спектры двух компонент объекта *CSL-1*, полученные в результате обработки данных телескопа *VLT*. На нижней части рисунка показано отношение спектров, на котором показаны также 1σ и 3σ точности измерения как черный и серый цвета соответственно. Узкие выбросы, видимые на спектрах, есть остатки удаленных линий неба.

сравнений и было получено, что менее 2% галактик демонстрировали такое совпадение по указанным параметрам, как это наблюдалось у объекта CSL-1.

Тест на кросс-корреляцию, проведенный по перечисленным выше спектральным линиям, показал, что разность скоростей компонент пары есть $\Delta v = 14 \pm 30$ км/сек. Однако если исключить линию $H\beta$, в которую вносит вклад остаточный инструментальный эффект, то разность скоростей становится $\Delta v = 0 \pm 20$ км/сек.

Таким образом, данные VLT усиливали гипотезу о природе CSL-1 как о гравитационно-линзовой системе и понижают вероятность того, что CSL-1 представляет собой две физически различные гигантские эллиптические галактики одинаковой морфологии и спектров. Вероятность P того, что две эллиптические галактики со звездной величиной $m_R = -22.3$, разделенные угловым расстоянием $2''$ (20 Кпк) и находящиеся на расстоянии меньше 1 Мпк (предел 2σ), есть

$$P \approx 1.5 \cdot 10^{-15}.$$

Эта вероятность вычислена из учета эффекта кластеризации по формуле [130]:

$$P = \int_{v_1, v_2} N_{gal}^2 (1 + \xi(r)) dV_1 dV_2, \quad (3.4.1)$$

где N_{gal} – пространственная плотность эллиптических галактик, $\xi(r)$ – корреляционная функция для распределения галактик в кластере, V_1 – объем пространства, включающий две галактики, V_2 – объем используемого оптического обзора. Интегрируя (3.4.1) по всему объему поля OACDF для галактик той же звездной величины, что и CSL-1, было вычислено ожидаемое число пар: $9 \cdot 10^{-4}$. Включая условия идентичности спектров, был получен верхний предел P_{max} вероятности обнаружить две эллиптические галактики с перечисленными выше свойствами в поле OACDF:

$$P_{max} = 2 \cdot 10^{-5}.$$

3.5 Кандидаты в гравитационно-линзовые события вблизи объекта CSL-1

Существует несколько методов идентификации космических струн. В частности, возможно отождествление космических струн по явлениям быстрой переменности во внегалактических объектах [131], [132]. В диссертации подробно рассмотрены идентификации космических струн по их гравитационно-линзовым проявлениям, а также по анализу анизотропии реликтового излучения, которую могут генерировать струны.

Существует еще один важный оптический метод поиска космических струн, основным достоинством которого является то, что он не требует высокого углового разрешения, а потому может быть реализован наземными телескопами. Это метод поиска цепочки пар гравитационно-линзовых событий [3] - [4], [11] - [12].

Таким образом, российско-итальянской группой под руководством Сажина М.В. были получены также и дополнительные аргументы в пользу объяснения феномена CSL-1 с помощью космической струны. Они заключаются в обнаружении кандидатов в гравитационно-линзовые события в окрестности CSL-1, как это и предсказывается теорией [100].

Проекция фонового линзируемого внегалактического объекта (галактики) внутрь дефицита угла струны есть случайное событие, определяемое поверхностной плотностью распределения внегалактических источников, являющихся фоновыми по отношению к струне, а также площадью полосы, в которой лежит струна (сечение струны). Это сечение определяется шириной полосы и длиной струны. Угловая ширина полосы – дефицит угла, а длина струны зависит от ее геометрии и может варьироваться от минимальной (рассмотренный в Главе 2 случай прямой струны) до максимальной (т.н. "броуновская струна").

Если априори считать, что в некотором поле содержится космическая струна, то чем больше площадь этого поля, тем, очевидно, будет больше число событий гравитационного линзирования. При этом все фоновые линзируемые объекты и их гравитационно-линзовые изображения будут находиться вдоль струны в узкой полосе, угловая ширина которой равна дефициту угла струны. Говоря метафорически, вдоль струны должен образоваться "новый млечный путь" галактик и их изображений. По этому "следу" можно, очевидно, восстановить геометрию струны на небе.

В качестве фоновых линзируемых объектов будем рассматривать только галактики. Квазизвездными фоновыми объектами в оптическом диапазоне можно пренебречь.

В простейшем случае прямой струны можно легко оценить ожидаемое число N линзируемых галактик. Их среднее число выражается соотношением

$$\langle N \rangle = n_g 2\delta l, \quad (3.5.1)$$

где n_g – плотность галактик в единице телесного угла, δ – дефицит угла космической струны, l – длина этой струны в выбранном поле (размерность такая же, как у l).

В общем случае струна искривлена. Длина такой струны в выбранном

поле будет, очевидно, больше, чем длина прямой струны в том же поле:

$$l = R \left(\frac{R}{l_c} \right)^a, \quad (3.5.2)$$

где l_c – корреляционная длина струны, $R = |r - r_1|$ – расстояние от точки r до точки r_1 , параметр a меняется в пределах от нуля (случай прямой струны) до единицы (случай струны, искривленной случайным образом).

Более подробно, $a = 1$ соответствует "броуновскому искривлению" струны (так, если бы некоторая частица совершала броуновское движение, то ее траектория соответствовала бы положению струны), в этом случае $R \sqrt{l}$. Площадь полосы искривленной струны будет также больше, чем площадь полосы прямой струны. Ожидаемое число гравитационно-линзовых событий может быть оценено следующим образом:

$$\langle N \rangle = 2 \frac{\delta}{l_c} n_g \Omega.$$

Произведение площади выбранного участка неба Ω на поверхностную плотность галактик, n_g , есть общее число галактик в этом поле.

Укажем, как производилась приближенная оценка линзируемых галактик в поле, содержащем объект CSL-1, обладающих звездными величинами вплоть до максимально доступной в OACDF: $m_R = 24$ В данных исследованиях, как и в случае изучения эффекта проекции, фильтр R рассматривался как основной.

Для подсчета числа линзируемых галактик необходимо знать среднее в рассматриваемом поле количество галактик, звездные величины которых лежат в некотором заданном интервале. В литературе практически отсутствуют подсчеты слабых источников в фильтре R (см., например, [133] - [135], а также [136] по наблюдениям телескопа HST). Таким образом, для простоты оценок имеющие данные экстраполируются на большие значения звездных величин. Используя данные из работы [133] и экстраполируя их до $m_R = 24$, получаем, что для $20 < m_R < 24$ в поле, содержащем объект CSL-1 ($16' \times 16'$) содержится около 2200 галактик (протяженных источников).

Согласно проведенному моделированию, в случае прямой струны ожидается в среднем около девяти событий гравитационного линзирования вдоль такой струны. В случае струны, искривленной случайным образом, таких событий будет уже 200, в зависимости от параметра a (3.5.2).

Важно отметить, что даже в случае таких простых оценок нужно учитывать, что кроме ожидаемых событий гравитационного линзирования на космической струне в рассматриваемом поле, могли бы, очевидно, наблюдаться и классические события гравитационного линзирования на галактиках и других хорошо изученных объектах. Средняя плотность галактик,

линзируемых на стандартных объектах, а также роль этого эффекта в космологии рассматривалась во многих работах (см., например, [137] - [140]). Среднее число таких событий в поле CSL-1 ($16' \times 16'$) в интервале звездных величин $20 < m_R < 24$ не более двух [141], что почти на порядок меньше ожидаемого числа событий гравитационного линзирования даже в случае прямой космической струны.

Таким образом, если в указанном поле оказалось бы существенное превышение числа событий гравитационного линзирования по сравнению с ожидаемым средним числом таких событий, то это стало бы серьезным доводом в пользу наличия в этом поле космической струны.

3.5.1 Поиск и исследование кандидатов в гравитационные линзы

3.5.1.1 Моделирование гравитационного линзирования на космической струне

В рамках задачи поиска и исследования кандидатов в гравитационно-линзовые события прежде всего было проведено моделирование гравитационного линзирования внегалактических фоновых источников на прямой космической струне в случае реального распределения галактик. Моделирование осуществлялось следующим образом. Было выбрано поле размером 1000×1000 пикселей с разрешением $0.''238$ каждый (для соответствия реальному разрешению поля OACDF). Таким образом, модельное поле покрывало область $4' \times 4'$ и содержало около 100 галактик (что соответствует ожидаемому числу галактик в поле такого размера и в интервале звездных величин $20 < m_R < 24$, [135], [136], а также подтверждено наблюдениями в OACDF). Профиль яркости каждой галактики полагался пропорциональным $r^{1/4}$ (закон де Вокулера), а для простоты расчетов, начиная с десяти эффективных радиусов, яркость полагалась равной нулю. В модельном поле такие галактики распределялись случайным образом. Их звездные величины также распределялись случайным образом в интервале $20 < m_R < 24$. Далее модельные изображения галактик сглаживались функцией, совпадающей с экспериментально измеренной для обзора OACDF функцией PSF, характеризующей разрешающую способность телескопа. Добавлялся шум, имеющий нормальное распределение с нулевым средним и дисперсией, соответствующей дисперсии реального поля (в фильтре R). Космическая струна для простоты предполагалась прямой и пересекающей модельное поле по вертикали.

Как только угловое расстояние между галактикой и струной становилось меньше дефицита угла струны, фиксировалось событие гравитационного линзирования.

Моделирование проводилось на нескольких модельных полях путем сравнения результатов различных модельных полей. Было найдено в среднем 3-5 событий гравитационного линзирования галактик на струне, что соответствовало полученным нами ранее теоретическим предсказаниям, (3.5.1).

Таким образом, моделирование показывало, что если а поле $4' \times 4'$ есть прямая космическая струна, то в среднем ожидается 3-5 событий гравитационного линзирования фоновых галактик со звездными величинами в интервале $20 < m_R < 24$.

Выше были приведены оценки ожидаемого количества событий гравитационного линзирования для оптических наземных телескопов. В случае соответствующей оценки для телескопа HST количество гравитационно-линзовых пар должно, с одной стороны, уменьшиться за счет небольшого поля обзора. С другой стороны, это количество должно увеличиваться за счет роста доступной звездной величины (для точечных источников $m_{F814W} \approx 28$ для HST). Отношения сигнала к шуму для предельных звездных величин есть 9. При таких параметрах количество галактик на единицу телесного угла есть $n \approx 10^6$ на квадратный градус [142] при звездных величинах, не превышающих 28.

Поле ACS/WFC для HST есть $3.5' \times 3.5'$, т.е. максимальная длина прямой линии, пересекающей поле, есть примерно $5'$. Предполагая, что ширина полосы, в которой источники подвергались бы гравитационному линзированию космической струной есть примерно $2''$, то из (3.5.1) среднее количество ожидаемых гравитационно-линзовых событий есть около 40.

3.5.1.2 Случай реального поля

После проведенного моделирования было исследовано реальное поле, содержащее объект CSL-1, с целью поиска и подсчета числа событий гравитационного линзирования и с целью сравнения числа таких событий с наблюдательной статистикой стандартных событий гравитационного линзирования и с теоретической статистикой событий гравитационного линзирования на космической струне.

Было визуально исследовано поле 4000×4000 пикселей, полученное в обзоре OACDF и содержащее в центре объект CSL-1. Если в таком поле есть прямая космическая струна, то согласно указанным выше результатам моделирования, ожидается 7-9 событий гравитационного линзирования. Очевидно, в случае искривленной струны так событий должно быть больше.

Для отбора кандидатов в гравитационные линзы использовались следующие необходимые условия, [143]:

- два или более изображений должны быть разделены малым угловым расстоянием,
- отношения интенсивностей изображений должны быть одинаковыми во всех цветовых фильтрах.

Более точно, проводился поиск объектов, разделенных угловым расстоянием не менее $1''$ (это значение определяется максимальным угловым разрешением телескопа в данной области) и не более $4''$ (это значение определяется максимально возможным дефицитом угла предполагаемой космической струны, который, в свою очередь, определяется по угловому расстоянию между компонентами пары CSL-1).

Для оценки отношения интенсивностей изображений были введены функции $\{e_i\}$, $i = 1..N$, где N – количество цветовых фильтров [100]. В частности, если $i = 1$, то

$$e_1 = e_R = 1 - \frac{I_R}{I_r} \cdot \frac{I_v}{I_V}.$$

Здесь I_R – интенсивность излучения в фильтре R наиболее яркого объекта тесной пары, I_r – интенсивность излучения в фильтре R второй по величине интенсивности компоненты пары, I_V – интенсивность излучения в фильтре V наиболее яркого объекта тесной пары, I_v – интенсивность излучения в фильтре V второй по величине интенсивности компоненты пары.

Аналогично можно ввести функции $\{e_i\}$ для сравнения интенсивностей изображений в фильтре R и во всех доступных в OACDF фильтрах: $e_2 = e_{RB}$, $e_3 = e_{R753}$, $e_4 = e_{R770}$ и т.д.

Если объекты обладают гравитационно-линзовой природой, то, согласно второму необходимому условию, все их функции $\{e_i\}$ должны обратиться в нуль. Очевидно, что из-за ошибок наблюдений для реальных данных эти функции не будут строго равны нулю. Для того, чтобы оценить ошибку, были вычислены функции $\{e_i\}$ для объекта CSL-1, который с большой вероятностью является именно гравитационно-линзовым объектом.

Функции $\{e_i\}$ можно выразить через звездные величины объектов в различных фильтрах. Так, например, для $e_1 = e_{RV}$:

$$-2.5 \log(1 - e_{RV}) = m_{1R} - m_{2R} + m_{2V} - m_{1V}.$$

Здесь $m_{1R}, m_{2R}, m_{1V}, m_{2V}$ – более яркая и более слабая компоненты CSL-1 в фильтрах R и V соответственно. Так как ошибка в определении звездной величины (фотометрическая точность) составляет около 10%, и все звездные величины независимы, то функция e_1 содержит ошибку около $\sqrt{4} \times 10\% = 20\%$.

Таким образом, ошибка функций $\{e_i\}$ составляет 20%. Вообще говоря, для получения большей точности необходимо иметь спектры кандидатов в гравитационные линзы так, как это было сделано для объекта CSL-1, что и планировалось на момент описываемых исследований.

Визуальный осмотр поля CSL-1 позволил выявить 47 кандидатов, из которых в дальнейшем были выбраны 11 наилучших с точки зрения указанных выше двух необходимых условий (см. Рис. (3.20) - (3.21)).

Число кандидатов находится в хорошем согласии с рассматриваемым сценарием гравитационного линзирования фоновых галактик на космической струне. Все кандидаты преимущественно слабые: их звездные величины в фильтре R лежат в пределах $19 < m_R < 24$, как и ожидалось [144]. Также важно отметить, что все кандидаты ярче $m_R = 21$ – протяженные объекты.

На Рис. (3.22) для примера приведено спектрально распределение для кандидата No.1. Остальные кандидаты с точностью до ошибок наблюдения показывают аналогичную картину поведения спектров.

Важно отметить, что совпадения цветов по широкополосной и узкополосной фотометрии в рассматриваемом случае является только необходимым условием. Оно становится также и достаточным только при отождествлении гравитационно-линзовых событий микролинзирования (см. [126]). Это естественно, поскольку при наблюдениях событий гравитационного микролинзирования с Земли нет возможности проводить отдельные наблюдения двух изображений и фотографировать их спектры. В случае же гравитационного линзирования внегалактических объектов возможно отдельное наблюдение каждого из изображений. Таким образом, отождествление двух спектров (а не цветов) является необходимым и достаточным условием отождествления внегалактических гравитационных линз, [143].

На Рис. (3.23) – (3.26) и (3.27) – (3.30) представлены, оптические изображения в R-фильтре двух из кандидатов, а также их спектры, полученные на VLT (для тройного объекта получены спектры двух самых ярких компонент).

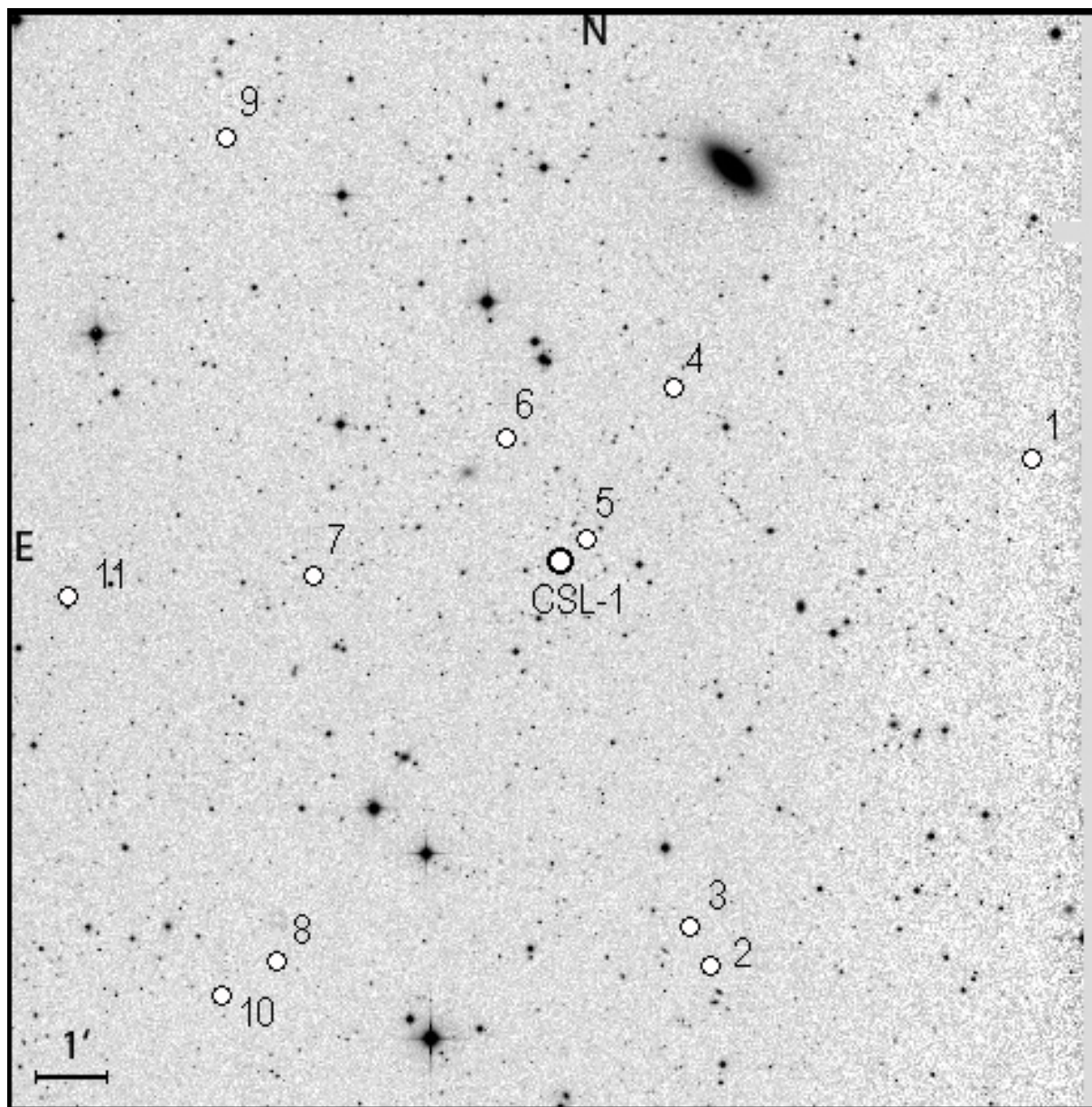


Рис. 3.20. Поле $16' \times 16'$. Черными кружками показаны найденные кандидаты в события гравитационного линзирования, каждый кружок соответствует одной паре. Объект CSL-1 также отмечен черным кружком и расположен в центре поля.

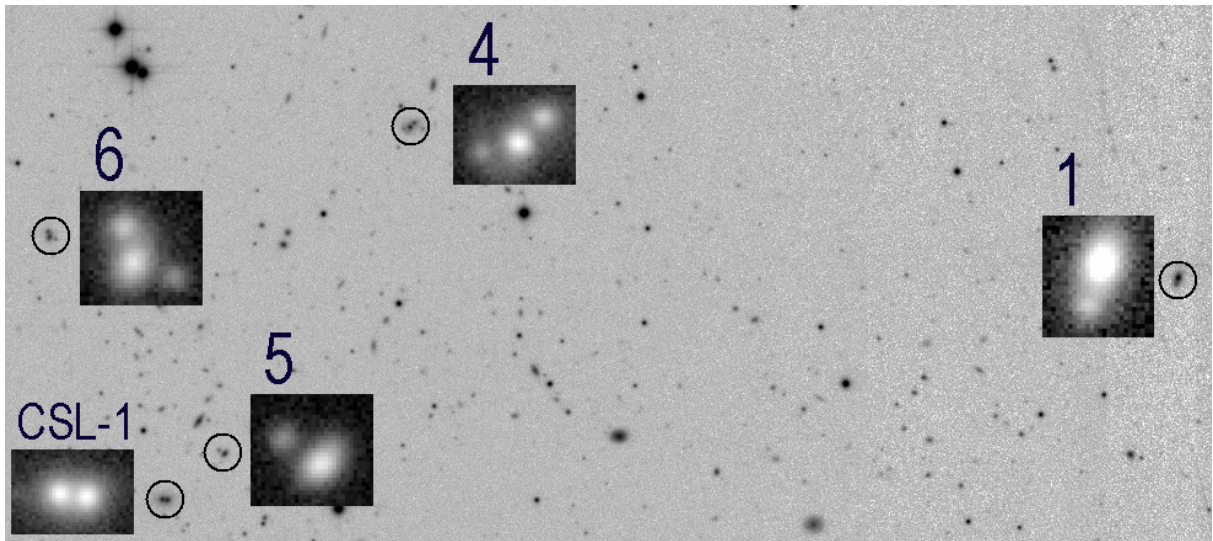


Рис. 3.21. Детальные фотометрические изображения CSL-1 и визуально ближайших к этому объектов кандидатов в гравитационные линзы (No. 1,4,5,6).

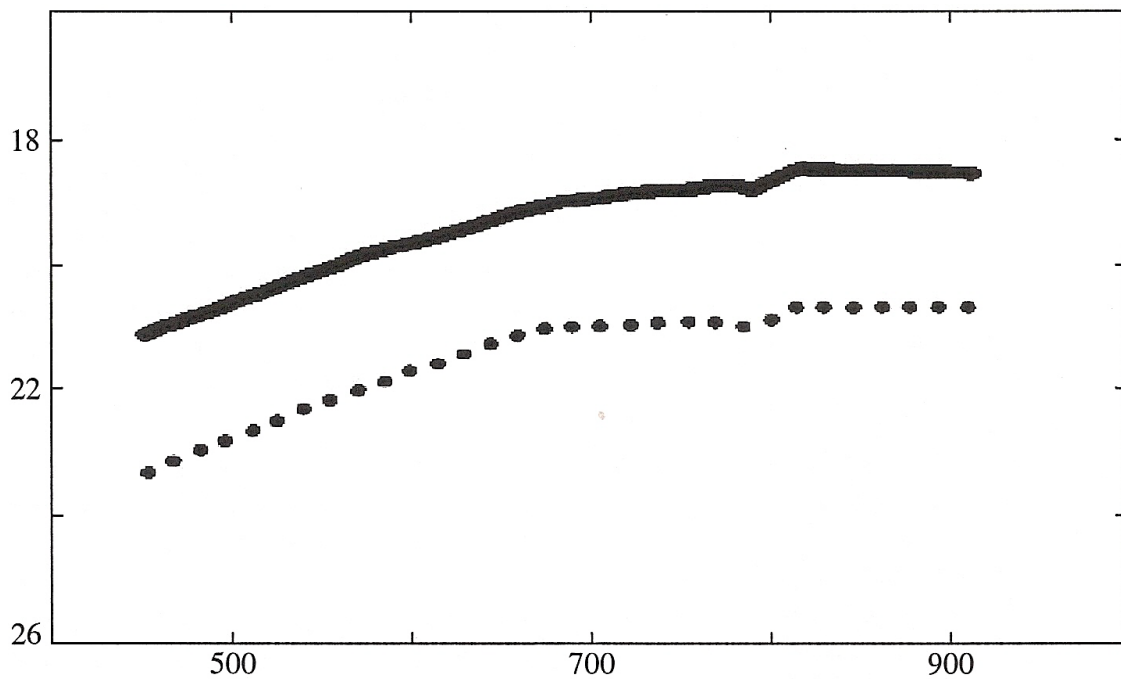


Рис. 3.22. Спектральное распределение типичного из найденных кандидатов в гравитационно-линзовые события, полученное по наблюдениям OACDF в четырех широкополосных цветовых фильтрах: U (ультрафиолетовый), B (голубой), V (видимый), R (красный) и в семи узкополосных фильтрах: 753, 770, 791, 815, 837, 884, 914 нм. По оси абсцисс отложены фильтры (в нм), а по оси ординат – абсолютные звездные величины. Сплошная линия соответствует более яркой компоненте пары, пунктирная – более слабой компоненте пары.

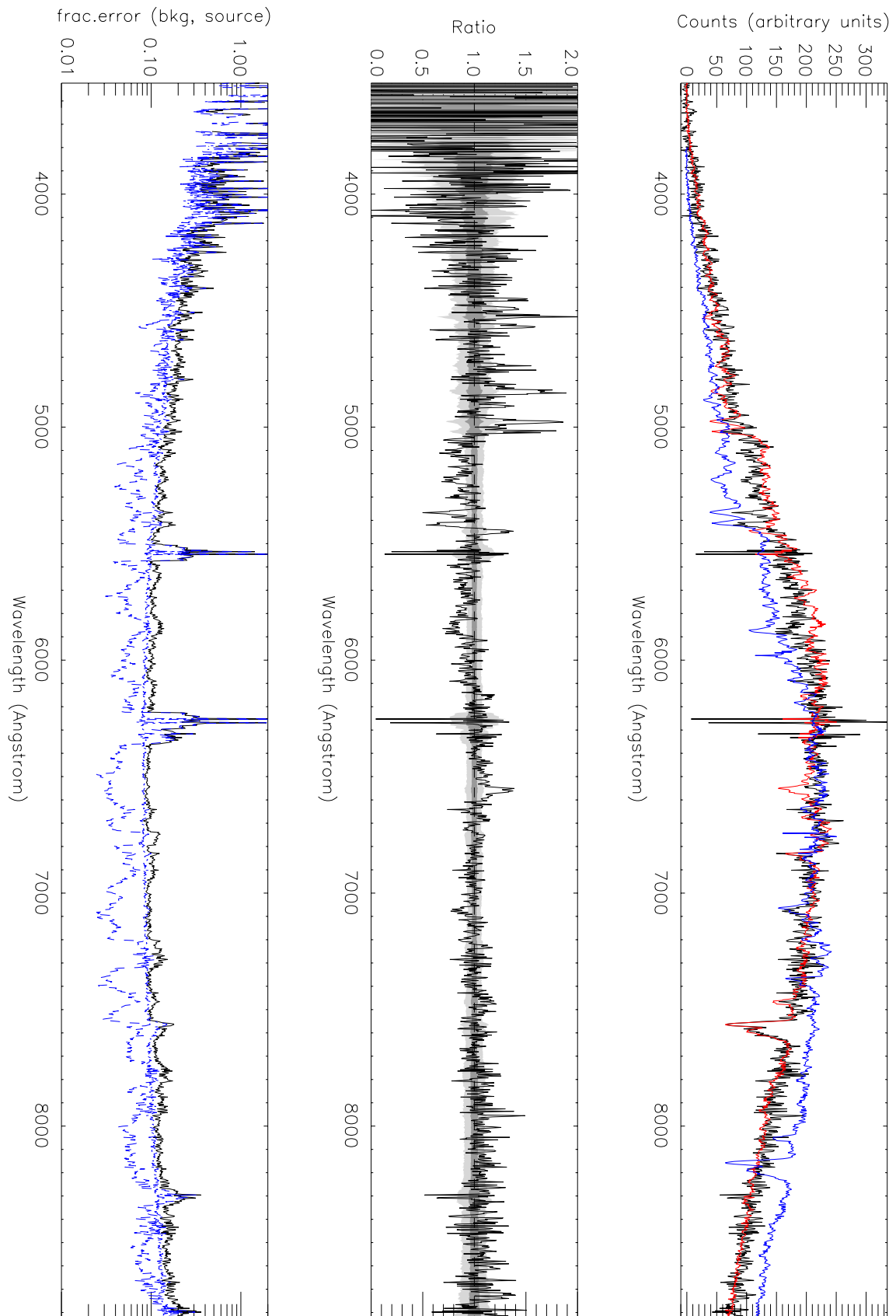


Рис. 3.23. Кандидат No.1. Спектры компонент. Отношение спектров.

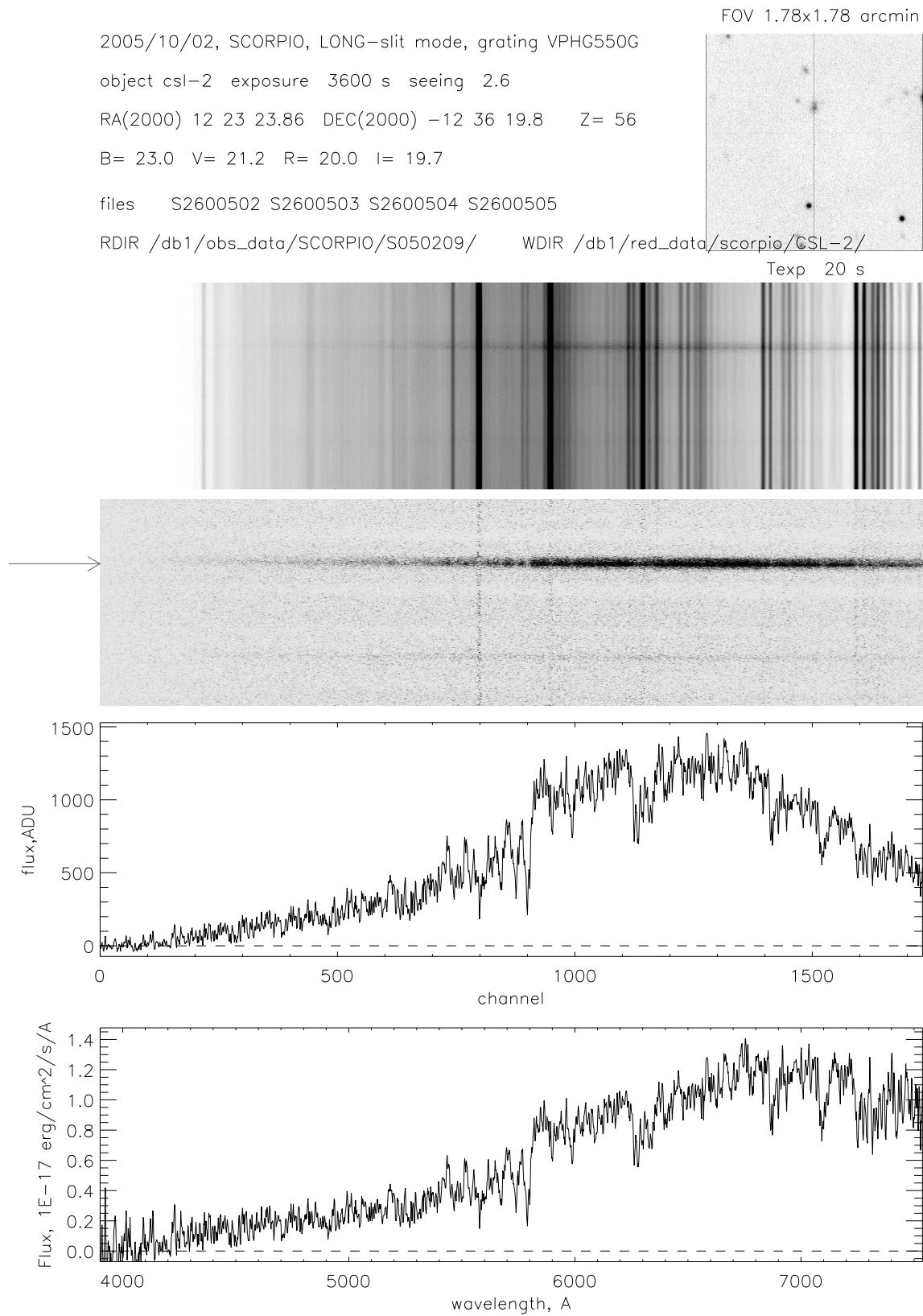


Рис. 3.24. Кандидат No.1. Данные наблюдений на VLT (спектры компонент, положение в поле обзора в R-фильтре).

/db1/red_data/scorpio.log/CSL-2.txt

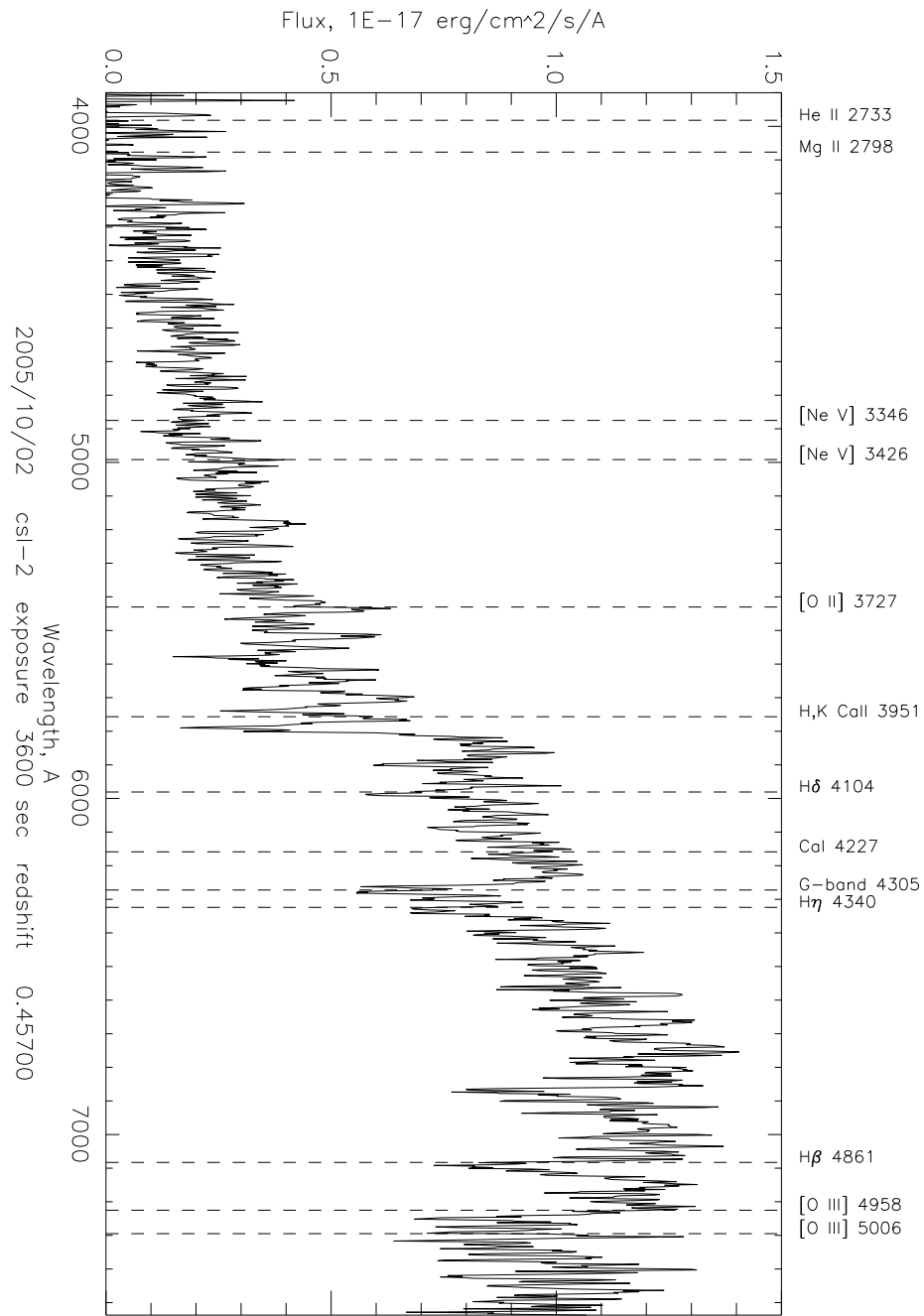


Рис. 3.25. Кандидат No.1. Анализ спектра.

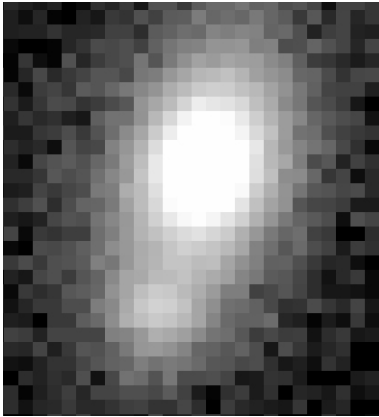


Рис. 3.26. Кандидат No.1. Изображение в R -фильтре.

3.5.2 Зависимость углового расстояния между кандидатами от разности их звездных величин

Теория предсказывает, что в случае гравитационного линзирования фонового точечного источника космической струной угловое расстояние между объектом и его изображением должно быть в точности равным дефициту угла струны. В случае гравитационного линзирования фонового протяженного источника на космической струне ожидается корреляция расстояния между фотометрическими центрами изображений и разностью звездных величин источника и изображения.

Более подробно, в том случае, когда небольшая часть фонового протяженного объекта попадает в полосу струны, с противоположной стороны от полосы струны формируется слабое изображение [145], [71]. В этом случае расстояние между центрами яркости есть, очевидно, сумма дефицита угла (ширина полосы струны) и размеров самого объекта. Таким образом, в случае космической струны должна существовать корреляция между отношением интенсивностей объекта и его изображения и угловым расстоянием между центрами яркости.

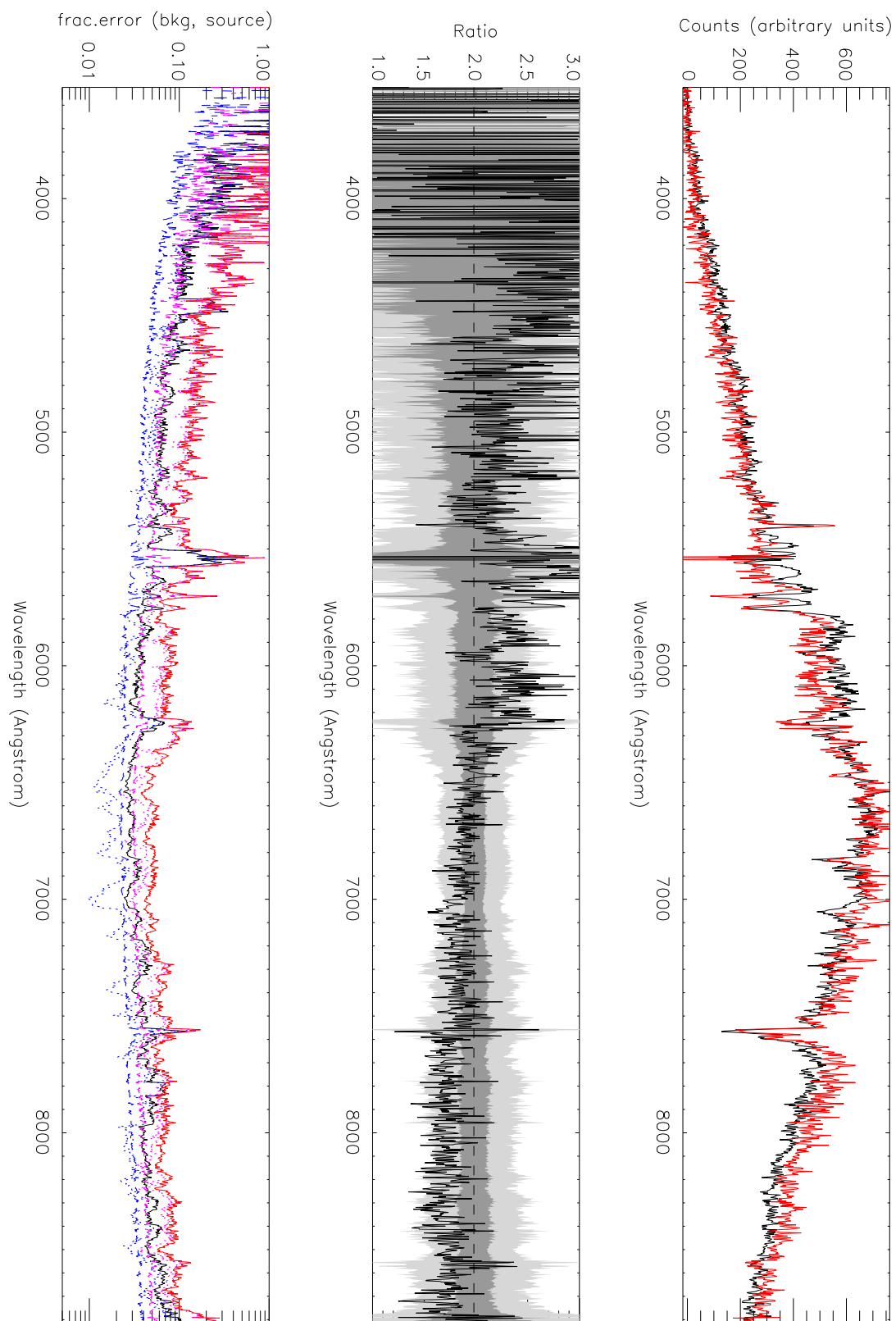


Рис. 3.27. Кандидат No.2. Спектры двух наиболее ярких компонент. Отношение спектров.

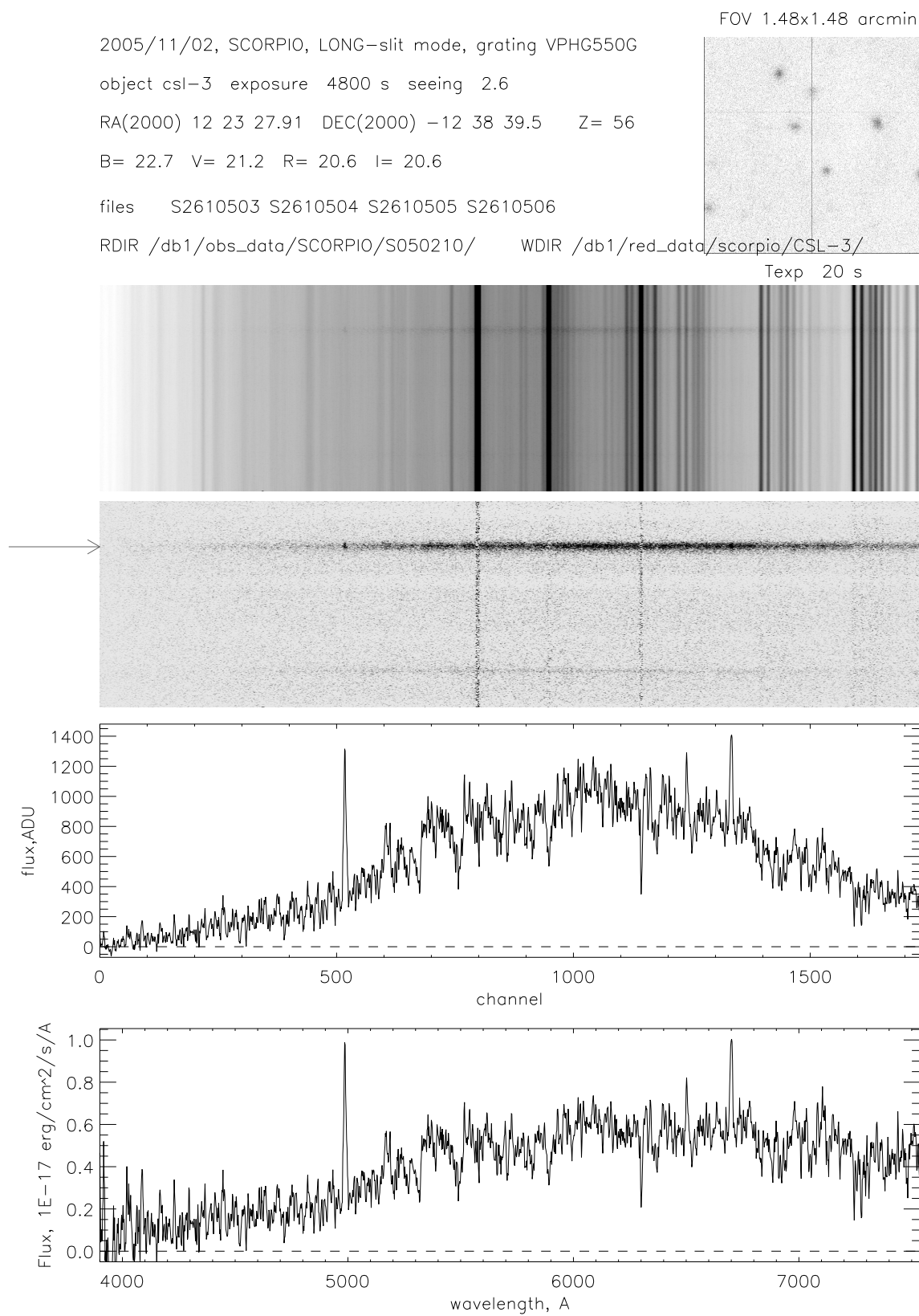


Рис. 3.28. Кандидат No.2. Данные наблюдений на VLT (спектры двух наиболее ярких компонент, положение в поле обзора в R-фильтре).

/db1/red_data/scorpio.log/CSL-3.txt

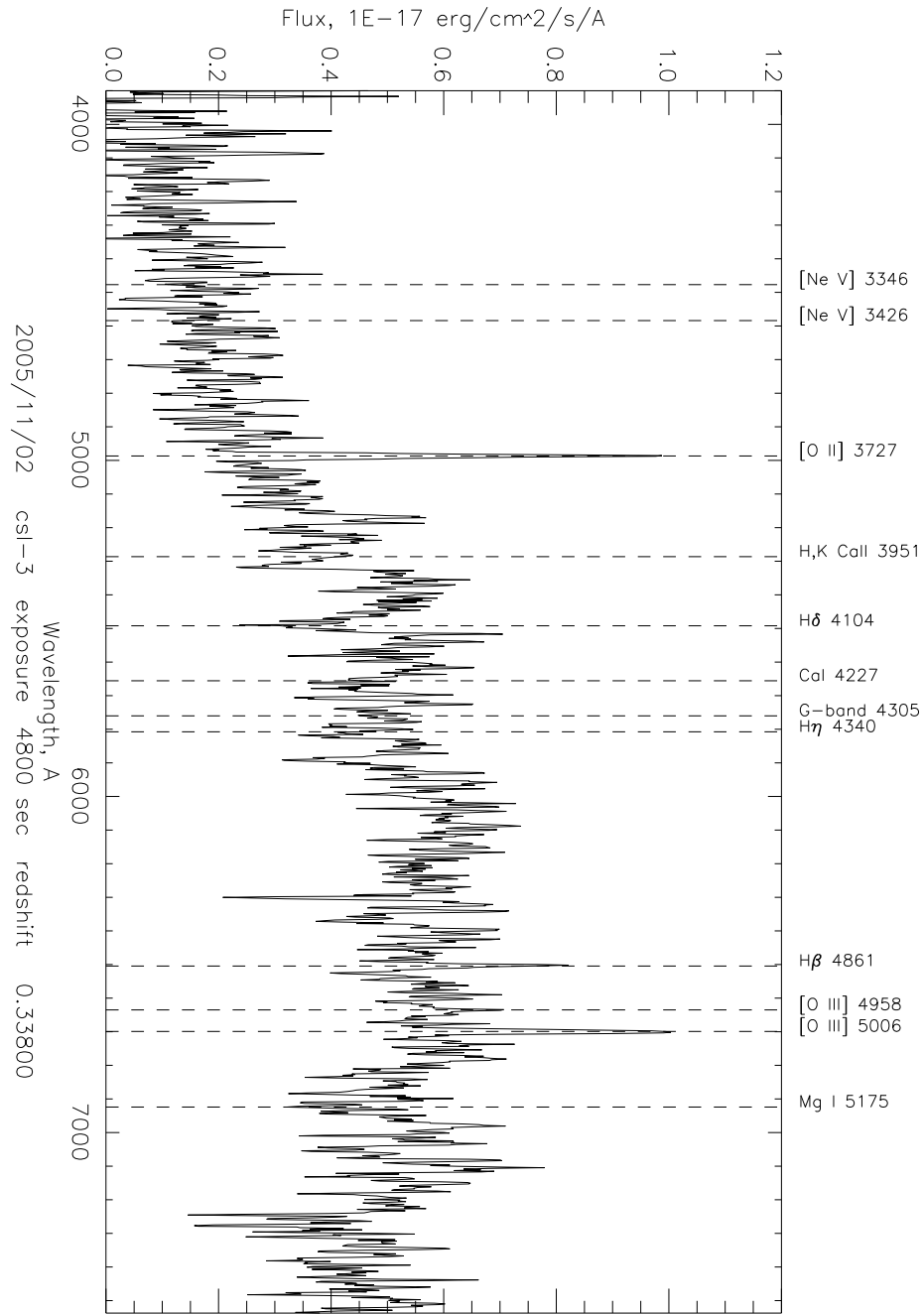


Рис. 3.29. Кандидат No.2. Анализ спектра.

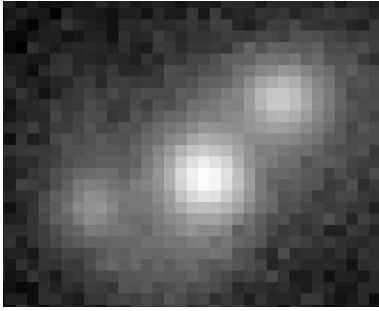


Рис. 3.30. Кандидат No.2. Изображение в R-фильтре.

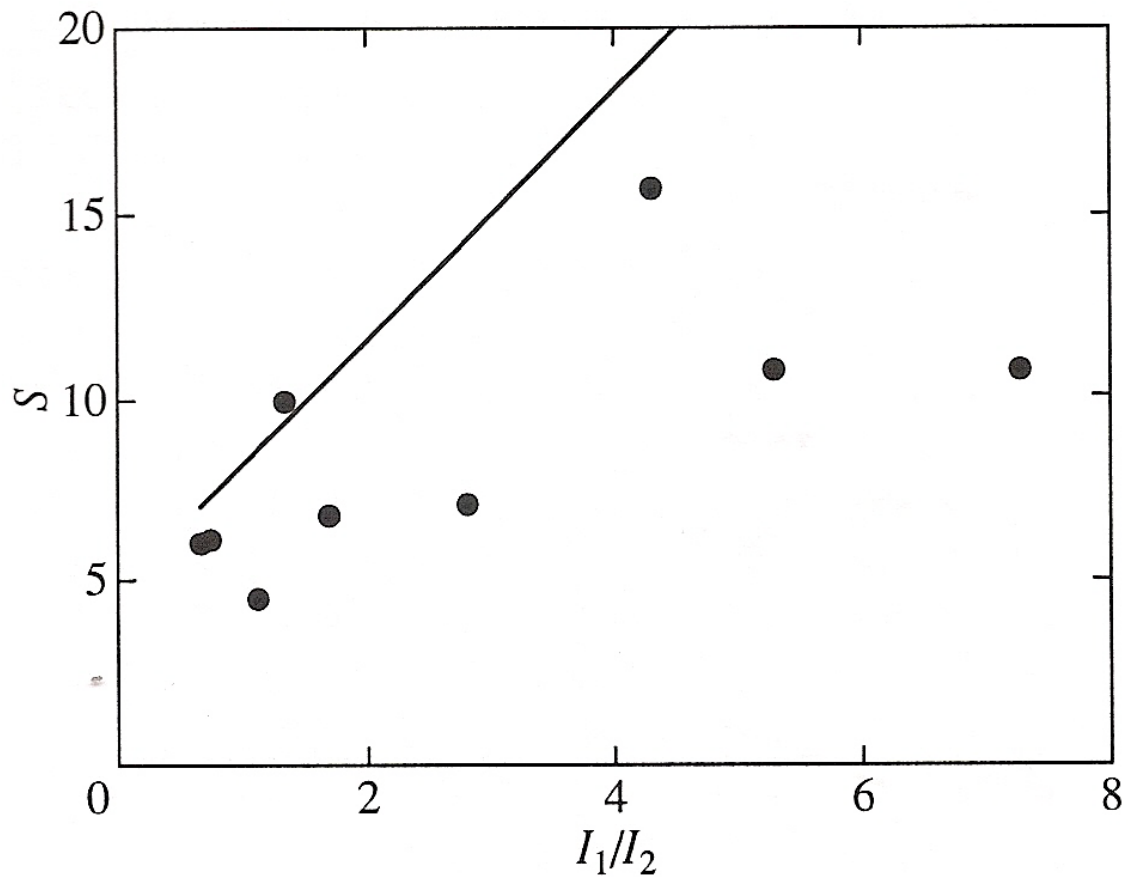


Рис. 3.31. Слабо выраженная корреляция углового расстояния между центрами яркости фонового объекта и его гравитационно-линзового изображения и разностью их звездных величин: точки – наблюдения кандидатов, сплошная линия – ожидаемое теоретическое предсказание, полученное путем моделирования. По оси абсцисс отложено отношение экспозиций I_1/I_2 более яркой компоненты пары к более слабой (в фильтре R), по оси ординат – угловое расстояние S между компонентами пары (в пикселах, 1 пиксел = 0."238).

На Рис. (3.31) показано угловое расстояние (в пикселах, 1 пиксел = 0."238) между центрами яркости в зависимости от отношения экспозиций (в R-фильтре) для всех 9-ти лучших кандидатов. Наблюдается слабая корреляция.

Таким образом, исходя из утверждения о том, что космическая струна должна обладать протяженной структурой и должна формировать нелокальные неоднородности во Вселенной, была исследована статистика гравитационно-линзовых событий в окрестности объекта CSL-1.

Согласно результатам моделирования в поле CSL-1 ожидалось в среднем 7-9 событий гравитационного линзирования, что подтвердилось визуальной инспекцией поля $16' \times 16'$ с объектом CSL-1 в центре. С помощью введенных функций $\{e_i\}$ было найдено 11 кандидатов, удовлетворявших всем необходимым условиям гравитационно-линзовых объектов. Это число почти на порядок превышает среднее число ожидаемых стандартных событий гравитационного линзирования, т.е., линзирования на галактиках, группах галактик и других объектах с хорошо изученными свойствами. Однако необходимы более точные спектроскопические наблюдения, поскольку имеющиеся фотометрические данные указывают на гравитационно-линзовую природу найденных кандидатов с точностью, не более 20%.

3.6 Исследование CSL-1 на телескопе HST

Наиболее важное свойство, на основании которого рассматривалась гипотеза о природе объекта CSL-1 как результата гравитационного линзирования на космической струне – это наличие неискаженных изофот, до самых слабых внешних уровней сечения профиля яркости. В этом случае гравитационное линзирование должно осуществляться космической струной. Второй возможностью попрежнему оставался эффект проекции двух схожих (в смысле морфологии, спектральных характеристик, фотометрии и пекулярных скоростей) эллиптических галактик. Для того, чтобы различить эти два случая, было необходимо получить снимки CSL-1 с высоким угловым разрешением, порядка одной угловой миллисекунды.

11 января 2006 года такие наблюдения были проведены на HST/ACS [145], [71]. Наш проект получил 6 орбит спутника, около 14000 сек наблюдений с разрешением 0.05 угловых секунд в рамках заявки Director's Discretionary Time, Cycle 14. Объект CSL-1 наблюдался в F814W-фильтре



Рис. 3.32. *ASC-поле*, снимок телескопа *HST*. Объект *CSL-1* находится в центре поля. Изображение составлено из шести изображений.

(3.32). Наблюдения были проведены со сглаживанием по $1/3$ пиксела с целью устранить вклад космических лучей. Данные по всем шести орбитам были совмещены с помощью стандартной процедуры [147] восстановления по образцу с разрешением $1/2$ пиксела (0.025 угловых секунд на один пиксел). Результат обработки наблюдений представлен на Рис. (3.32).

Для интерпретации полученных наблюдательных данных было проведено численное моделирование гравитационного линзирования фонового объекта на космической струне и получены аналитические уравнения гравитационной линзы (см. Глава 2, п. 2.1.).

Для того, чтобы провести моделирование, наилучшим образом соответствующее реальным данным, и призванное выявить искомые срезы изофот или определить приливные искажения, была использована модельная галактика. Поверхностная яркость была задана законом де Вокулера [112], обрезанная (для простоты вычислений) на некотором расстоянии от центра яркости:

$$I(r) = \begin{cases} I_v \exp\left(-7.6692\left(\frac{r}{r_{ch}}\right)^{1/4}\right), & 0 < r \leq 10r_e \\ 0, & r > 10r_e. \end{cases}$$

Красное смещение, видимая звездная величина в V-фильтре и эффективный радиус были заданы такими же, как у объекта CSL-1: $z = 0.46$, $m_V = 21.05$, $r_e = 1''.6$ соответственно [93]. Размер одного пиксела считался равным 25 угловым миллисекундам, что соответствовало размеру пиксела, который можно достигнуть на HST. Далее построенная модель галактики была обработана функцией FWHM PSF, равной $0''.1$, для моделирования углового разрешения, ожидаемого в фильтре F814 (что соответствует V-фильтру). Шум в пикселе предполагался распределенным по закону Пуассона. Соответствующий стохастический процесс был задан как [145], [71]:

$$\sqrt{(C + B_{sky} + B_{det})t + n_{read}N^2}. \quad (3.6.1)$$

Здесь $t = 14000$ сек, что соответствует полному времени наблюдения, C – сигнал от источника, в единичных импульсах ($[\text{сек}^{-1}]$), B_{sky} и B_{det} – среднее значение сигнала по небу и в детекторе соответственно, N – случайный шум и n_{read} – количество показаний CCD-матрицы. Значения B_{sky} , B_{det} и N были взяты из справочника ACS Instrument Handbook [148].

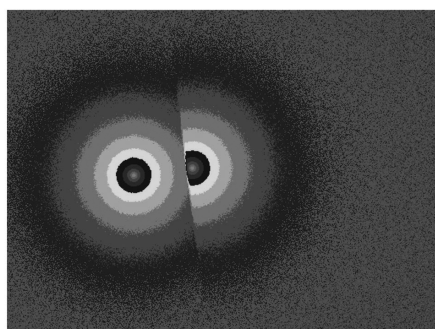
Заметим, что в случае многократных наблюдений характеристика шума суммарного изображения более сложная, чем (3.6.1). Это происходит за счет наличия корреляции между пикселями на шкалах, на которых происходит сглаживание моделей [149] – [150]. Однако для задачи поиска срезов

внешних изофот этот факт не важен, поскольку масштаб указанных эффектов гравитационного линзирования больше, чем масштаб отдельных пикселей (см. Рис. (3.34) – (3.39)).

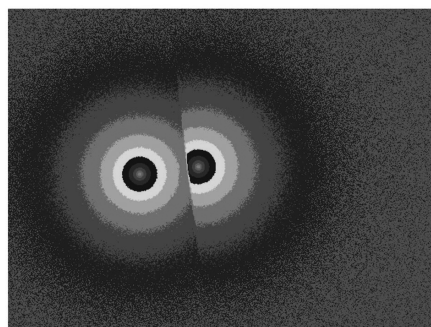
Моделирование гравитационного линзирования эллиптической галактики на струне было осуществлено для различных отношений интенсивности двух компонент, т.е., для различных положений струны относительно линзируемого источника. На Рис. (3.33) показан результат такого моделирования (о моделировании см. Глава 2).

Рисунок состоит из шести панелей (a)-(f). Соответствующее отношение частот есть 1.4, 1.27, 1.18, 1.10, 1.04 и 0.99. Последняя величина соответствует почти полностью симметричной ситуации, в которой (при высоком угловом разрешении HST) срезы внешних изофот должны быть практически не видны. Для CSL-1 отношение интенсивностей лежит в интервале $[1.04, 1.06]$, т.е. должно соответствовать изображению Рис. (3.33 e), на котором появляются срезы изофот. На Рис. (3.35), (3.37), (3.39) представлены модели гравитационного линзирования реальных спиральных галактик поля OACDF. Как предсказывает теория должно наблюдаться дублирование структур – так, если в одном изображении и его окрестности, размера меньше либо равно линейному размеру дефицита угла струны, присутствуют какие-либо морфологические особенности, то они с необходимостью отображаются и во втором изображении.

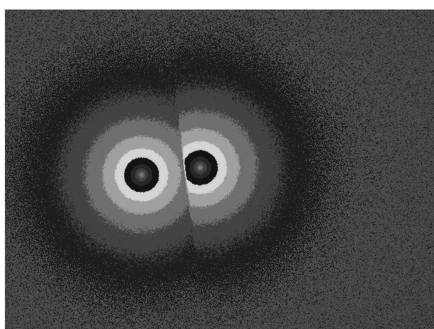
Как видно из полученного изображения CSL-1, изофоты не обнаруживают характерных срезов, предсказываемых при гравитационном линзировании фоновой галактики на космической струне (см. Рис. (3.40)). Слабые изофоты обеих компонент обладают различной структурой. Кроме того, не наблюдается эффекта дублирования структур, как это предсказывает разработанная теория (см. Глава 2).



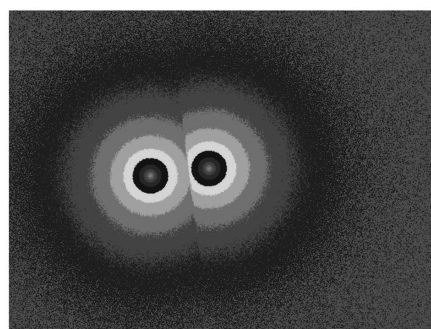
(a)



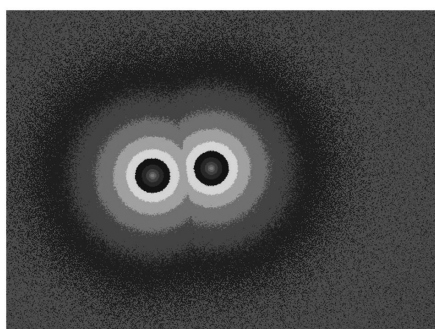
(b)



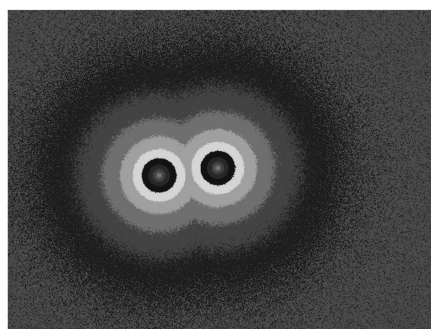
(c)



(d)



(e)



(f)

Рис. 3.33. Модельные изображения протяженного источника, линзируемого космической струной. Профиль яркости задан законом де Вокулера. На каждой из шести панелей представлены различные конфигурации струны относительно источника (см. текст).



Рис. 3.34. Реальная спиральная галактика поля *OACDF*, взятая как модель для алгоритма линзирования.



Рис. 3.35. Модель гравитационного линзирования реальной спиральной галактики поля Λ CDM. Направление струны практически перпендикулярно плоскости галактики. Дублирование деталей отчетливо видно.

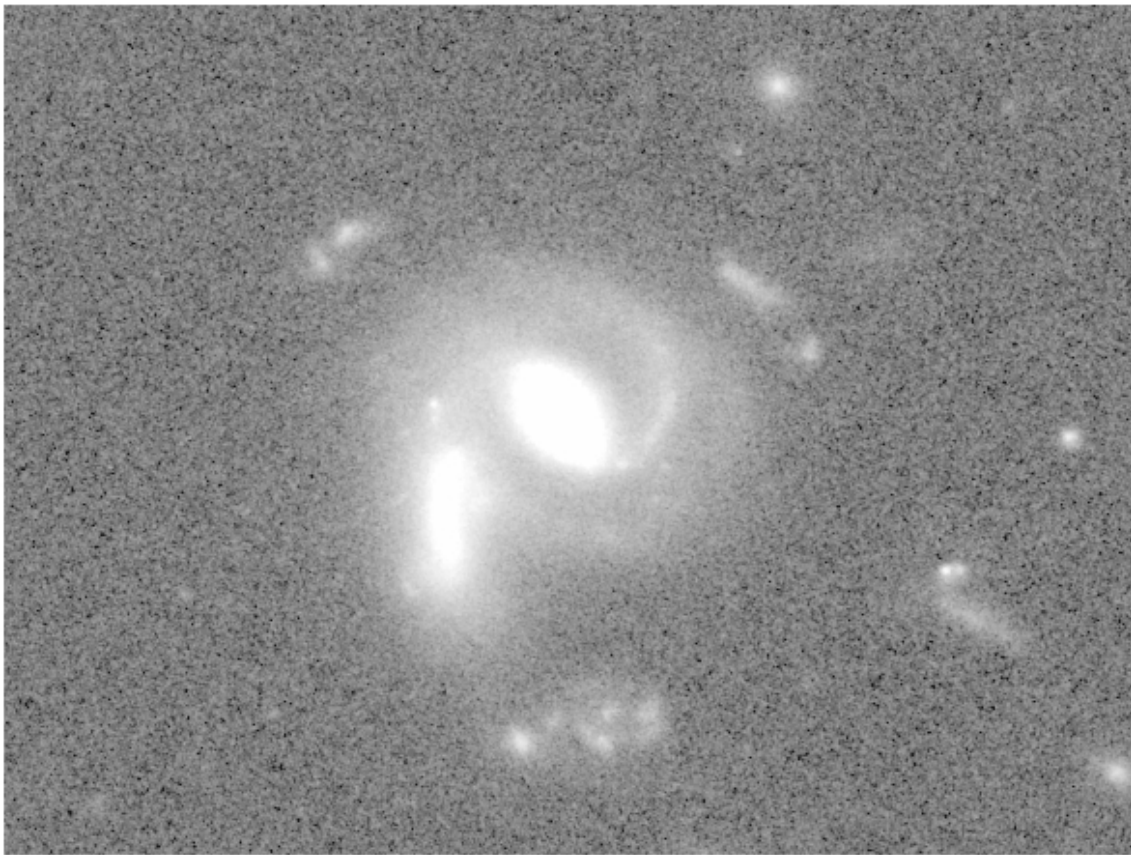


Рис. 3.36. Реальная спиральная галактика поля *OACDF*, взятая как модель для алгоритма линзирования.

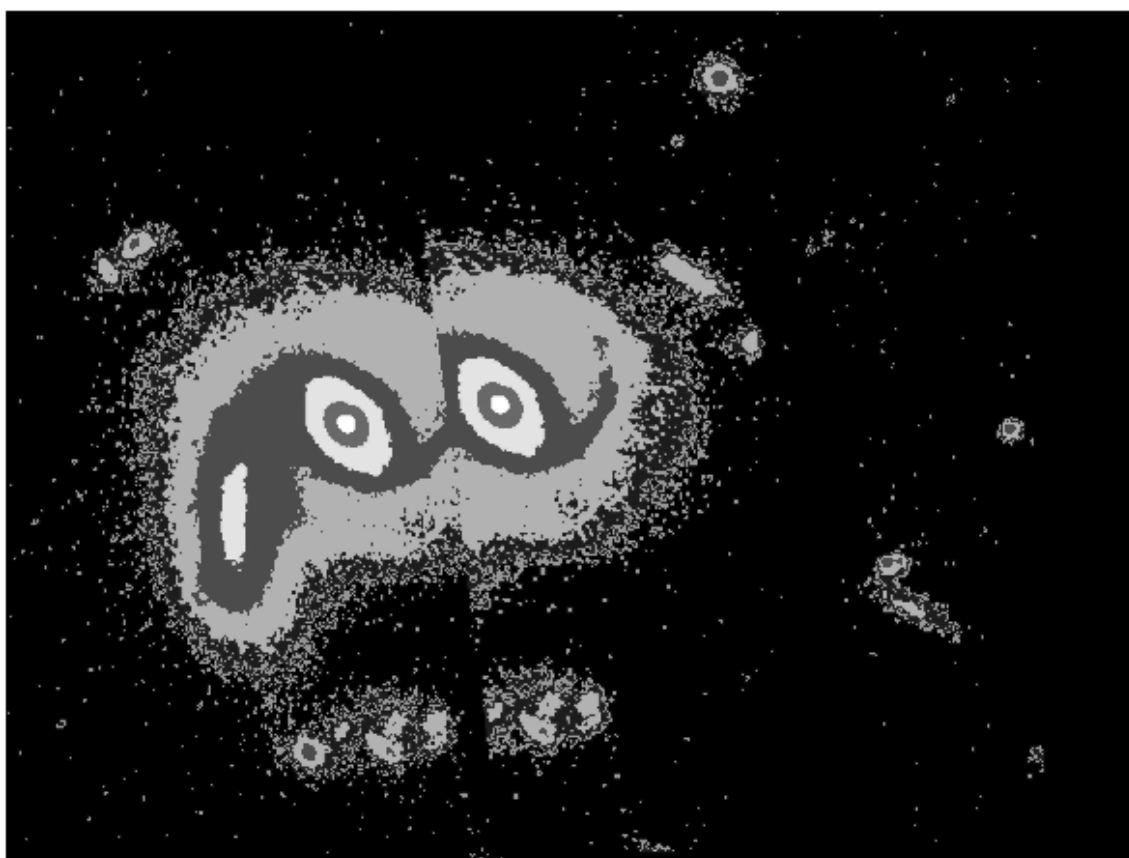


Рис. 3.37. Модель гравитационного линзирования реальной спиральной галактики поля Λ CDM. Струна наклонена относительно плоскости галактики, в результате чего образуются резкие срезы изофот. Дублирование деталей отчетливо видно.

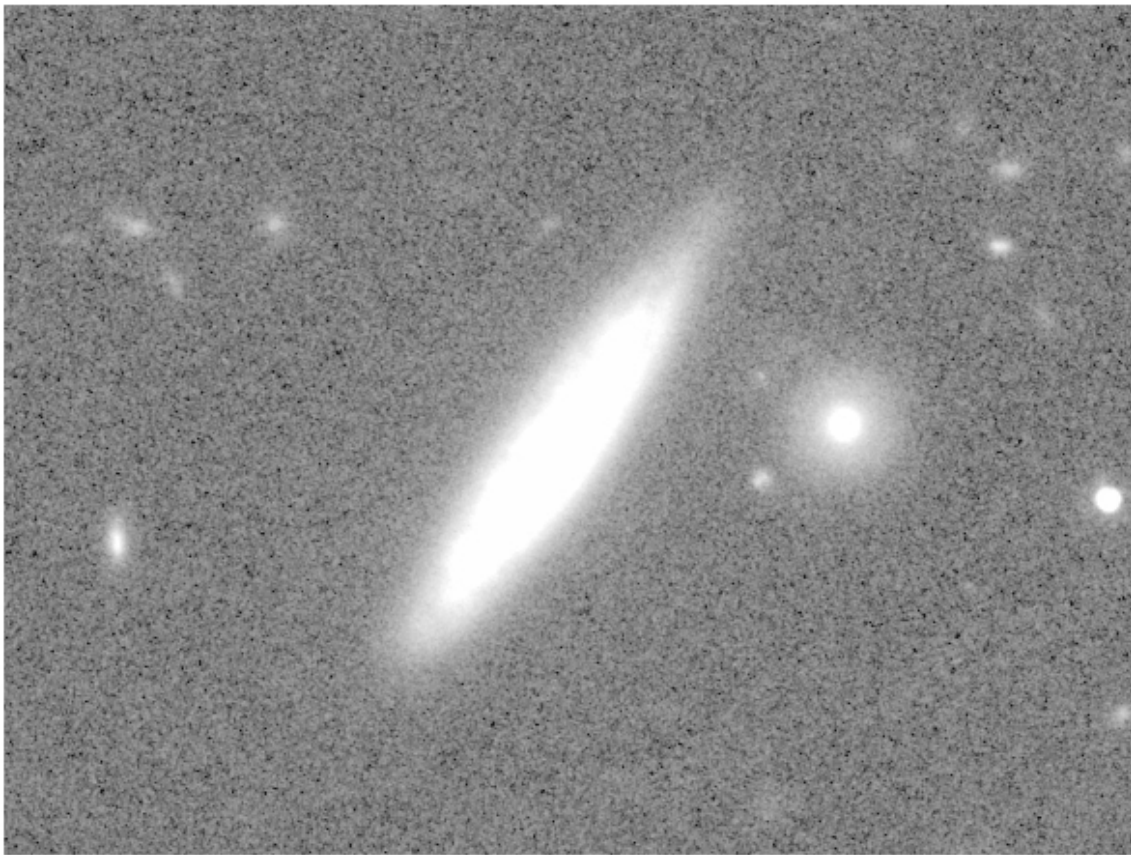


Рис. 3.38. Реальная спиральная галактика поля *OACDF*, взятая как модель для алгоритма линзирования.

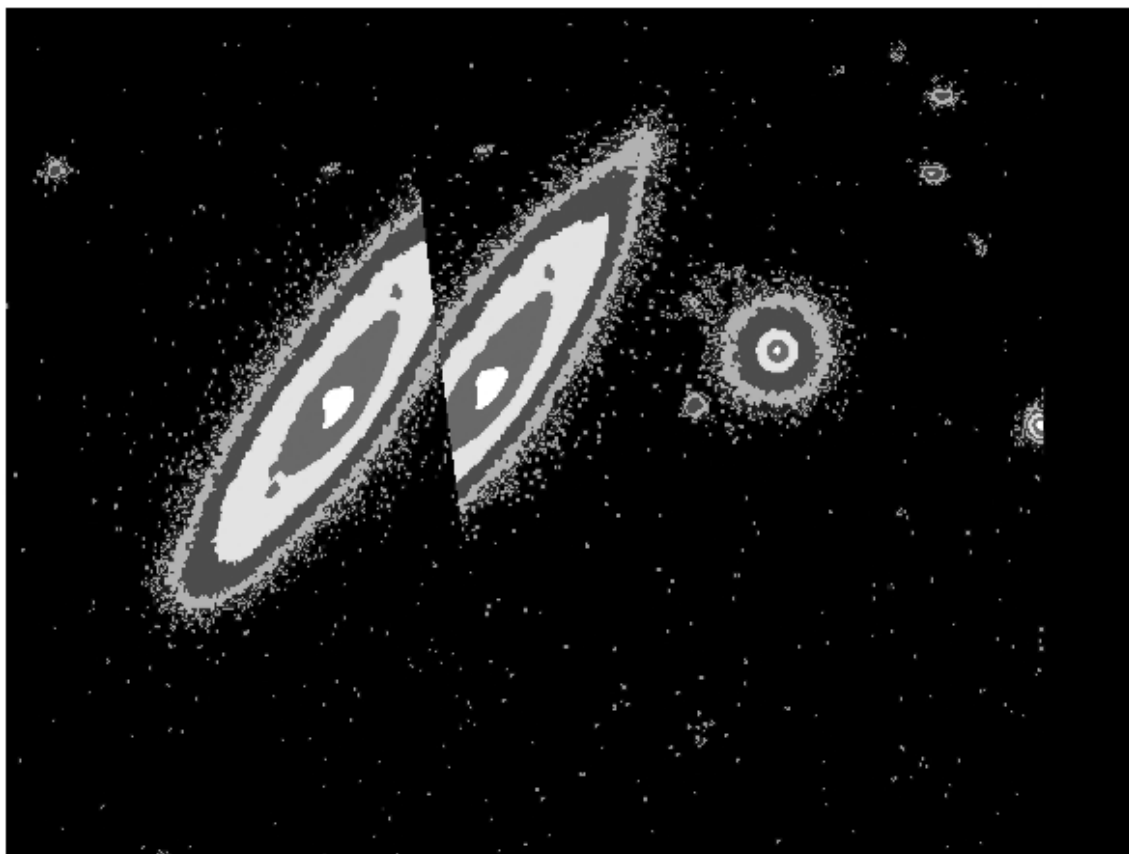


Рис. 3.39. Еще один пример модели гравитационного линзирования реальной спиральной галактики поля OACDF. Струна наклонена относительно плоскости галактики, в результате чего образуются резкие срезы изофот. Дублирование деталей отчетливо видно.

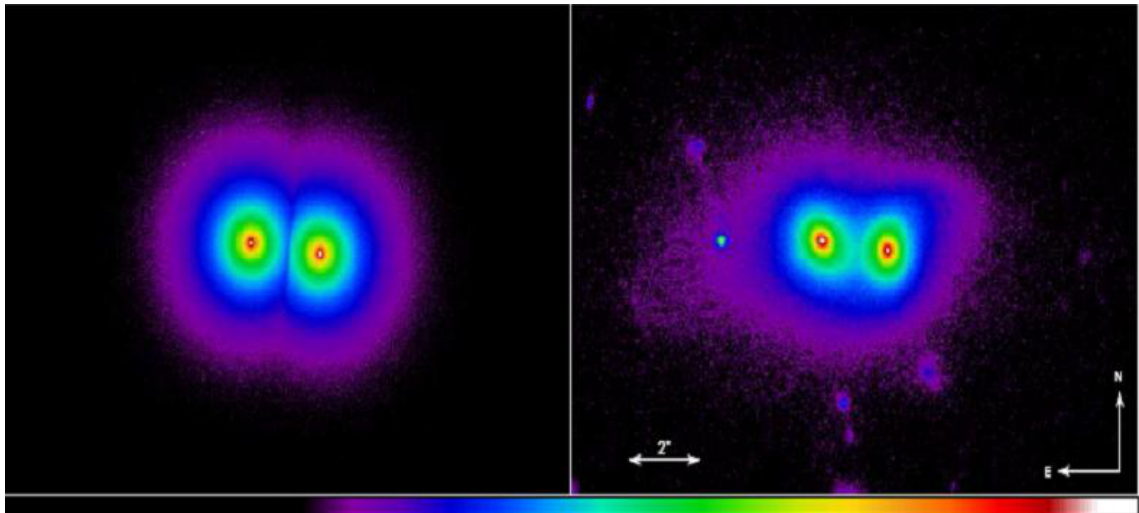


Рис. 3.40. Объект CSL-1. Слева: моделирование гравитационно-линзового изображения эллиптической галактики при характеристиках HST. Справа: реальный снимок телескопа HST, снятый по программе Director's Discretionary time; видны приливные искажения внешних изофот

Для проверки нашей гипотезы о наличии приливного взаимодействия между двумя физически различными галактиками, была исследована структура искажений внешних слабых изофот обеих компонент. Яркость обеих компонент была задана законом де Вокулера, после чего эта модель была вычтена из реальных данных. На Рис. (3.41) представлено остаточное изображение, с характерными для приливных взаимодействий структурами. Результаты подтвердили сделанные ранее теоретические оценки о величине приливных искажений [120].

Таким образом, наши наблюдения на телескопе HST окончательно прояснили вопрос о природе двойного объекта CSL-1 – он представляет собой редчайшую гравитационно-связанную систему двух гигантских эллиптических галактик. Результаты были позже подтверждены и американской группой [146].

Снимок HST, содержащий CSL-1, не содержит также и предсказываемого избытка гравитационно-линзовых событий (40), что также свидетельствует о том, что космической струны в данном поле нет.

В данном поле была обнаружена обычная гравитационная линза (см. Рис. (3.42) - (3.43)).

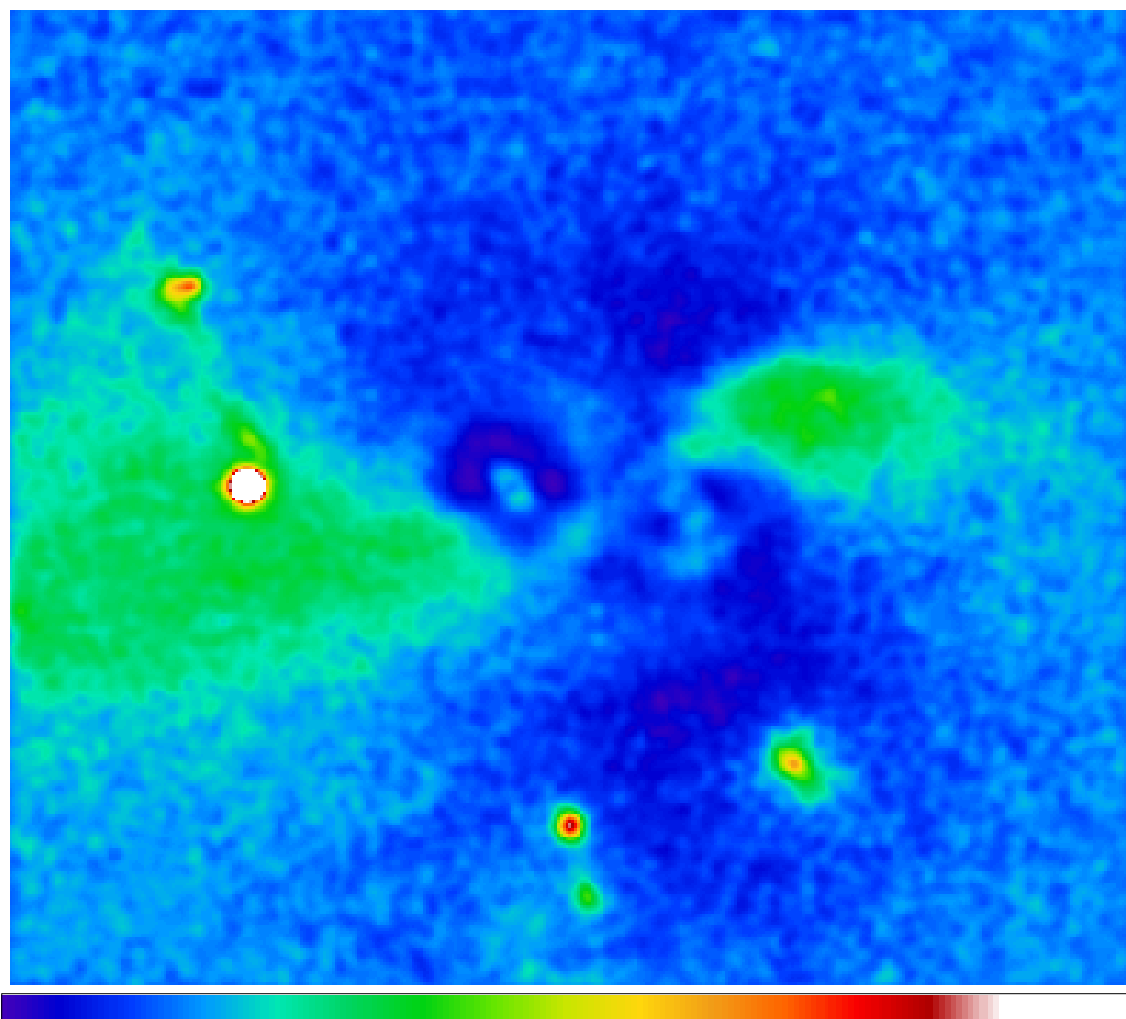


Рис. 3.41. Нормализованное остаточное изображение, полученное путем вычитания из данных *HST* модели двух галактик с профилями яркости, соответствующими закону де Вокулера.

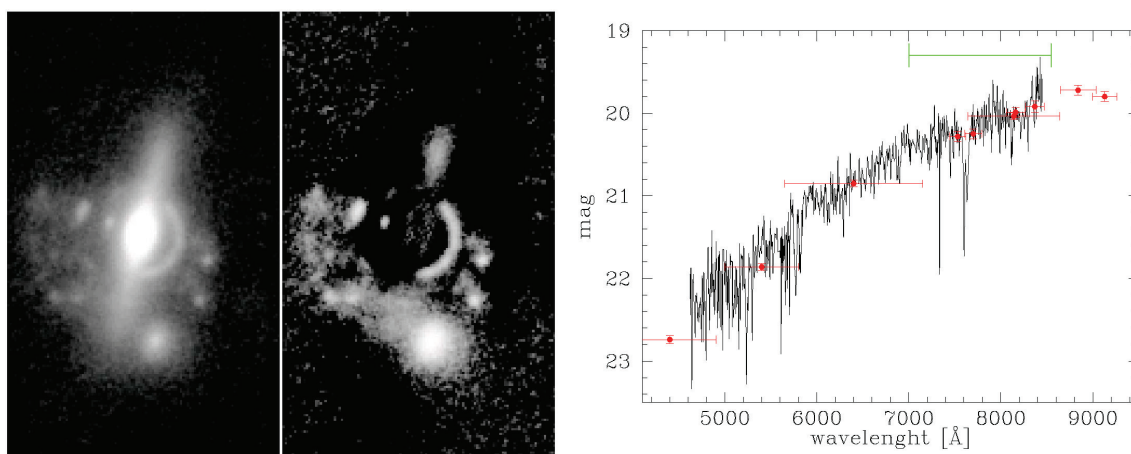


Рис. 3.42. Гравитационная линза в поле, содержащем объект *CSL-1*. Снимок телескопа *HST* (см. текст).

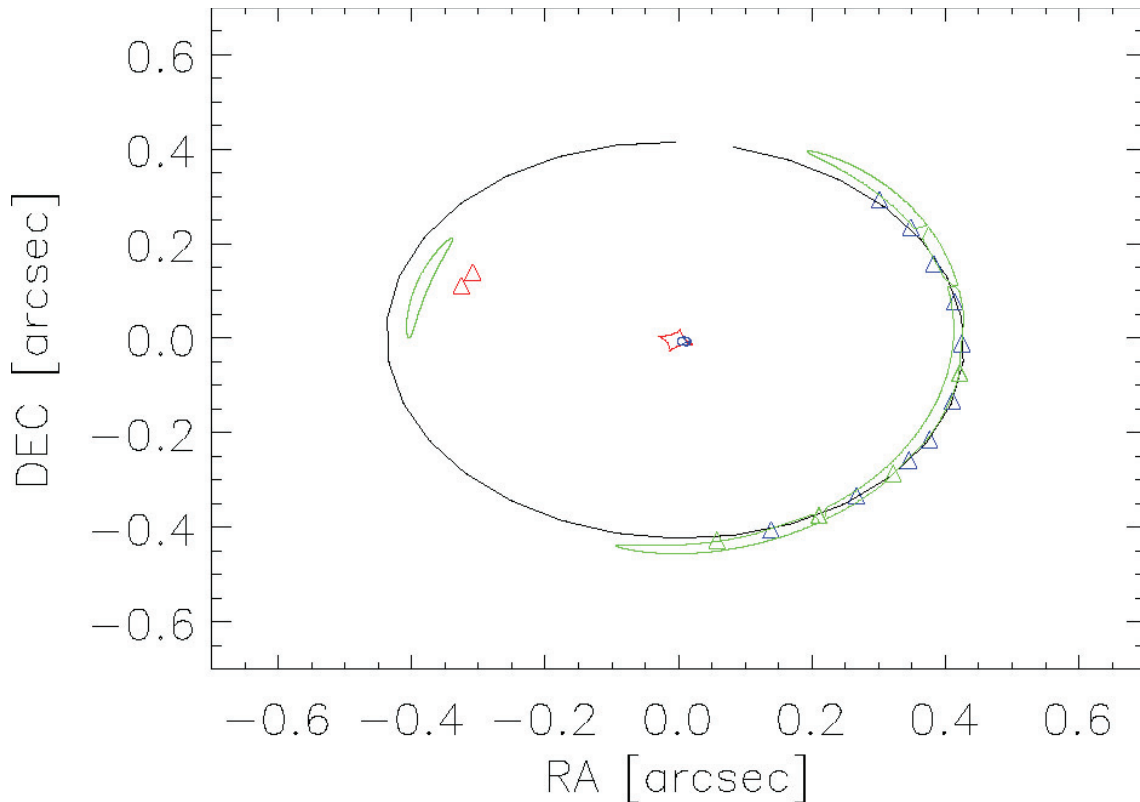


Рис. 3.43. Модель гравитационной линзы в поле, содержащем объект *CSL-1*. Снимок телескопа *HST* (см. текст).

Был представлен детальный анализ возможных наблюдательных проявлений гравитационного линзирования фонового источника на космической струне на примере изучения объекта *CSL-1* на наземных телескопах и космическом телескопе Хаббла высокого углового разрешения.

Проведенные наблюдения однозначно доказали, что объект *CSL-1* представляет собой эффект проекции двух эллиптических галактик – такая возможность также рассматривалась теоретически и моделировалась на основе реальных данных.

В результате работы исследования объекта *CSL-1* были выявлены ресурсы, необходимые для поиска возможных проявлений космических струн во Вселенной, а именно: были разработаны модели гравитационного линзирования точечного и протяженного фоновых источников на космической струне с целью применения для наземных оптических телескопов и оптический телескопов высокого углового разрешения. Были апробированы наблюдательными методами и ряд дополнительных критериев идентификации подобных объектов, а именно: поиск цепочек пар событий гравитационного линзирования, программа поиска и проверки кандидатов в гравитационные линзы, сформированные струной.

Подобное исследование необходимо для стратегии совместного поиска космических струн по радио и оптическим обзорам.

Глава 4

Новейшие методы поиска космических струн

Анизотропия реликтового излучения, генерируемая космическими струнами. Алгоритмы, моделирование, обработка данных. Разработка алгоритмов обнаружения скачков яркости в радиообзорах всего неба на примере карты WMAP (7 лет).

4.1 Данные WMAP

Анизотропия реликтового излучения – это разница его температуры в различных направлениях на небе. Она возникает из-за нескольких физических механизмов.

- Эффект Сакса-Вольфа. Он возникает, когда фотон распространяется в неоднородном гравитационном поле. Если фотон движется по нарастающему гравитационному потенциалу, он теряет свою энергию и испытывает красное смещение; если он движется по убывающему потенциалу, он приобретает энергию, и его частота смещается в голубую сторону. Для одного фотона этот эффект приводит к изменению частоты, для ансамбля фотонов – к изменению их температуры.
- Эффект Силка. Он возникает для адиабатических флуктуаций плотности. Если энтропия (т.е. отношение числа барионов к числу фотонов) плазмы однородна по пространству, то флуктуации плотности материи приводят к флуктуациям числа фотонов. Другими словами, место, где больше плотность, будет горячее.

Наряду с изменениями плотности важную роль играет эффект Доплера при пекулярном движении вещества. Оно представляет собой случайные движения на фоне общего хаббловского расширения. Из-за этого движения

энергия излученных фотонов меняется в соответствии с эффектом Допплера – это есть третий физический механизм, вызывающий анизотропию реликтового излучения.

Не связанным непосредственно с возмущениями метрики в эпоху рекомбинации, но важным при описании эволюции Вселенной при относительно низких значениях красного смещения $z \sim 5 - 10$, является эффект Сюняева-Зельдовича. Он возникает, когда реликтовые фотоны проходят через облако горячих электронов и в результате актов рассеяния электроны передают им часть своей энергии, изменяя их температуру.

Каждый шаг в исследовании реликтового излучения требовал больших усилий экспериментаторов. Однако, необходимо отметить, что каждый шаг приводил к важным физическим открытиям и был важным концептуальным выбором в космологии в целом. Открытие реликтового излучения или наблюдение первой мультипольной гармоник – монопольной – подтвердило теорию горячей Вселенной. Сейчас факт существования реликтового излучения является одним из решающих аргументов теории Большого взрыва в целом. Следующий шаг – открытие дипольной гармоник – потребовало увеличения чувствительности радиометров в 1000 раз. Амплитуда этой гармоник составляет всего 3 мК. Ее измерение позволило установить наиболее универсальную систему отчета, определить пекулярные скорости галактик и т.п. Поиск крупномасштабной анизотропии (современное значение амплитуды флуктуаций $\sim 30 \mu\text{K}$) вновь потребовало увеличение чувствительности приборов в 100 раз.

WMAP (Wilkinson Microwave Anisotropy Probe) – широко известный космический эксперимент второго поколения по изучению анизотропии реликтового излучения. Этот эксперимент был разработан и проведен агентством космических исследований США NASA. Изучение анизотропии реликтового излучения космическими средствами началось в начале 80-х годов прошлого века экспериментом "Реликт", который был разработан и воплощен в СССР.

Спутник WMAP, на котором находился радиометрический комплекс, был выведен в точку Лагранжа L2, которая находится на расстоянии примерно 1,5 млн. километров от Земли со стороны противоположной Солнцу. Радиометрический комплекс WMAP имел 5 частот на 23 ГГц (К полоса), 33 ГГц (Ка полоса), 41 ГГц (Q полоса), 61 ГГц (V полоса) и 94 ГГц (W полоса). Число каналов в каждой полосе было 4 (К и Ка полосы), 8 (Q и V полосы) и 16 (W полоса). Диаграмма направленности менялась от 52.8' в полосе К до 13.2' в полосе W. Несмотря на заявленное время жизни 2 года, космический аппарат проработал 7 лет и выпустил данные за один год накопления, три года накопления, пять лет накопления и семь лет накопления.

Для поиска космических струн были использованы данные WMAP за 7 лет накопления. Данные этого эксперимента доступны на сайте [151], или в статьях [152] – [157].

В каждой полосе частот была построена карта, которая содержала неоднородности температуры на поверхности последнего рассеяния и излучения, заполняющие пространство от этой поверхности до наблюдателя. В частности, излучение Галактики. Это излучение было особенно сильным. Излучение, возникающее между наблюдателем и поверхностью последнего рассеяния является паразитным с точки зрения эксперимента, и оно вычитается из карты распределения температуры по небесной сфере по определенным правилам, которые описаны в сопутствующих статьях.

Была сформирована карта, которую в группе WMAP называют ILC (Internal Linear Combination) карта. Она имеет разрешение примерно 1° .

4.2 Поиск космических струн с помощью порогового фильтра

4.2.1 Теоретическая модель

Наблюдаемый спектр анизотропии реликтового излучения в области низких мультиполей не полностью согласуется со спектром, который предсказывается Стандартной космологической моделью. Это несоответствие может быть устранено, в частности, при наличии во Вселенной космических струн. Для проверки этой гипотезы осуществлялся моделирование по поиску анизотропии, генерируемой длиной прямой космической струной, движущейся с постоянной скоростью на фоне однородного и изотропного фона. Движущаяся струна может генерировать анизотропию CMBR согласно простому механизму Доплера. Величина температурного скачка есть

$$\frac{\delta T}{T} \approx 8\pi G\mu\gamma\beta,$$

где μ – линейная плотность струны, $\gamma = 1/\sqrt{1 - v^2/c^2}$ – лоренц-фактор, а $\beta = v/c$ – проекция скорости струны на линию, перпендикулярную линии, соединяющей источник и наблюдателя.

Согласно обсужденной в Главе 2 простой модели, анизотропия CMBR, генерируемая струной при указанных допущениях, есть:

$$\frac{\delta T}{T} = 4\pi G\mu\beta \left(\pm 1 - \frac{\Phi_r}{\pi} \right) \frac{\cos \phi \sin \theta}{1 - \beta \sin \phi \sin \theta}. \quad (4.2.1)$$

Здесь

$$\Phi_r = \arctg\left(\frac{\sin \phi \sin \theta}{\cos \phi \sin \theta - R}\right). \quad (4.2.2)$$

Амплитуды характерных зон повышенной и пониженной температур и их размеры зависят от положения струны относительно наблюдателя, от вектора скорости струны, а также от линейной плотности струны. Структура же остается постоянной (см. Главу 2). Моделирование показывает, что для космических струн с дефицитом угла от $1''$ до $2''$ (то есть для струн, энергия которых есть порядка энергии GUT) амплитуда анизотропии меняется от 15 до 30 μK . Верхняя предел на величину дефицита угла есть $6''$, что соответствовало бы амплитуде анизотропии 100 μK и было бы сравнимо с амплитудой адиабатических возмущений и, следовательно, такая амплитуда была бы наблюдаема.

4.2.2 Моделирование карт анизотропии

Космическая струна находится между наблюдателем и поверхность последнего рассеяния. На поверхности последнего рассеяния существует анизотропия реликтового излучения, которая определяется первичными адиабатическими возмущениями плотности. Для задачи поиска космических струн по анизотропии реликтового излучения первичная анизотропия является шумом. Этот шум обладает угловым спектром типа Харрисона-Зельдовича и является помехой для детектирования космических струн.

Для изучения влияния струн на анизотропию CMBR было создано множество карт небесной сферы, моделирующие структуру сигнала и шума реальных данных WMAP. Характеристики единичной карты представлены в Таблице (4.1). Характеристики десяти карт представлены в Таблице (4.2).

Таблица 4.1. *Статистика единичной модельной карты*

Nside	32	64	512
(1)	(2)	(3)	(4)
Среднее [μK]	0.0004	0.0008	-0.0002
Дисперсия [μK^2]	4307.41	6181.06	12615.0
Скос (skewness)	-0.0683	-0.0362	-0.0104
Эксцесс (kurtosis)	-0.2506	-0.1214	-0.0237
Стандартное отклонение σ [μK]	65.6309	78.6197	112.317

Таблица 4.2. Статистика десяти модельных карт

Nside	32	64	512
(1)	(2)	(3)	(4)
Среднее [μK]	-0.0002	$8.9 \cdot 10^{-5}$	$-2.85 \cdot 10^{-5}$
Дисперсия [μK^2]	3633.3630	5514.8913	11983.717
Скос (skewness)	-0.0229	-0.0127	-0.0031
Эксцесс (kurtosis)	-0.0693	-0.0373	-0.0045
Стандартное отклонение σ [μK]	60.1989	74.2222	109.4588

Кратко остановимся на процедуре деградации модельных карт, с целью сделать их соответствующими картам реальных данных. В Таблице (4.3) представлен результат деградации (объединения группы пикселей) и сглаживания (усреднения по группе пикселей) карт и сравнение полученных таким образом карт с картами реальных данных WMAP7 с использованием основных статистических характеристик. В Таблице представлены как сглаженные (по количеству пикселей: с $N_{\text{side}} = 512$ до $N_{\text{side}} = 32$) так и не сглаженные данные. В первом случае сглаживание производилось с $FWHM = 60.0'$.

Таблица 4.3. Деградация модельных карт

FWHM	0.0'	0.0'	60.0'	60.0'
Nside	512	32	512	32
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
Среднее [μK]	-0.0002	$4.3 \cdot 10^{-6}$	0.0001	$-1.59 \cdot 10^{-6}$
Дисперсия [μK^2]	12615.0	4962.14	5735.88	4436.69
Скос (skewness)	-0.1042	-0.0577	-0.0414	-0.0632
Эксцесс (kurtosis)	-0.0237	-0.1492	-0.1308	-0.2083
Стандартное отклонение σ [μK]	112.317	70.4425	75.7356	66.6085

После указанной выше подготовки карт в виде, пригодном для сравнения с реальными данными (с нужным разрешением и параметром сглаживания), проводилось непосредственно моделирование.

Карты были разделены на две группы:

- карты, моделирующие распределение только первичной анизотропии CMBR по небесной сфере со спектром Харрисона-Зельдовича и со случайным распределением фаз в каждой гармонике. Этот набор состоит из 300 карт. Карты построены на основе модельного спектра, генерируемого программой CMBEASY [158], версии CMBFAST [159].
- карты, моделирующие только прямую космическую струну на однородном изотропном фоне согласно выражениям (4.2.1) – (4.2.2).

Параметры при моделировании струны следующие (см. Таблица (4.4)):

- скорость β ($c = 1$);
- угол κ [градусы] между направлением от наблюдателя к струне и вектором движения струны;
- расстояние ξ между наблюдателем и струной (нормированное на расстояние от наблюдателя до поверхности последнего рассеяния).

Моделирование было проведено с помощью системы HEALPix (см. Приложение В).

По формулам Главы 2 были вычислены несколько карт с распределением температуры CMBR, созданной прямой движущейся космической струной. Одно из таких распределений показано на Рис. (4.2). На этом рисунке космическая струна расположена вдоль меридиана, имеет угловой размер больше 100° и движется слева направо. Перед фронтом струны – холодное пятно, которое сразу за фронтом сменяется горячим пятном, а затем следует небольшое кильватерное пятно пониженной температуры.

Таблица 4.4. *Параметры моделирования.*

β	κ	ξ
(1)	(2)	(3)
[0.0..0.9]	[0,180]	[0.0,0.9]
0.920		
0.940		
0.960		
0.980		
0.985		
0.990		
0.992		

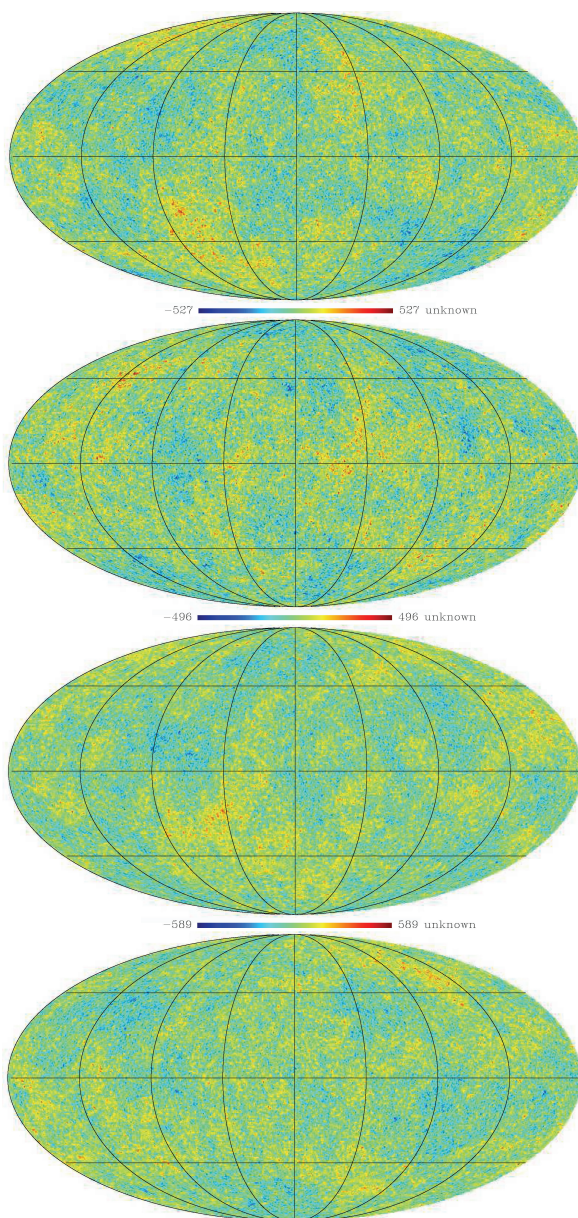


Рис. 4.1. Четыре варианта модельного распределения вариаций температуры CMBR по небесной сфере.

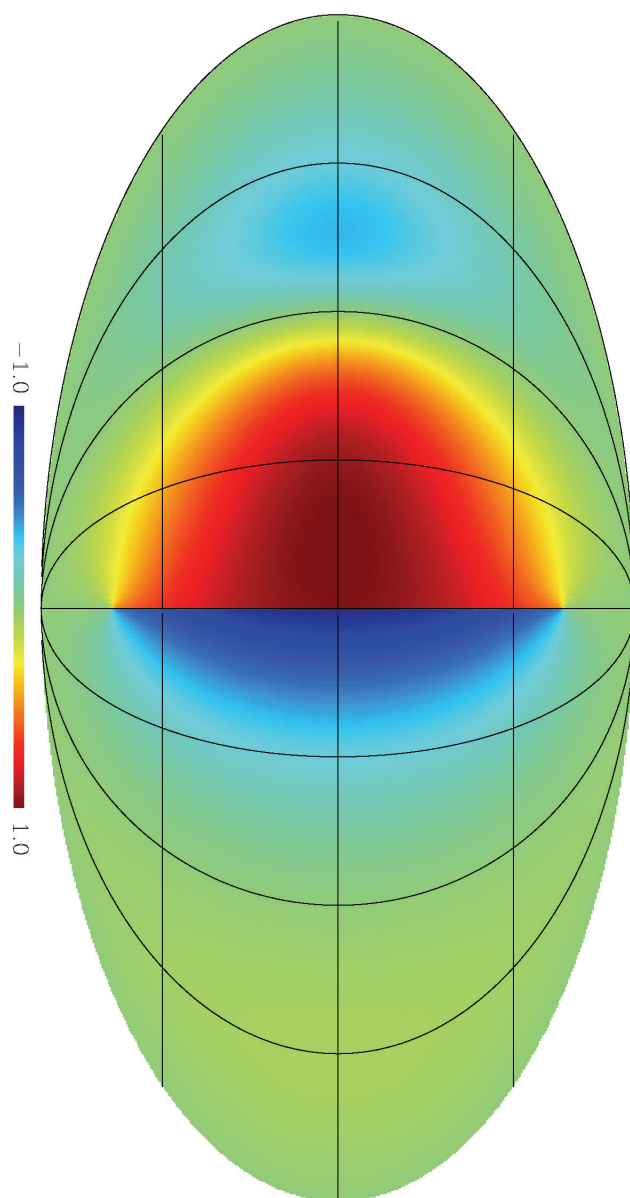


Рис. 4.2. Модельное распределение вариаций температуры созданное прямой движущейся космической струной. Полный скачок температуры при пересечении фронта струны составляет 2 (в безразмерных единицах).

Два набора данных были объединены в единый набор, представляющий собой 300 карт с адиабатическими возмущениями плотности и космической струной для разных значений параметров последней. Реалистичность моделирования отражает параметр S/N , что есть отношение амплитуд "сигнала" (струны) и "шума" (стандартных адиабатических возмущений). Карты были сформированы согласно формуле:

$$\delta T_{CMBR+String}(i) = \delta T_{CMBR}(i) + \alpha \delta T_{String}(i),$$

где i – индекс пиксела карты, а α – параметр, связанный с отношением S/N (см. Таблицу (4.5))

Таблица 4.5. Параметр α и соответствующее ему отношение S/N

α	Отношение S/N
1	0.002
5	0.01
10	0.02
15	0.03
20	0.04
30	0.06

4.2.3 Пороговый фильтр

Основная задача проводимого моделирования такова: определить верхний предел амплитуды анизотропии, генерируемой космической струной на фоне адиабатических флуктуаций плотности CMBR. Отсутствие положительных детектирований означает, что величина S/N должная быть очень мала. Таким образом, необходим фильтр, успешно работающий для низких сигналов на фоне большого шума. Простейший вариант такой фильтрации состоит из двух этапов:

- "сжатие" – сокращение шума и усиление сигнала.
- к обработанным таким образом данным применяется "триггер" с заданным порогом, т.е., условие, согласно которому отбрасываются данные.

Более подробно. Процедура "сжатия" приводит к уменьшению шума (адиабатических возмущений плотности CMBR) и к увеличению сигнала таким

образом, что скачок в анизотропии, обусловленный влиянием космической струны (горячее пятно), становится более легко обнаружим. Это достигается следующим образом. Небесная сфера, представленная для удобства обработки проекцией Мольвейде, делится на полосы, параллельные экватору. Ширина полосы $\Delta\theta = 10^\circ$. Для каждой такой полосы, для фиксированной долготы ϕ вычислялось среднее значение анизотропии $\langle \delta T \rangle$ по всем значениям широты θ . Таким образом, карта редуцировалась в одномерный вектор из 4096 пар $(\phi, \langle \delta T(\phi) \rangle)$. Далее все полосы составлялись вместе (см. Рис. (4.3)). На панелях а) и с) представлено "сжатие" карт для струны и для струны на фоне адиабатических возмущений ($\alpha = 20$) соответственно. В обоих случаях скачок интенсивности хорошо виден.

Для оценки восстанавливающих возможностей процедуры "сжатия" применялся следующий "триггер" (пороговый фильтр). Для каждой "сжатой" карты вычислялись среднее и вариация. Далее шел отбор пикселей, для которых выполнялось неравенство:

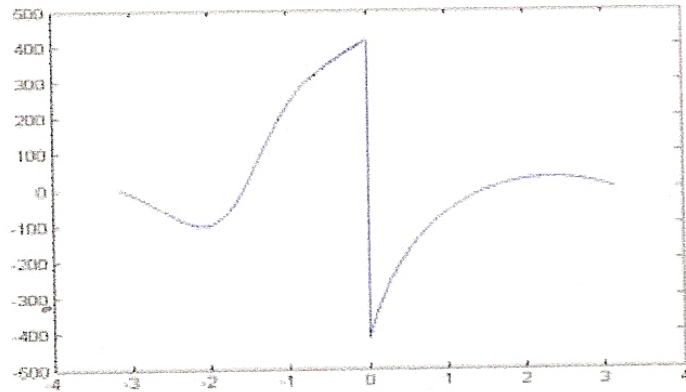
$$x_{threshold} = \bar{x} + 2\sigma. \quad (4.2.3)$$

4.2.4 Статистический анализ модельных карт

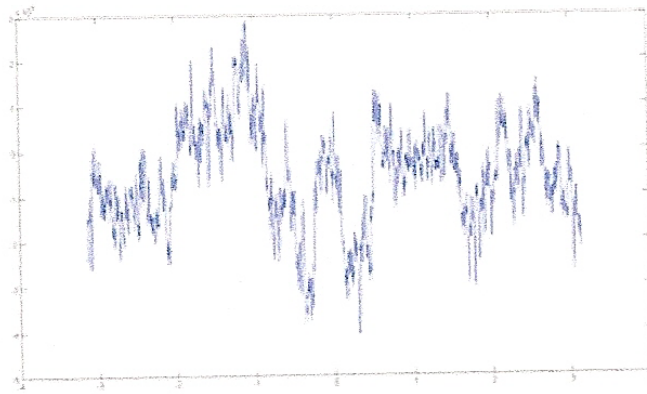
С целью оценить эффективность введенного выше простейшего порогового фильтра, были проведены его статистические исследования. Были оценены две характеристики фильтра: его способность обнаруживать сигналы от космической струны в данных WMAP при анизотропии CMBR при априорной информации, что такие сигналы есть, а также количество ложных обнаружений (связанных с особенностями адиабатического спектра возмущений) на картах, заведомо не содержащих струн. С этой целью использовались два различных набора данных:

- 300 модельных карт, содержащих только анизотропию, обусловленную адиабатическими возмущениями плотности (карты шума в рассматриваемой задаче);
- 1800 модельных карт, содержащих струны на фоне адиабатических возмущений. Эти карты были получены путем сложения карт, содержащих только анизотропию, обусловленную адиабатическими возмущениями плотности, и карт со струнами на однородном фоне (параметры струны: $\beta = 0.7, \kappa = 90^\circ, \xi = 0.60$). Отношение сигнала к шуму менялся так, как это указано в Таблице (4.5).

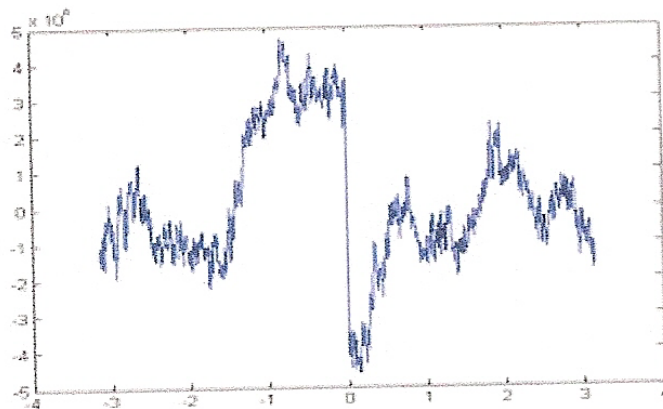
Карты, содержащие моделирование только адиабатических возмущений, использовались для оценки качества применяемого фильтра. Каждый сигнал обнаружения струны на таких картах есть ошибочный сигнал.



(a)



(b)



(c)

Рис. 4.3. а) "сжатая" карта струны на однородном фоне (см. текст) б) "сжатая" карта адиабатических возмущений, генерированных программой CMBEASY в) "сжатая" карта со струной на фоне адиабатических возмущений ($\alpha = 20$)

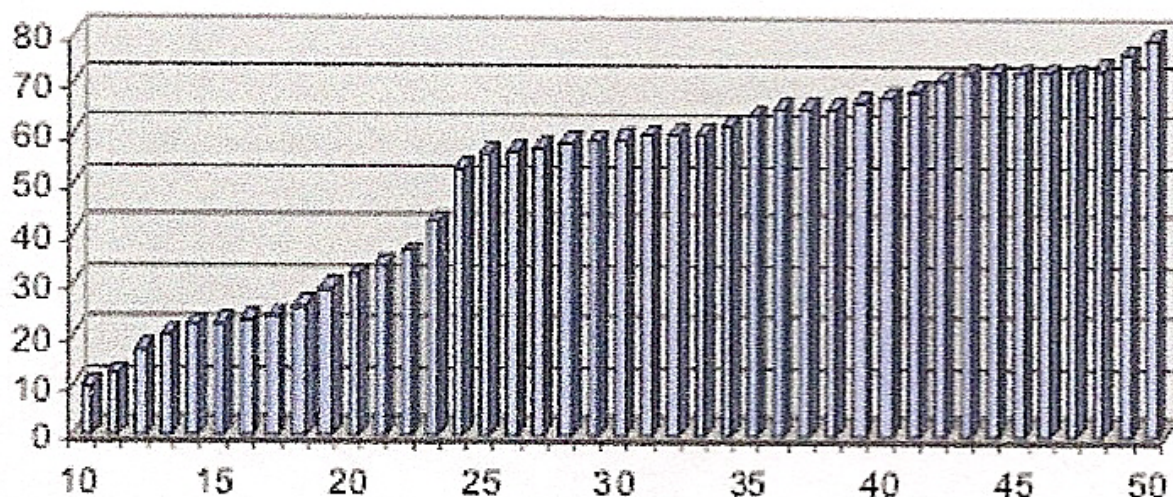


Рис. 4.4. Эффективность работы порогового фильтра по картам, не содержащим струну. По оси ординат отложен процент эффективности работы фильтра. По оси абсцисс отложен размер последовательности пикселей.

Другую важную информацию можно извлечь из анализа совместных карт (струна на фоне адиабатических возмущений). Возможно оценить, сколько ложных сигналов обнаружения принято в общий счет, если известно, что струна в рассматриваемой области есть (поскольку известно, что событие, вызванное струной, должно быть уникально, другими словами, при анализе карт фильтр должен отметить только одно такое событие, а остальные должны быть ложными детектированиями).

При анализе карт, содержащих только адиабатический шум, обнаружено, что фильтр работает хорошо в том случае, если сигнала не обнаружено. На Рис. (4.4) представлен результат. Так, с ростом количества последовательных пикселей (которые требуются быть выше порога фильтра) эффективность фильтра растет, достигая своего максимума (в 79%) для последовательности из 50 пикселей, амплитуда излучения в которых превышает заданный пороговый уровень в 2σ . Другими словами, фильтр регистрирует ложные сигналы с вероятностью 0.21.

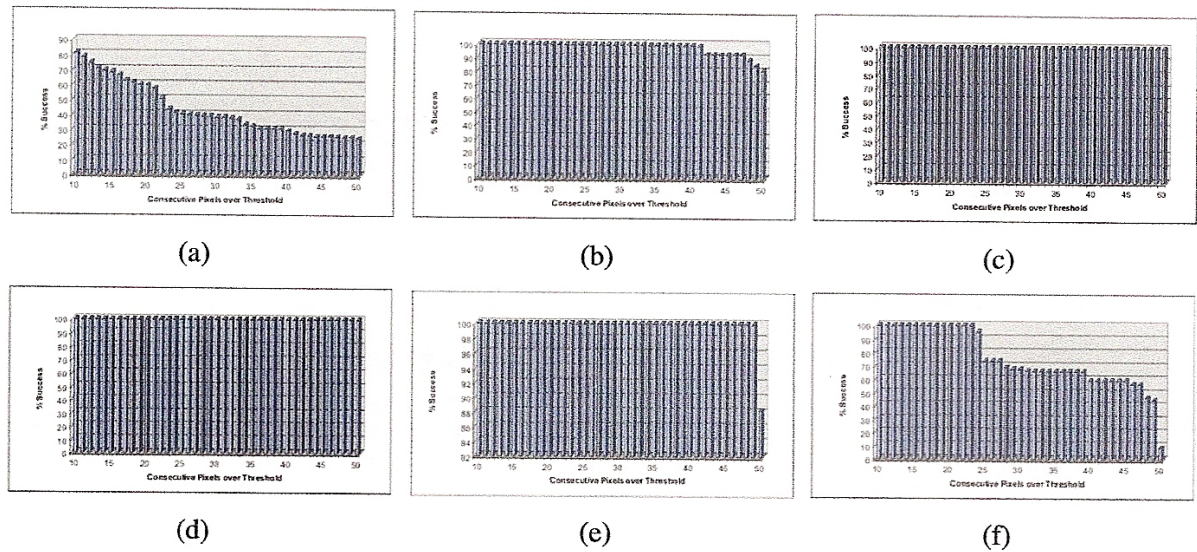


Рис. 4.5. Эффективность работы порогового фильтра по картам, содержащим струну

Таблица 4.6. Результаты статистического анализа

S/N	длина последовательности пикселей	наилучшая эффективность	эффективность на 50 пикселей
0.002	10	0.813	0.247
0.01	[10,33]	1.0	0.810
0.02	[10,50]	1.0	1.000
0.03	[10,50]	1.0	1.000
0.04	[10,49]	1.0	0.883
0.06	[10,23]	1.0	0.009

На Рис. (4.5) и в Таблице (4.6) представлен анализ эффективности работы фильтра на картах, содержащих струну на адиабатическом фоне. Результат представлен для различных отношений сигнала к шуму. Фильтр хорошо работает для отношения сигнала к шуму от 0.01 до 0.04. При $S/N < 0.01$ фильтр работает плохо, потому что сигнал (анизотропия, обусловленная струной) очень слаб на фоне шума (адиабатических возмущений). Для $S/N > 0.04$ фильтр также работает плохо, потому что уровень (4.2.3) становится очень высок. Заметим также, что эффективность фильтра не регистрировать ложные сигналы в присутствии струны низка.

4.3 Поиск струн с помощью модифицированных функций Хаара

В связи с достаточно низкой эффективностью предложенного выше порогового фильтра, для обработки полученных 300 модельных карт был применен другой метод обработки, основанный на поиске характерных скачков

пикселей при повороте получается неоднозначным: часть пикселей отображаются в один, часть пикселей отображения остаются пустыми), в силу поворот карты анизотропии получается дефектным и не подлежит дальнейшей обработке.

Модифицированная гармоника Хаара является наиболее чувствительной к появлению разрыва в данных радио обзоров.

Предложенный метод, соответственно, заключался в следующем. В каждой точке радио карты (в каждом пикселе) проводилась свертка данных функцией, заданной в круге некоторого радиуса. Эта функция представляла собой реализацию гармоник H_{01} системы ортогональных функций Хаара. Зависимость функции от координат в круге является следующей. Значение функции не зависит от радиуса, но зависит от угловой переменной. По угловой переменной ϕ эта функция является функцией Хаара H_{01} . В интервале $\phi \in [0, \pi)$ эта функция есть $H_{01} = 1$, в интервале $\phi \in [\pi, 2\pi)$ эта функция есть $H_{01} = -1$. Поскольку ориентация струны относительно сетки параллелей и меридианов может быть произвольной, то для поиска струны в каждом месте необходимо производить многократные свертки с поворотом круга, что соответствует сдвигу "скачка" в функции Хаара. В случае сдвига получается новый ортогональный и полный набор функций, который можно назвать модифицированными функциями Хаара. В результате поворотов получается множество амплитуд гармоник C_{01} . В том случае, когда в точке свертки присутствует струна, величина гармоник является максимальной при совпадении линии разреза круга с положением струны. Были выбраны максимальные значения свертки и пиксел были заполнены этой величиной.

Начальными данными для обработки служили модельные карты анизотропии CMBR, построенные с помощью генерации спектра программой CMBEASY, модельные карты с включенной струной, а также, на заключительном этапе, реальные карты WMAP.

В результате описанной процедуры строится карта данных с количеством пикселей, равным количеству пикселей оригинальной радио карты WMAP. Для этой карты вычислялись основные статистические характеристики: среднее, стандартное отклонение, третий и четвертый моменты. Стандартное отклонение определяет шум, который есть на карте (см. Таблицы (4.1) – (4.3)). После этого проводились процедуры компьютерного моделирования космических струн и процедуры их обнаружения.

В Таблице (4.7) представлены статистические данные тестирования единичной модельной карты, обработанной с помощью свертки с функцией Хаара, для различных разрешений ($N_{side} = 32, N_{side} = 64$). Входные данные моделирования: несглаженная деградирующая карта. Выходные данные моделирования: карта амплитуд функции Хаара ($S/N = 1$, радиус диска Хаара $r = 3^\circ$).

Таблица 4.7. Тестирование единичной модельной карты

модельные карты (1)	до свертки с функцией Хаара (2)	до свертки с функцией Хаара (3)	после свертки с функцией Хаара (4)	после свертки с функцией Хаара (5)
Среднее [μK]	22.7956	22.0962	20.3244	19.8994
Дисперсия [μK^2]	250.6250	181.3544	324.9724	252.2303
Скос (skewness)	0.4141	0.6128	0.3535	0.2867
Экссесс (kurtosis)	0.1769	0.1508	-0.6194	-0.5535
Стандартное отклонение σ [μK]	15.1846	13.1076	17.3672	15.4135

Моделирование поиска струн осуществлялось следующим способом. Карта, представляющая собой сумму двух модельных карт: первичной анизотропии, возникающей на поверхности последнего рассеяния, и анизотропии, генерированной движущейся прямой космической струной, обрабатывалась в соответствии с разработанным алгоритмом. Сумма карт первичной анизотропии и анизотропии, созданной движущейся струной, как и в случае анализа с помощью порогового фильтра, составлялась с коэффициентом, характеризующим отношение сигнала к шуму:

$$M_{CMBR+string} = M_{CMBR} + a * M_{string}.$$

Здесь a – коэффициент, который определяет амплитуду скачка в рассматриваемой модельной карте.

Для выбора оптимального значения радиуса круга для поиска струн, было проведено компьютерное моделирование, в результате которого были получены карты распределения амплитуды гармоник C_{01} для круга с различными диаметрами. Поскольку на модельных картах положение струны было известно, детектирование струны характеризовалось выводом величины сигнал/шум. В качестве сигнала рассматривалась величина амплитуды в месте положения струны, а в качестве шума – среднеквадратичное значение амплитуды гармоник по карте.

На Рис. (4.6) показана простейшая ситуация, когда диск не вращался, а секущая линия была параллельно расположению космической струны, при моделировании менялся только радиус диска.

На Рис. (4.7) представлено значение отношения S/N для дисков одного и того же радиуса, но с секущей линией, которая поворачивалась на некоторый угол. Значение S/N вычислялось как функция этого угла поворота.

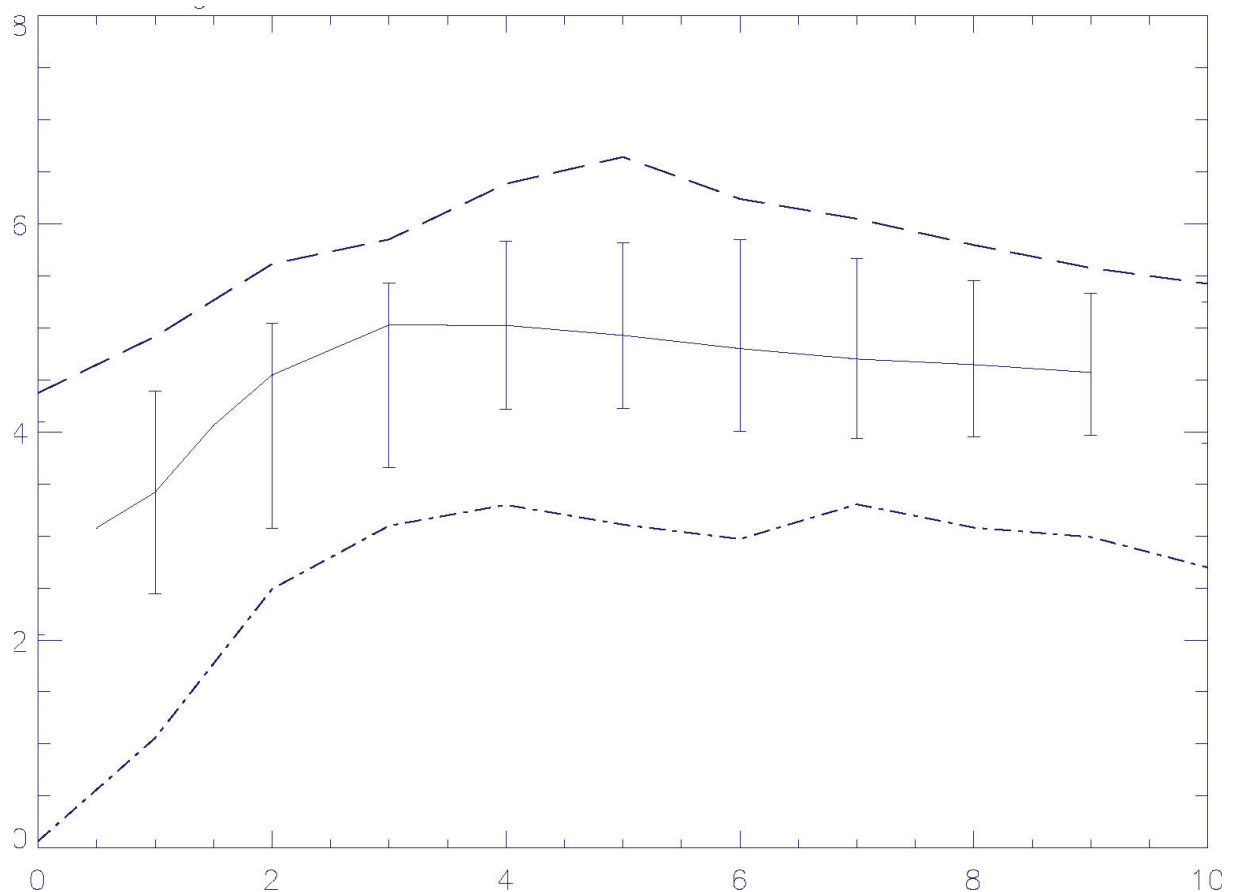


Рис. 4.6. Зависимость отношения S/N от радиуса диска, с которым ведется свертка. По вертикальной оси отложено значение S/N , по горизонтальной оси отложен радиус диска в градусах.

Моделирование показало, что оптимальное значение приходится на радиус диска $3^\circ \div 5^\circ$, а максимально рассогласование направления космической струны и секущей линии допускается тоже в интервале $3^\circ \div 5^\circ$.

Далее вычислялась амплитуда гармоник C_{01} в месте нахождения струны и сравнивалась с дисперсией величины C_{01} по всей карте, что давало отношение S/N . Результаты моделирования приведены на Рис. (4.8). Штрих-пунктирная линия на графике обозначает пороговый уровень 1σ . Штрих-штрих-пунктирная линия на графике обозначает пороговый уровень 2σ . И наконец, пунктирная линия на графике обозначает пороговый уровень 3σ . Видно, что сигнал/шум $= 3$ превышает только сигнал от космической струны. Сравнение предложенной в диссертационной работе характеристики C_{01} со стандартными характеристиками показывает преимущество использования первой.

Действительно, величина S/N на одном скане для предложенной в диссертационной работе характеристики больше в 1.3 раза по сравнению с лучшими из стандартных характеристик. Выигрыш в 30% на одном скане оборачивается выигрышем (по сравнению со стандартными методами обнаружения) в 8–10 раз при детектировании длинных структур. В самых

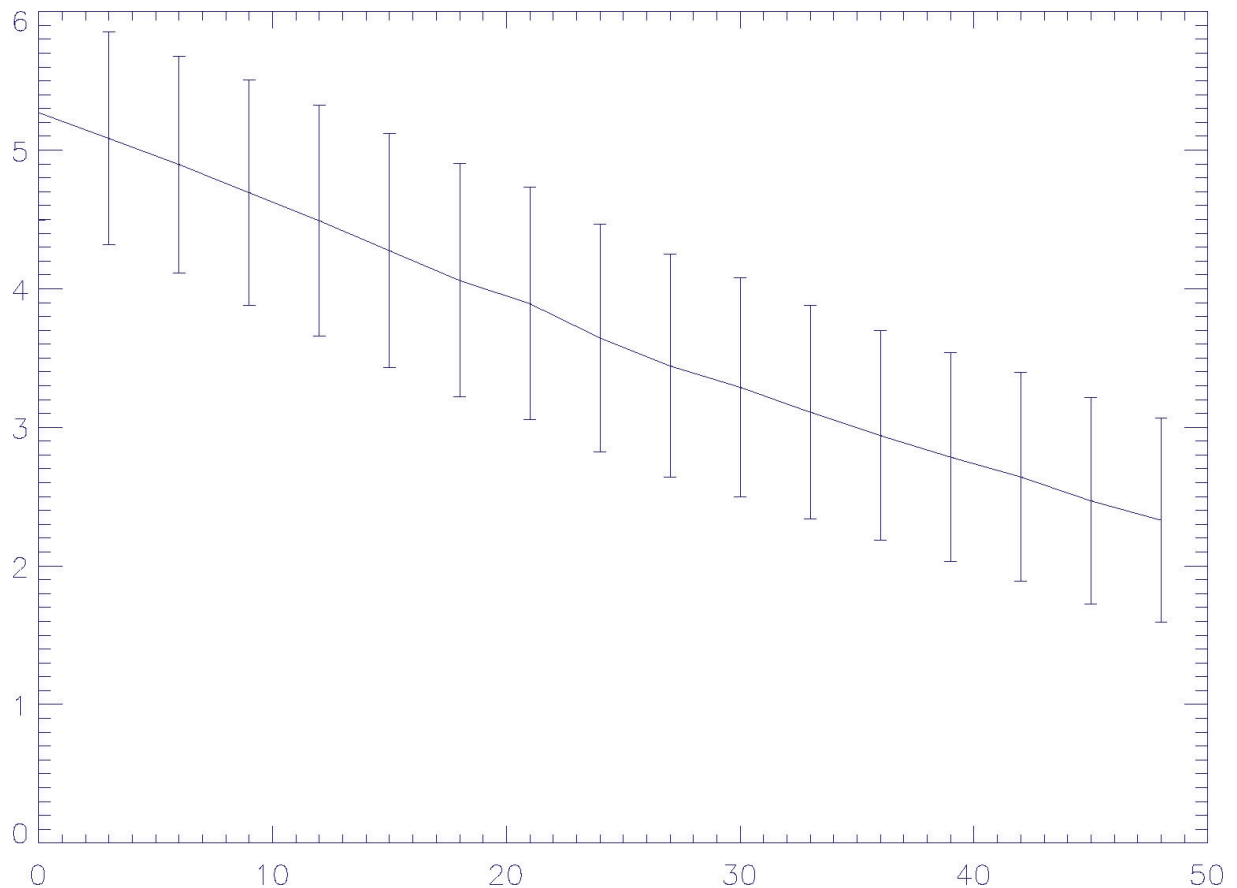


Рис. 4.7. Зависимость отношения S/N от угла наклона секущей линии. По горизонтальной оси отложен угол наклона секущей линии относительно направления космической струны.

лучших работах, сделанных по стандартной методике чувствительность к наличию космических струн была на уровне $100 \mu\text{K}$ [160], [161]. При использовании модифицированных функций Хаара чувствительность в 8–10 раз выше.

Для детектирования струны в модельных картах, являющихся объединением карт с адиабатическим шумом и космической струной на однородном фоне, применялся метод детектирования основанный на свертках карт с модифицированной функцией Хаара. Она задавалась на диске диаметром 3° , и диск последовательно сдвигался по карте (карта "сканировалась"). Получалась новая карта – распределение амплитуды гармоники C_{01} . Вычислялась вариация по такой карте и вычислялось стандартное отклонение.

Уровень S/N дается отношением амплитуды в месте положения струны к стандартному отклонению. На Рис. (4.9) показана струна на сфере без покрытия адиабатическими возмущениями с поверхности последнего рассеяния.

На Рис. (4.10) показана модельная карта, представляющая собой сумму распределения температуры, созданной космической струной и распределения температуры на модельной карте анизотропии CMBR.

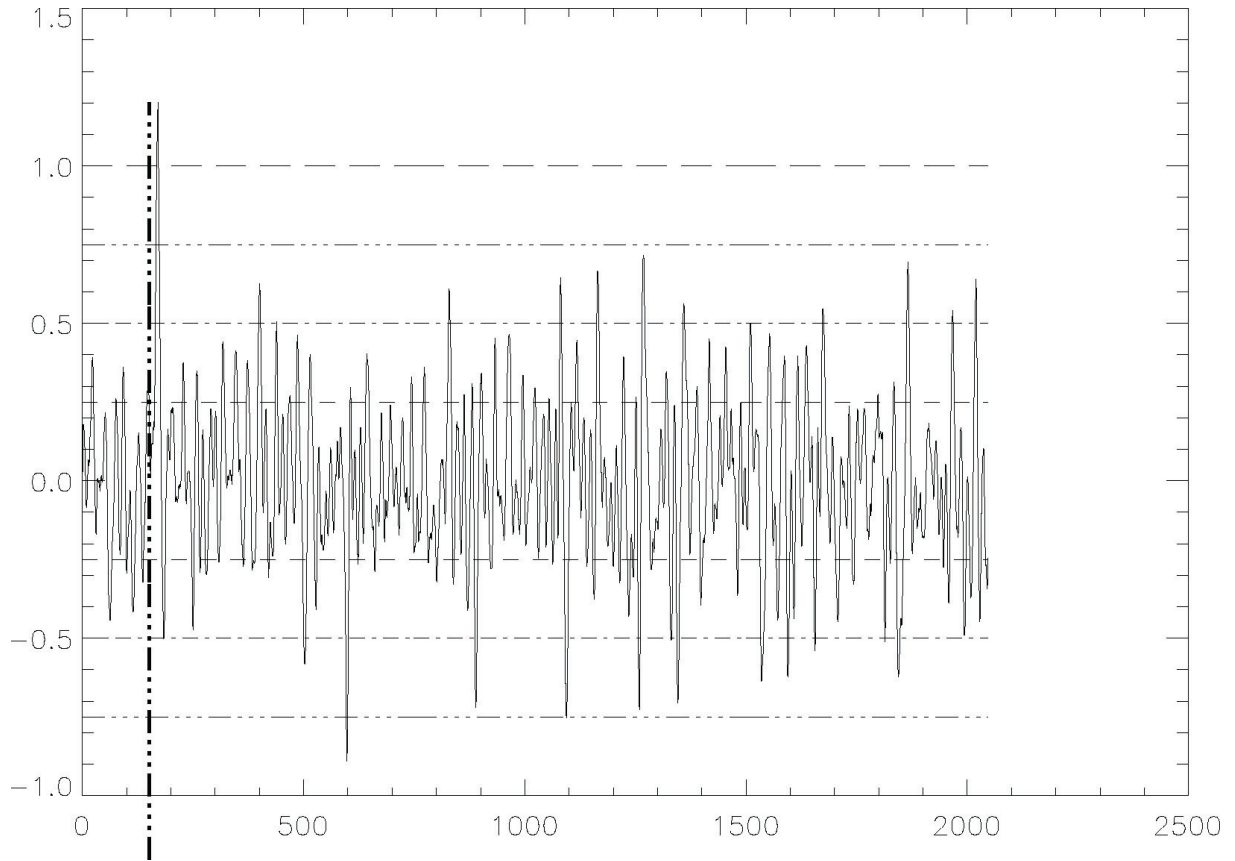


Рис. 4.8. Зависимость отношения S/N в задаче детектирования космической струны от номера пиксела на экваториальном кольце. Вдоль вертикальной прямой – значение амплитуды гармоники C_{01} . Положение струны на модельной карте в этом скане обозначено пунктирной вертикальной прямой линией.

На Рис. (4.11) показана модельная карта, представляющая собой распределение амплитуды гармоники C_{01} по уровню выше, чем 3σ . Четко видно определенное алгоритмом положение струны, которое совпадает с положением заданной струны.

Важна адаптация полученных результатов для разрешений, используемых на реальных картах WMAP по анизотропии CMBR.

В Таблице (4.8) представлены статистические данные тестирования карты, полученной сложением 100 модельных карт, и обработанной с помощью свертки с функцией Хаара, для различных разрешений ($N_{side} = 32, N_{side} = 64$). Входные данные моделирования: несглаженная деградированная карта. Выходные данные моделирования: карта амплитуд функции Хаара ($S/N = 1$, радиус диска Хаара $r = 3^\circ$). Как было указано выше, наблюдается улучшение средних характеристик.

Таблица 4.8. Тестирование 100 модельных карт

модельные карты Nside (1)	до свертки с функцией Хаара 32 (2)	до свертки с функцией Хаара 64 (3)	после свертки с функцией Хаара 32 (4)	после свертки с функцией Хаара 64 (5)
Среднее [μK]	21.8143	21.6650	19.3564	19.5950
Дисперсия [μK^2]	230.7305	171.8349	301.8162	237.6157
Скос (skewness)	0.4977	0.6024	0.4059	0.2744
Эксцесс (kurtosis)	0.4211	0.2034	-0.4581	-0.5081
Стандартное отклонение σ [μK]	15.1846	13.1076	17.3672	15.4135

Статистика сложенных 100 карт без применения фильтра (без обрезания по уровню $S/N = 1$, $N_{\text{side}} = 32$):

- Среднее [μK]: -0.0002
- Дисперсия [μK^2]: 3710.5130
- Скос (skewness): 0.0015293464
- Эксцесс (kurtosis): -0.048256960
- Стандартное отклонение σ [μK]: 60.826609

Рассмотрим вращения вокруг линии разреза круга. Сложение 100 карт с разрешением $N_{\text{side}} = 32$ применено для каждого поворота с некоторым угловым интервалом. Каждый поворот соответствует определенной величине гармоник Хаара. Далее карты сглаживались с $FWHM = 240'$, $S/N = 1$. Соответствующая статистика:

- Среднее [μK]: 15.730027
- Дисперсия [μK^2]: 695.79589
- Скос (skewness): 1.5893394
- Эксцесс (kurtosis): 2.0123495
- Стандартное отклонение σ [μK]: 26.260775

Выбор максимумов и фиксация отношения сигнала к шуму приводит к смещению среднего значения. Однако усреднение по всем направлениям после применения свертки с функцией Хаара приводит к тому, что ожидаемое значение среднего стремиться к нулю.

Рассмотрим чувствительность статистических характеристик обрабатываемых карт к изменению радиуса круга (в котором производится свертка с функцией Хаара), а также отношения сигнала (проявление анизотропии на струне) к шуму (адиабатические возмущения).

Усреднение по 200 картам с разрешением, соответствующим $N_{side} = 32$ и $FWHM = 240'$ для различных значений радиуса круга Хаара и для различных отношений сигнала к шуму представлено в Таблицах (4.9) – (4.11).

Таблица 4.9. Тестирование 200 модельных карт. $S/N = 1$

г (1)	3 (2)	4 (3)	5 (4)
Среднее [μK]	11.8683	12.0479	12.4161
Дисперсия [μK^2]	139.1781	112.1675	114.1691
Скос (skewness)	0.5896	0.4230	0.3777
Эксцесс (kurtosis)	-0.0352	-0.4301	-0.5199
Стандартное отклонение σ [μK]	11.7805	10.5848	10.6787

Таблица 4.10. Тестирование 200 модельных карт. $S/N = 2$

г (1)	3 (2)	4 (3)	5 (4)
Среднее [μK]	6.3197	7.0880	7.4478
Дисперсия [μK^2]	150.8037	137.8692	143.1288
Скос (skewness)	1.6495	1.2502	1.1728
Эксцесс (kurtosis)	1.4697	0.1147	-0.1146
Стандартное отклонение σ [μK]	12.2679	11.7363	11.9577

Таблица 4.11. Тестирование 200 модельных карт. $S/N = 3$

r (1)	3 (2)	4 (3)	5 (4)
Среднее [μK]	2.2009	2.6296	2.7956
Дисперсия [μK^2]	81.3818	81.5065	86.0607
Скос (skewness)	4.0038	3.2514	3.1162
Эксцесс (kurtosis)	14.8860	9.0783	8.1488
Стандартное отклонение σ [μK]	9.0087	9.0235	9.2717

4.4 Поиск струн в реальных картах

В качестве основного метода поиска космических струн в радио обзорах был применен метод составления карт, которые являются сверткой обычных карт, полученных в радио диапазоне с гармоникой Хаара C_{01} (см. Приложение А и обсуждение моделирования выше). Такая гармоника является наиболее чувствительной к появлению разрыва в данных радио обзоров.

Согласно описанному выше алгоритмы, строится карта данных с количеством пикселей равным количеству пикселей оригинальной радио карты. Для этой карты вычислялись основные статистические характеристики: среднее, стандартное отклонение, третий и четвертый моменты. Стандартное отклонение определяет шум, который есть на карте. После этого проводятся процедуры компьютерного моделирования космических струн и их обнаружения.

4.4.1 Кандидаты в космические струны

На реальных картах WMAP7, обработанных с помощью модифицированной функции Хаара, найдены протяженные одномерные структуры - кандидаты в космические струны. В Таблице (4.12) показаны номера этих объектов и их галактические координаты.

Таблица 4.12. Длинные одномерные объекты на картах WMAP

Номер точки	Галактическая долгота, $^{\circ}$	Галактическая широта, $^{\circ}$
1	172.45	4.47
2	176.82	17.59
3	117.12	-2.60
4	118.17	10.07

Таблица 4.12– (продолжение)

Номер точки	Галактическая долгота, °	Галактическая широта, °
5	53.37	−10.81
6	51.02	−3.72
7	47.28	0.74
8	32.13	−0.37
9	25.75	4.47
10	25.21	13.44
11	22.41	19.87
12	17.16	26.02
13	18.55	37.50
14	41.84	−69.45
15	15.82	−58.34
16	7.86	−43.70
17	16.13	−6.70
18	16.70	10.44
19	2.45	−25.63
20	2.82	−15.32
21	324.50	21.40
22	318.37	41.19
23	321.88	11.56
24	318.65	24.47
25	298.90	−2.98
26	294.17	5.58
27	292.95	12.31
28	226.95	−23.31
29	221.95	−17.59
30	223.10	−2.98
31	220.20	4.47
32	206.98	−15.32
33	205.72	−5.96
34	204.23	3.35

4.4.2 Проверка программы маржинального обнаружения на карте ИС эксперимента WMAP

Программа маржинального обнаружения тестировалась на примере ИС карты, созданной группой WMAP. В отличие от программ, основанных на поиске негауссовости в распределениях температуры по небесной сфере, в диссертации использовалась только программа, основанная на алгоритме

свертки.

Разложение данных с сигналом неизвестной формы (или известной формы, но неизвестного положения) по системе ортогональных функций – это стандартный метод выделения сигнала из шума. В рассматриваемом случае использовалось одно преимущество, которое заключается в специальном виде ортогональных функций, по которым ведется свертка.

Можно было бы искать разложение по обычным тригонометрическим функциям (типа $\sin \phi$, $\cos \phi$ по угловой координате диска и по некоторому набору функций ортогональных по радиусу диска (например, по полиномам Цернике, как это принято при исследовании оптических дисторсий). Однако в случае разложения по функциям любого другого вида (по угловой переменной) мощность сигнала оказывается распределенной по всем (вообще говоря) гармоникам. Так, при разложении по тригонометрическим функциям угловой анизотропии, вызванной космической струной, амплитуды всех гармоник будут отличны от нуля.

Другими словами, сигнал от космической струны будет «размазан» по всему спектру. При детектировании придется «собирать» мощность сигнала, «размазанную» по всем гармоникам, для того чтобы использовать полную мощность сигнала.

В случае вычисления спектра по функциям Хаара только одна гармоника H_{01} (индекс 0 относится к радиальной переменной, а индекс 1 к угловой переменной) не равна нулю, при вычислении анизотропии в круге, созданной космической струной (и при совпадении положений центра круга и струны). Поэтому вся мощность сигнала, созданного струной, сосредотачивается в одной гармонике. Таким образом, реализуется оптимальный маржинальный фильтр.

4.4.3 Разработка алгоритма обнаружения скачков яркости в радио обзорах всего неба на примере карты WMAP

Для детектирования струны в модельных картах "CMBR+cosmic string" был применен метод обнаружения струн, основанный на свертках карт с модифицированной функцией Хаара. Таким образом формировался фильтр, который был чувствителен к скачкам яркости на радио карте.

Функция Хаара задавалась на диске диаметром 3° и 5° и диск сдвигался «сканируя» карту. Значение свертки присваивалось пикселу, который совпадал с центром диска. Получалась новая карта – распределение амплитуды гармоник C_{01} . Вычислялась вариация по такой карте и вычислялось стандартное отклонение. Уровень шума определялся как величина стандартного отклонения. Далее производился срез карты. Это процедура

заклучалась в том, что менялось значение в каждом пикселе. Сначала выбирался уровень обнаружения сигнала. Таких уровней было три: уровень одного стандартного отклонения, уровень двух стандартных отклонений и уровень трех стандартных отклонений.

Обычно считается, что сигнал обнаружен, если уровень сигнала превышает три стандартных отклонения.

Следует упомянуть, что при использовании алгоритма поиска космических струн приходилось иметь дело только с картой ILC. Разрешение этой радио карты составляет примерно 1° , что значительно хуже, чем разрешение оригинальной карты, полученной в эксперименте WMAP. Разрешение этой карты соответствует значению параметра $N_{side} = 64$, в то время как разрешение оригинальной карты, полученной в эксперименте WMAP соответствует $N_{side} = 512$, что в 8 раз больше.

Поиск космических струн проводился на уровне одного стандартного отклонения, хотя в число кандидатов могли попасть артефакты случайного процесса на поверхности последнего рассеяния.

4.4.4 Анализ радиокарт эксперимента WMAP

Карты ILC WMAP были переведены в разрешение с $N_{side} = 64$ и обрабатывались разработанным в диссертации методом. На рисунках представлены карты положения космических струн на уровне одного стандартного отклонения (см. Рис. (4.12)), двух стандартных отклонений (см. Рис. (4.13)) и трех стандартных отклонений (см. Рис. (4.14)) для сканирующего круга с радиусом 3° . Аналогичные карты были получены для сканирования кругом с диаметром 5° . На Рис. (4.15) показана карта расположения кандидатов в космические струны, выделенные на уровне одного стандартного отклонения при сканировании кругом диаметром 5° .

Таким образом, в результате применения модифицированных функций Хаара для поиска анизотропии, генерируемой космическими струнами, к данным WMAP было показано, что не существует космических струн, которые генерируют анизотропию, выше $40\mu K$ (в то время как предыдущие исследования, основанные на поисках негауссовости в данных анизотропии CMBR, давали ограничения на амплитуду анизотропии космических струн порядка $100\mu K$), см. Рис. (4.16).

На Рис. (4.17) – (4.18) представлены результаты обнаружения космических струн на модельных картах анизотропии, содержащих струну с заданными параметрами. Струны расположены вдоль линии, соединяющей полюса.

Для дальнейшего изучения полученных кандидатов в космические струны необходимо отсеять ложные детектирования (Рис. (4.19)), а также принимая во внимание тот факт, что струны могут быть как искрив-

ленными, так и породить разрывные структуры на картах анизотропии, являющиеся сегментами единого объекта.

4.5 Современные хранилища астрономических данных и методики их использования

Развитие информационно-коммуникационных технологий в последние десятилетия породило в области баз астрономических данных совершенно парадоксальную ситуацию: с одной стороны, объем доступных в Интернете астрономических данных и число соответствующих серверов нелинейно нарастают. С другой стороны, еще быстрее нарастает доля предоставляемого при этом информационного мусора.

Определенный оптимизм внушает бурно развивающееся в последние годы создание виртуальных обсерваторий.

4.5.1 Виртуальные обсерватории и технические параметры предоставляемой ими информации

В соответствии с решением МАС от 2000 года о сохранении астрономических фотографических архивов, начались также работы по обеспечению доступа к ним, вылившиеся в создание концепции виртуальной обсерватории и появление нескольких консорциумов, реализующих эту концепцию (IVOA, US-VO, Euro-VO, RVO, vo.astronet.ru и т.д.).

4.5.2 Серверы астрономических каталогов и изображений

Долгие годы основным общепризнанным источником систематизированной информации об астрономических объектах был Страсбургский Центр звездных данных (cdsweb.u-strasbg.fr). Принятые в Центре критерии публикации каталогов обеспечили их относительно единообразное электронное представление, облегчавшее профессиональную работу. По мере развертывания больших обзорных проектов, а также накопления информации с отдельных телескопов в электронном виде, оказалось, что CDS в состоянии осуществлять только ограниченную координирующую функцию по доступу к уже действительно ставшим гигантскими объемам информации.

В процессе решения поставленной задачи оптического отождествления следов космических струн были использованы наиболее объемные в настоящее время интернет-ресурсы астрономического профиля:

- архив снимков космического телескопа HST (<http://archive.stsci.edu/>, возможно разрешение запросов через CDS, расположение изученных объектов на небесной сфере, см. Рис. (4.20)),
- данные Слоановского обзора неба (www.sdss3.org, покрытие неба, см. Рис. (4.21)),
- лионская база данных по физике галактик (<http://leda.univ-lyon1.fr/>)

4.5.3 Средства исполнения массированных запросов к серверам астрономических данных

Большинство астрономических серверов данных предоставляют достаточно удобный интерактивный интерфейс для выборки информации в одной конкретной области неба или по одному заданному объекту. Для целей поиска областей с кандидатами в космические струны хорошо реализованы пакетные запросы для UNIX-клиентов в Страсбургском центре данных в виде пакета **cdsclient**. В версии 3.6 доступны запросы к следующим объемным каталогам:

- глубоким ИК обзорам DENIS и 2MASS,
- классическим каталогам на основе Шмидтовских фотографических обзоров GSC (версий 1.1, 1.3, 2.2 & 2.3) и USNO (версий A1, A2, B1),
- компилятивному каталогу NOMAD,
- слоановским обзорам версий 3–7

и некоторым другим.

4.6 Анализ данных в оптическом диапазоне, собранных в Интернете на основе экспериментальных поисковых карт WMAP

Для наблюдений наибольший интерес представляют именно длинные космические струны: для того, чтобы космическую струну можно было бы обнаружить одновременно и в оптическом и в радиодиапазоне, ее характерная длина должна быть велика, не менее 100° . Методика поиска ориентирована на поиск именно одиночной космической струны, поскольку, как уже указывалось, таких объектов во Вселенной должно быть немного.

Согласно расчетам одновременно с помощью двух методов (оптического гравитационного линзирования и анализа анизотропии реликтового излучения) можно детектировать космические струны с диапазоном дефицита угла от десятых долей секунды до $5 \div 6$ секунд. При этом значения $\delta T/T$ меняются в пределах $1.5 \div 100 \mu\text{K}$.

Анализировались модельные карты, которые строились путем сложения карты первичной анизотропии и карты с анизотропией, вызванной космической струной. Такая модельная карта использовалась для поиска космической струны.

Анализовалась первоначально модельная карта по значению уровня 1σ и радиусом диска в 5° . 1σ в данном случае составлял $11 \mu\text{K}$ (см. Рис. (4.15)). Путем глазомерной оценки были выделены области, где модельные струны выстраивались в более-менее вытянутую линию. На Рис. (4.15) было отмечено 12 кандидатов.

Далее был начат анализ этих выбранных участков. Из Рис. (4.15) очень хорошо видно, что практически все кандидаты расположены вблизи Галактической плоскости. Первоначальный анализ выбранных площадок показал следующее:

1. Изображения Слоановского обзора неба, Sloan Digital Sky Survey (SDSS). К настоящему времени обзор охватывает около 35% всего неба в пяти фотометрических фильтрах с предельной звездной величиной от 20.5 до 22.2^m , являясь, таким образом, практически основным источником астрономических изображений. Последний релиз – The Eighth SDSS Data Release (DR8) – содержит данные по 500 миллионам звезд, галактик и квазаров, около 2 миллионов спектров. К сожалению, разрешение карт обзора не достаточно, чтобы можно было на них увидеть напрямую требуемые пары объектов (для которых угловое расстояние должно быть не более 5–6 угловых секунд). И самое главное — весь банк изображений охватывают северный и южный полюса Галактики, избегая, таким образом, достаточно широкую полосу плоскости Галактики (см. Рис. (4.21)). Это вызвано очевидными причинами: поглощения света от далеких источников газом и пылью диска Галактики.
2. Изображения, полученные HST. Архив доступен, в частности, в базе астрономических изображений в Страсбургском центре астрономических данных, а также в базе MAST (The Multimission Archive at STScI) – <http://archive.stsci.edu/index.html>. Более 100 000 наблюдений более чем 20 000 объектов, полученных с помощью этого телескопа, доступны в этом архиве. На Рис. (4.20) показано покрытие небесной сферы. Очень хорошо видно, что внегалактические источники расположены на большом расстоянии от плоскости Галактики. При этом

площадки, наблюдаемые телескопом, достаточно детерминированы: проводятся наблюдения заранее выбранных объектов и площадки вокруг них.

Согласно разработанным теоретическим моделям, в результате линзирования на космической струне происходит образование двойного изображения удаленного внегалактического объекта. Причем, оба изображения должны быть идентичными, как по размерам, так и фотометрически – в разных фотометрических фильтрах они должны иметь соизмеримые потоки.

В случае длинной струны возможно образование цепочки двойных источников, если струна будет пересекать по лучу зрения несколько галактик или их скопление.

Реальная картина может быть искажена: струна может не быть прямой, а иметь изгиб. Вероятность того, что сразу несколько галактик, которые будут линзированы одной струной, можно увидеть на одном изображении (обычно составляющем несколько минут) – очень мала. Если же струна находится перед скоплением галактик, то получаемые изображения могут искажаться приливными силами внутри скопления, которые непосредственно наблюдать сложно, но которые сильно усложнят картину.

Далее, надо помнить об ориентации струны, получаемой из моделирования. Наблюдаемые двойные изображения, их ось, должна быть перпендикулярна направлению струны. Поэтому, скорее всего, должны отбрасываться те двойные источники, ориентация которых заведомо отличается от выбранной.

Исходя из всего этого, было проведено пробное исследование области, отмеченной в диссертации как «струна» между точками 14-15-16 Таблицы (4.12) (аргумент – она наиболее удалена от галактической плоскости, и поэтому должны быть изображения как в SDSS, так и HST). Просматривались изображения с помощью Aladin sky atlas – <http://aladin.u-strasbg.fr/aladin.gml> [162]. С его помощью можно выводить на экран все имеющиеся в базе изображения выбранной области, а также отождествлять объекты во всех каталогах, имеющихся в базе Страсбургского центра астрономических данных.

Как уже указывалось выше, сразу попасть в области, где были бы подходящие изображения SDSS и HST, было проблематично. Приняв условие, что наличие изображения HST все же первично, решено было первоначально ограничиться просмотром изображений DSS и уже далее – последующим просмотром имеющихся архивных изображений HST.

Сразу надо сказать, что ожидаемого вида двойных или цепочки двойных источников не наблюдалось ни в одном из просмотренных полей. Надежда на наличие хорошего качества доступных архивных изображе-

ний HST была поколеблена следующим примером. Архивные изображения MAST – F555W, были получены камерой WFPC2, дата – 1995-09-18, в промежутки времени: '20:06:17', '20:20:17' и '20:34:17' (UT) То, что получилось, можно посмотреть на Рис. (4.22), (4.23), (4.24) – это одна и та же область с галактическими координатами (027.41295, –65.30355). Хорошо видно, что изучая только одно изображение из трех, можно очень легко прийти к ложному выводу о наличии «интересного» объекта.

Далее было проведено сравнение первоначальной карты WMAP с картами положения космических струн на уровне 1σ и 2σ для сканирующего круга с радиусом 3° (Рис. (4.13) и (4.14)). Очень хорошо видно, что количество и размер струн резко падает с увеличением стандартного отклонения. И происходит их концентрация к плоскости Галактики. Что, несомненно, еще больше затрудняет поиск объектов. С другой стороны, это может означать недостаточно корректное «вычитание» Галактики на используемых картах WMAP. Грубо говоря, Галактику «вычли», а большая флуктуация, бывшая чисто статистической и незначимой на большом фоне, осталась и стала значимой.

Таким образом, предварительный анализ возможности обнаружения космических струн в оптических обзорах приводит к выводу, что прямые визуальные просмотры перспективных полей на основе только вычисленных координат из моделирования карт WMAP, скорее всего, не дадут результата.

Возможные следующие этапы исследования:

1. Предварительный анализ, проведенный по картам WMAP, обязателен. Он указывает на возможные места поиска космических струн.
2. Провести автоматизированный анализ пересечений выбранных областей с областями в SDSS и HST.
3. В полученных областях SDSS сделать пробный автоматизированный поиск двойных источников с расстояниями между компонентами в $1 - 5''$.
4. Полученный массив данных уже в индивидуальном порядке просматривать визуально.
5. Просмотр областей, пересекающихся с областями, наблюдавшимися HST.

4.7 Поиск оптических проявлений космических струн в оптических обзорах. Составление предложения для проведения наблюдательных кампаний на оптических наземных телескопах

Космические струны, если они находятся внутри видимой части Вселенной, должны наблюдаться на большом удалении от нас. Поэтому, проявление эффекта линзирования космическими следует ожидать в изображениях как можно более удаленных объектов. Проявления эти могут быть двух видов:

1. Цепочки двойных изображений галактик ("новый Млечный путь"), расположенных так, что линия, соединяющая два изображения, перпендикулярна космической струне.
2. Острые срезы на изображениях одиночных разрешенных галактик.

На основании результатов поиска кандидатов в космические струны в радиодиапазоне были определены возможные области на небесной сфере для поиска оптических проявлений космических струн. Из доступных оптических данных оптимальными оказались данные наблюдений на HST, которые были использованы для поиска струн. Кроме того, были проанализированы существующие каталоги галактик, которые дают материал по методам анализа астрономических изображений на предмет поиска двойственности.

4.7.1 Статистика двойственности в обзорах галактик

Наиболее полная на сегодняшний день база данных по галактикам – NASA Extragalactic Database (NED) – содержит сведения о 2,131,821 внегалактических объектах ярче 19 величины. Из них 1256 идентифицированы, как гравитационные линзы. Исследованные области небесной сферы – это как правило скопления галактик, и они находятся вне участков, в которых исследование радиокарт позволяет предположить наличие струн. Поэтому непосредственный поиск по существующим каталогам галактик пока обречен на неудачу. Ситуация изменится с появлением более глубоких обзоров.

Статистика двойных галактик неудовлетворительна. Галактик без следов взаимодействия, которые также могут оказаться линзами, выявлено несколько десятков. На основе вышесказанного можно сделать вывод, что появление двойных изображений галактик несколько более вероятно в случае линзирования, чем при случайной проекции.

4.7.2 Рекомендации по наблюдению космических струн на наземных оптических телескопах

В основу методики поиска, наряду с уже упомянутыми соображениями о двойственности, следует положить имеющийся колоссальный опыт по поиску гравитационных линз в экспериментах OGLE и MACHO, сделав поправку на иную физическую природу наблюдаемых объектов. Так, основным критерием будет являться не только малое взаимное расстояние, но и фотометрическая идентичность.

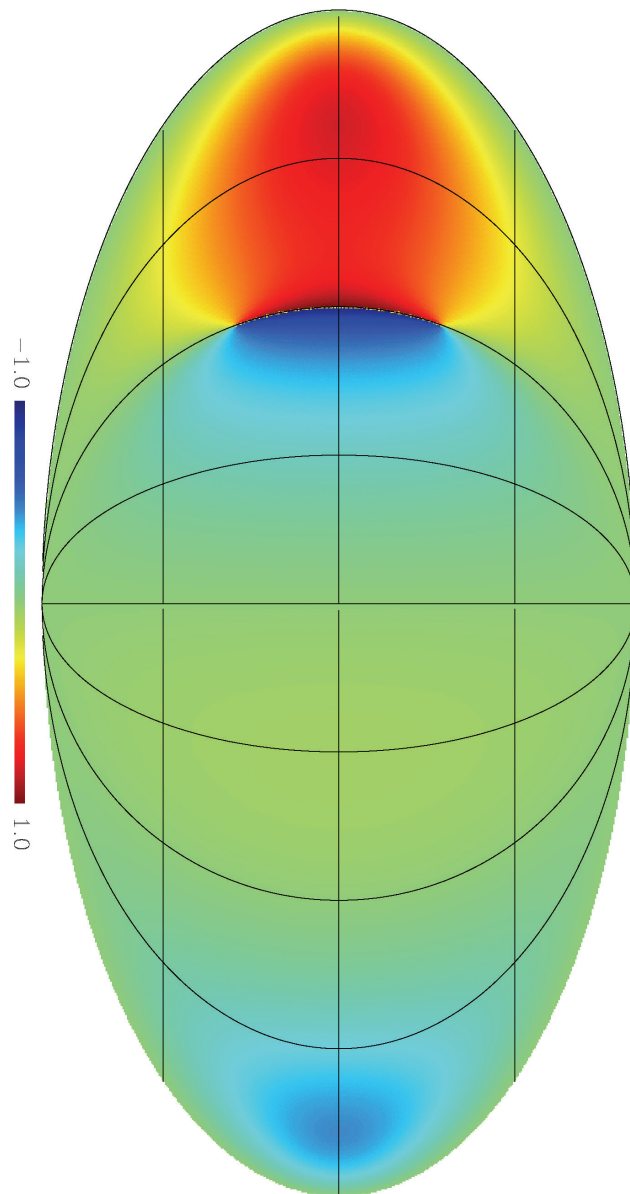


Рис. 4.9. *Распределение температуры по небесной сфере, созданное движущейся космической струной.*

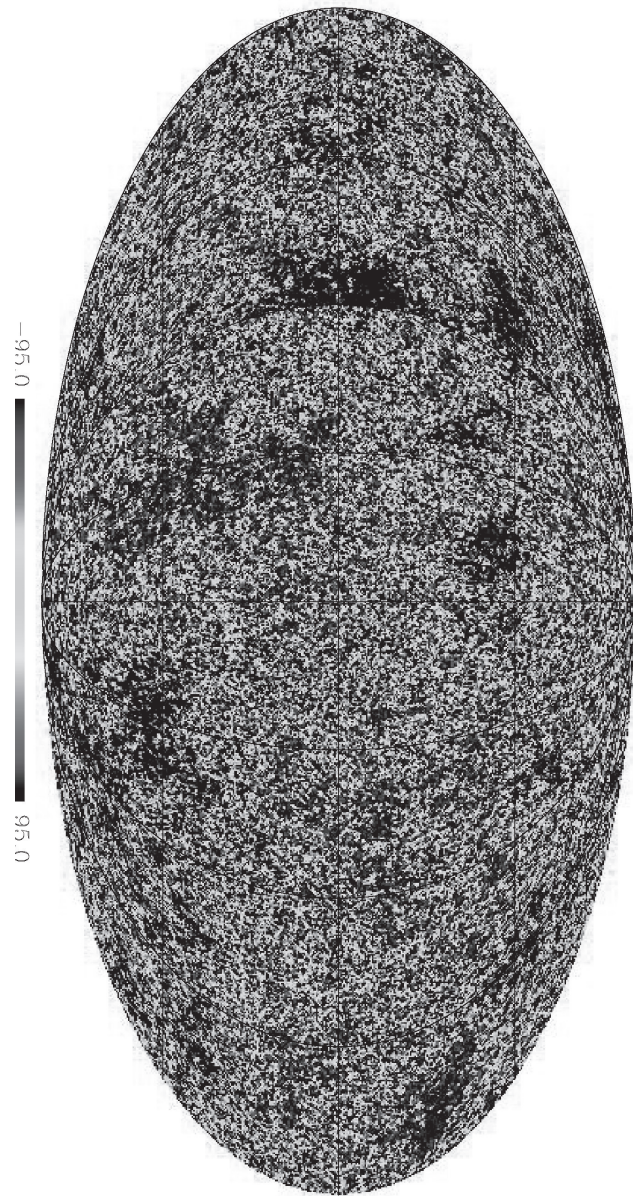


Рис. 4.10. Сумма распределений температуры от космической струны и от поверхности последнего рассеяния.

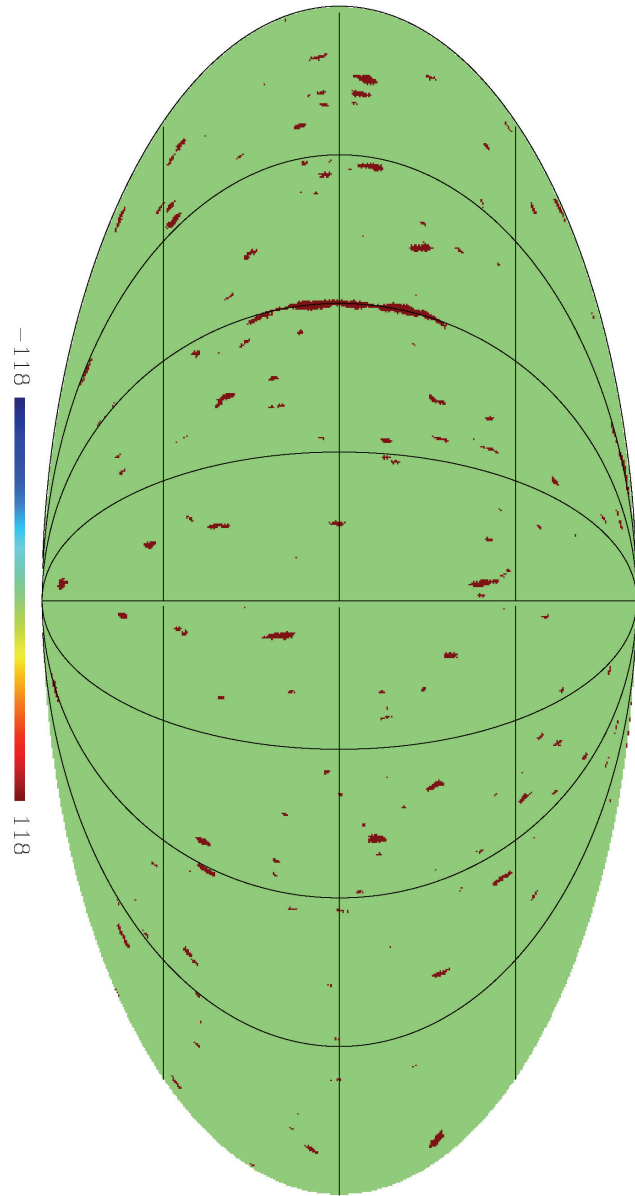


Рис. 4.11. Положение модельной космической струны, обнаруженной методом модифицированной функции Хаара.

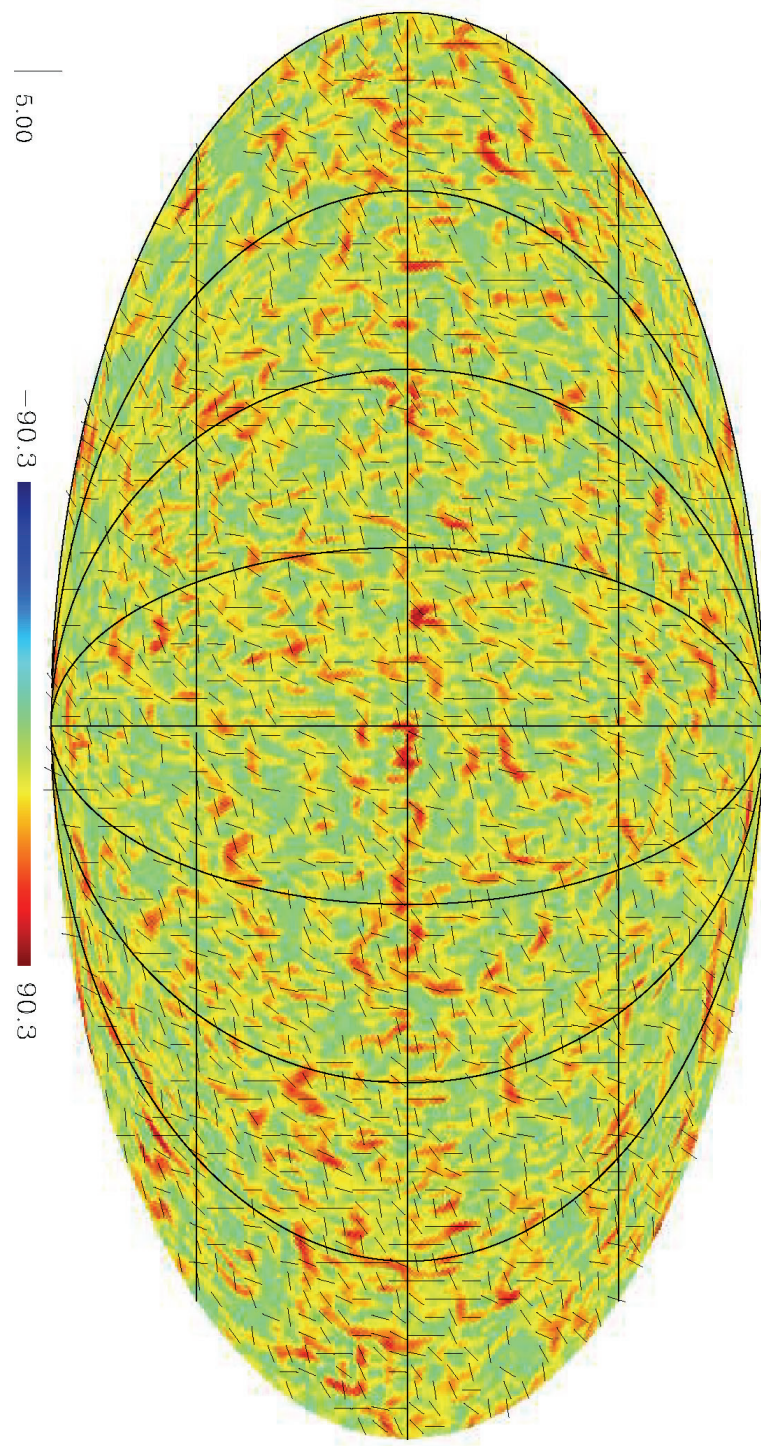


Рис. 4.12. Космические струны, выделяемые по уровню 1σ для сканирующего круга радиусом 3° .

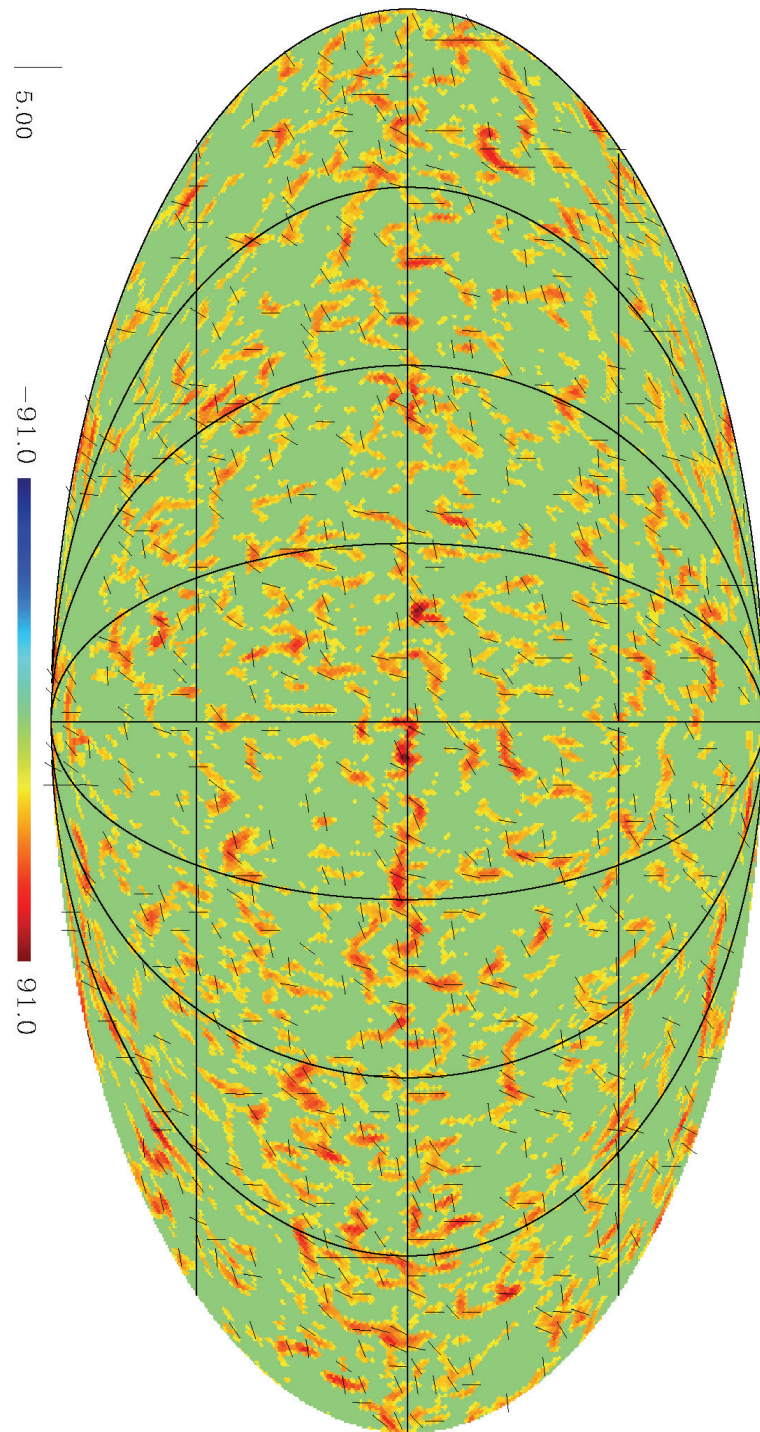


Рис. 4.13. Космические струны, выделяемые по уровню 2σ для сканирующего круга радиусом 3° .

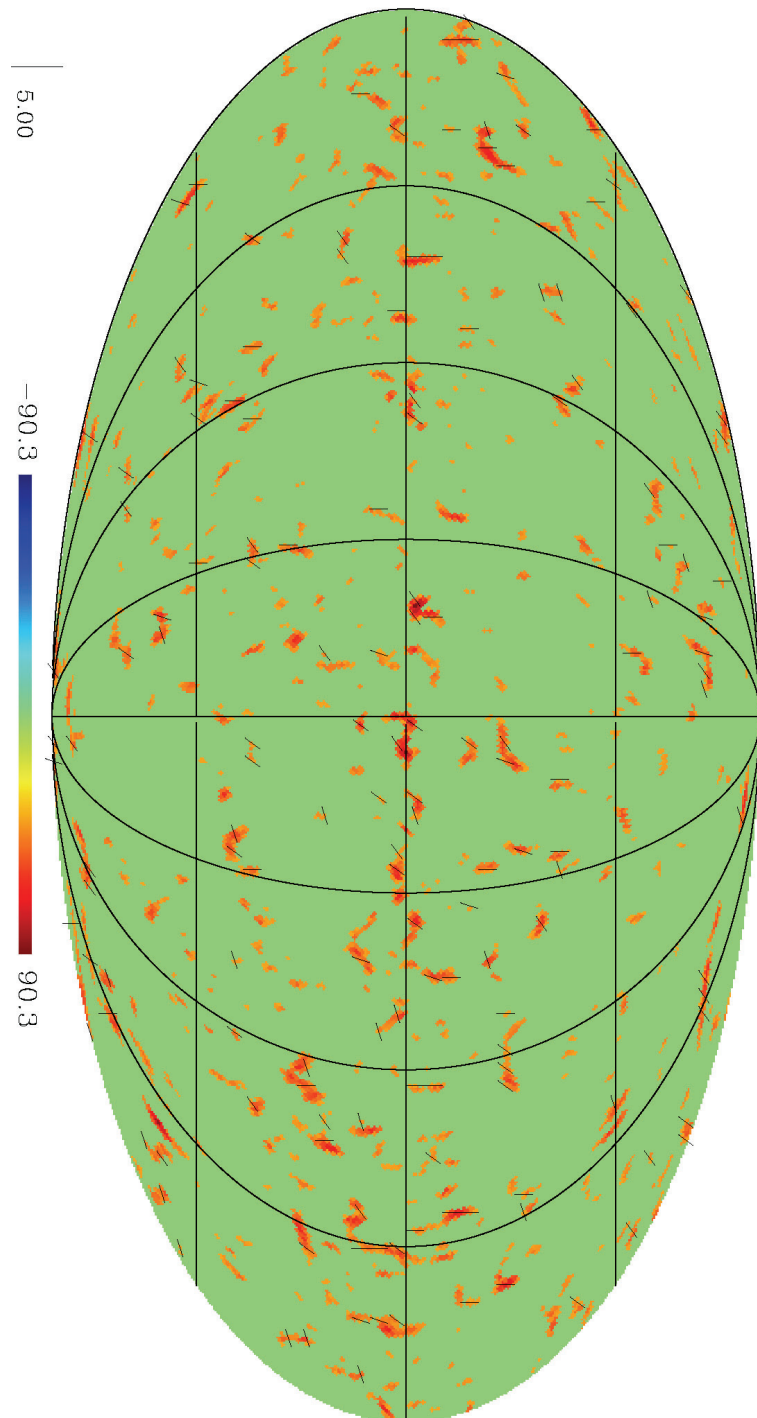


Рис. 4.14. Космические струны, выделяемые по уровню 3σ для сканирующего круга радиусом 3° .

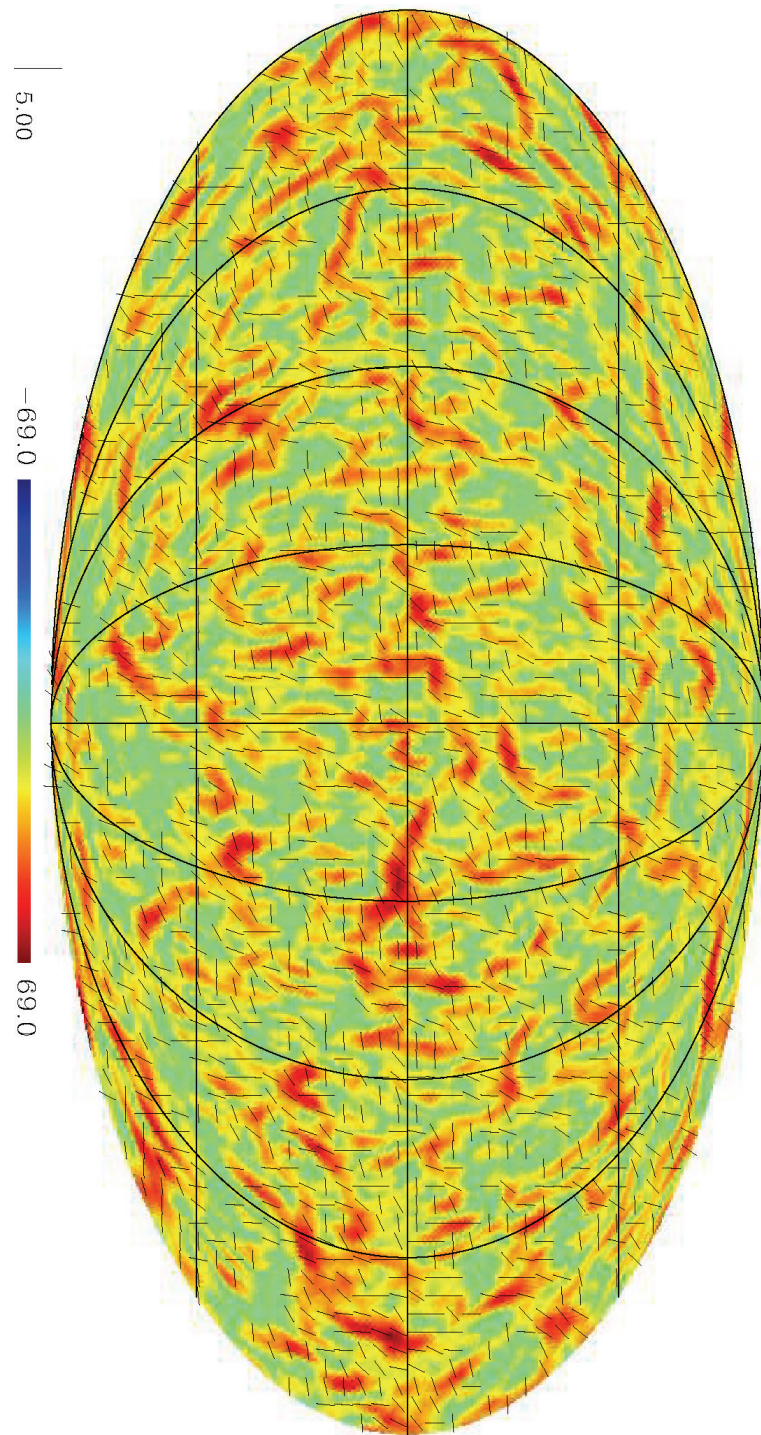


Рис. 4.15. Космические струны, выделяемые по уровню 1σ для сканирующего круга радиусом 5° .

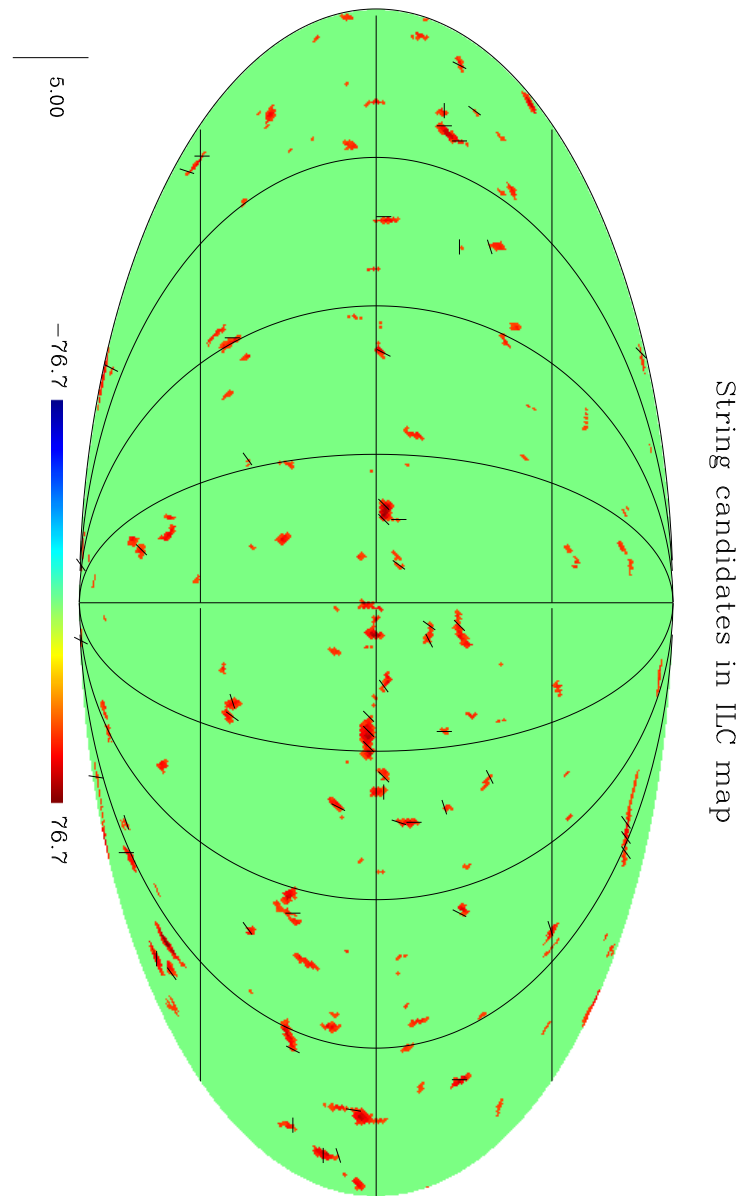


Рис. 4.16. Обработка реальной карты *ILC WMAP* с помощью модифицированных функций Хаара. Ниже уровня 4σ значения температуры в пикселах приравнялось нулю. Видно отсутствие структур на уровне, соответствующем амплитудам космических струн выше $40\mu\text{K}$.

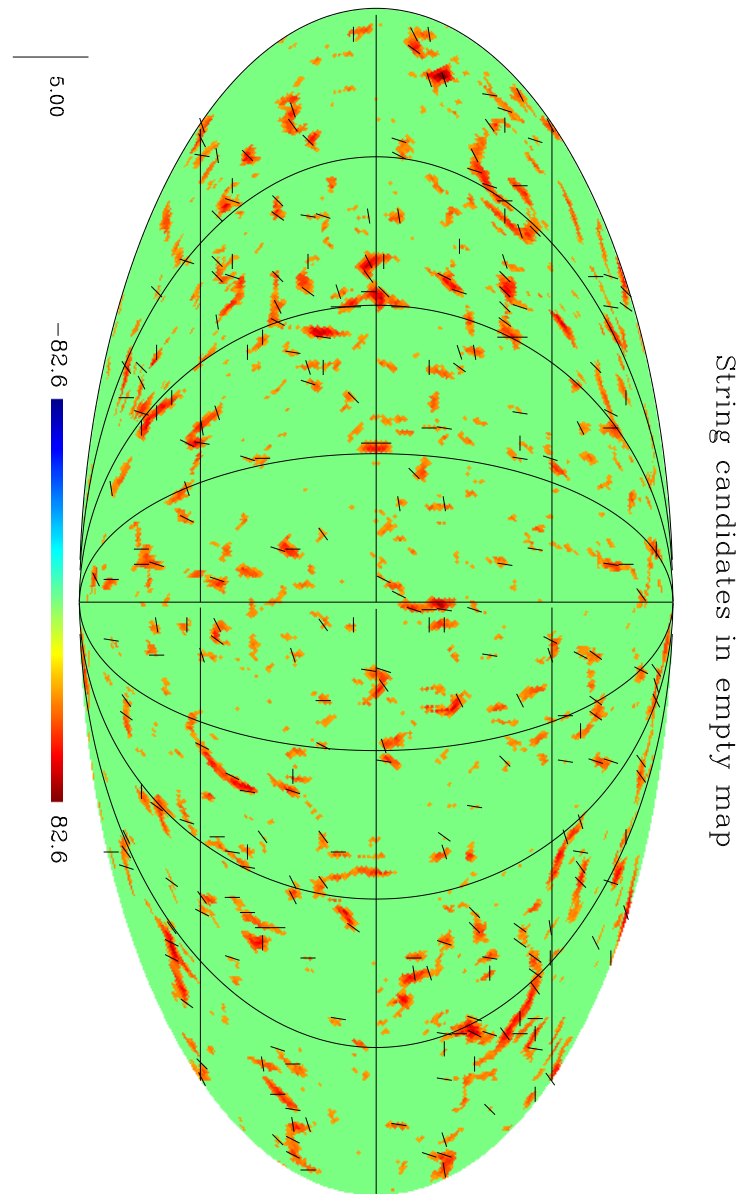


Рис. 4.17. Положение космической струны с амплитудой $30\mu K$ на фоне модели адиабатических флуктуаций температуры ($100\mu K$), обнаруженной путем применения алгоритма свертки с модифицированными функциями Хаара. Струна расположена в центре, перпендикулярно экваториальной плоскости. Струна регистрируется на уровне не ниже 3σ .

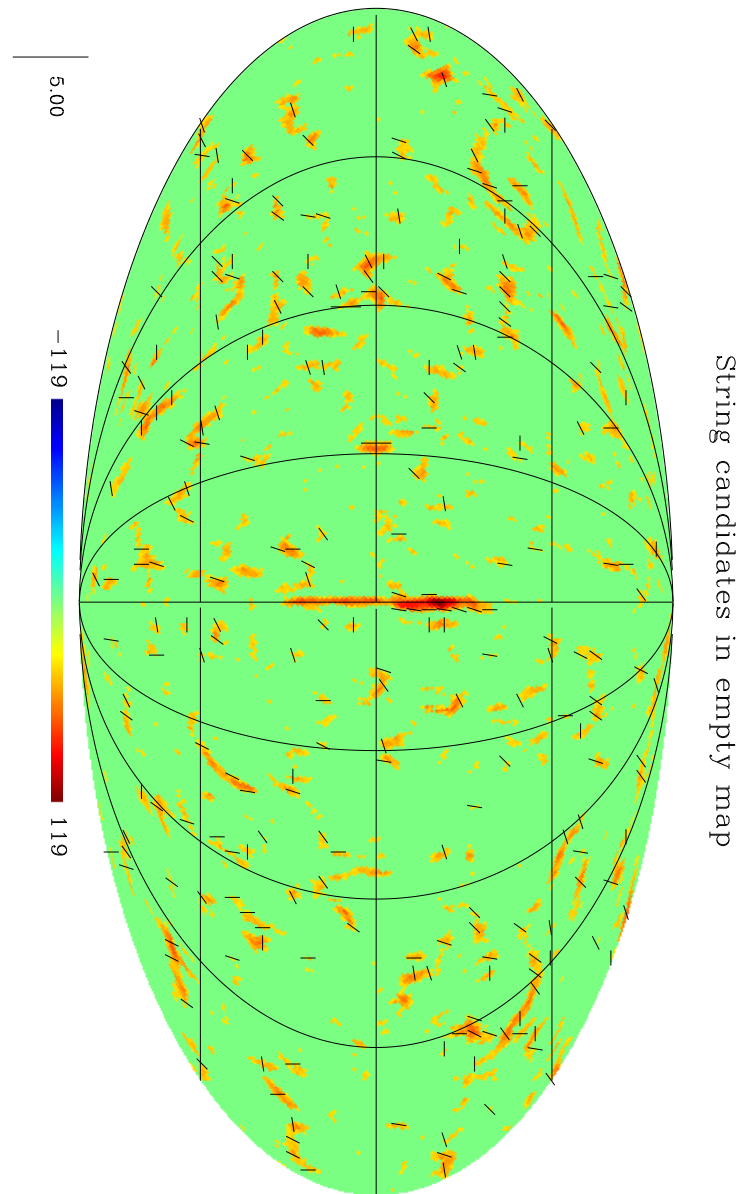


Рис. 4.18. Положение космической струны с амплитудой $100\mu K$ на фоне модели адиабатических флуктуаций температуры ($100\mu K$), обнаруженной путем применения алгоритма свертки с модифицированными функциями Хаара. Струна расположена в центре, перпендикулярно экваториальной плоскости. Струна регистрируется на уровне выше 7σ .

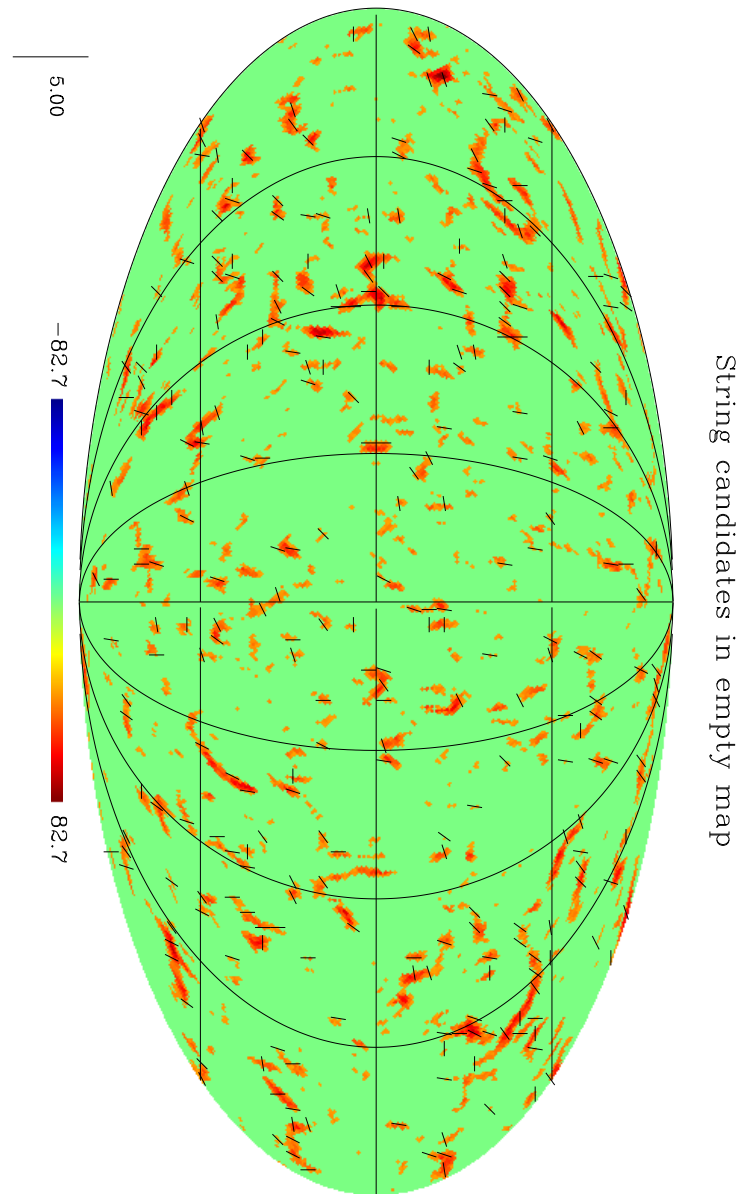


Рис. 4.19. Обработка модельной карты анизотропии, не содержащей струн. Видно наличие ложных кандидатов с амплитудами температуры порядка $30\mu K$.

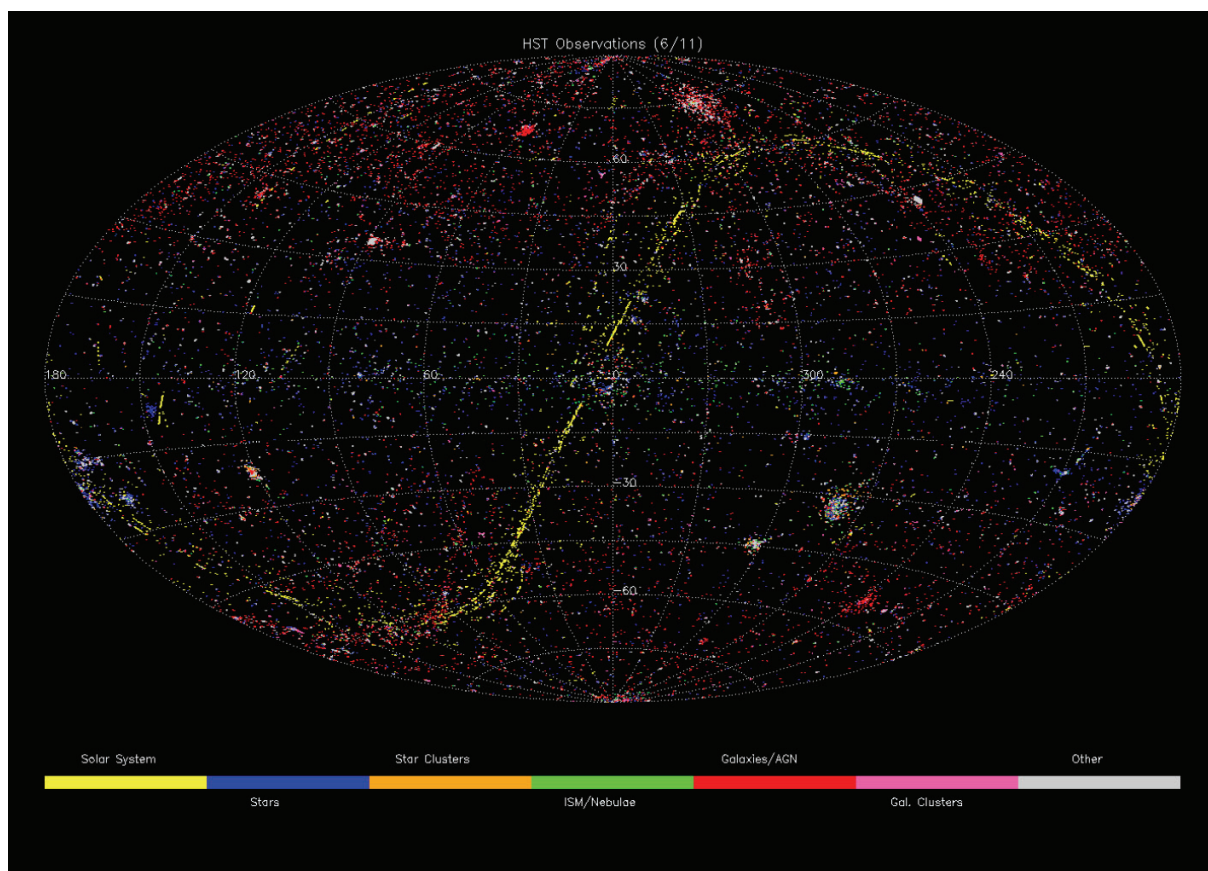


Рис. 4.20. Расположение кадров, сделанных *HST*, на небесной сфере.

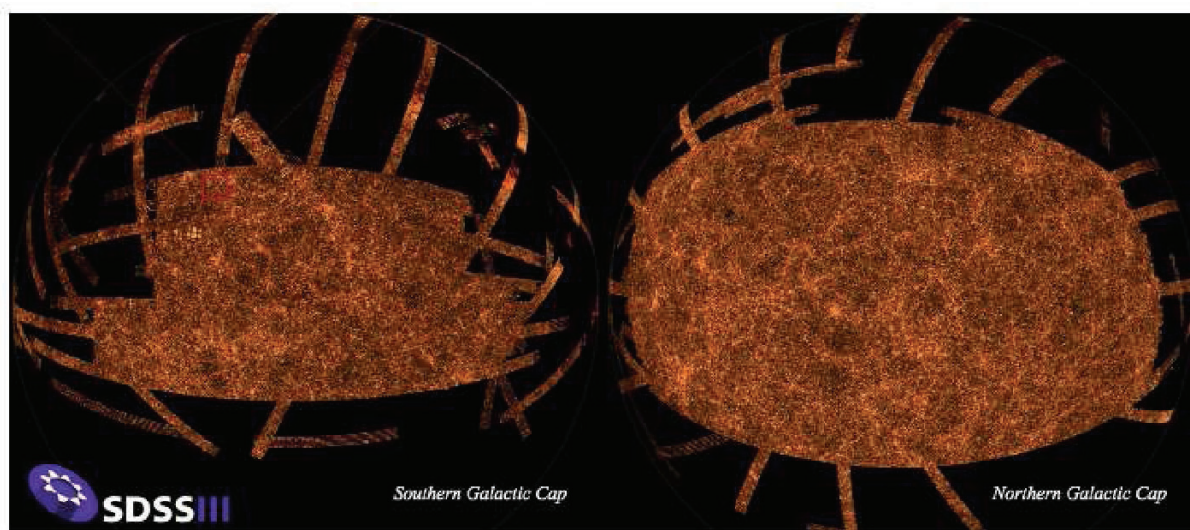


Рис. 4.21. Покрывтие неба сканами в проекте *SDSS-III*.

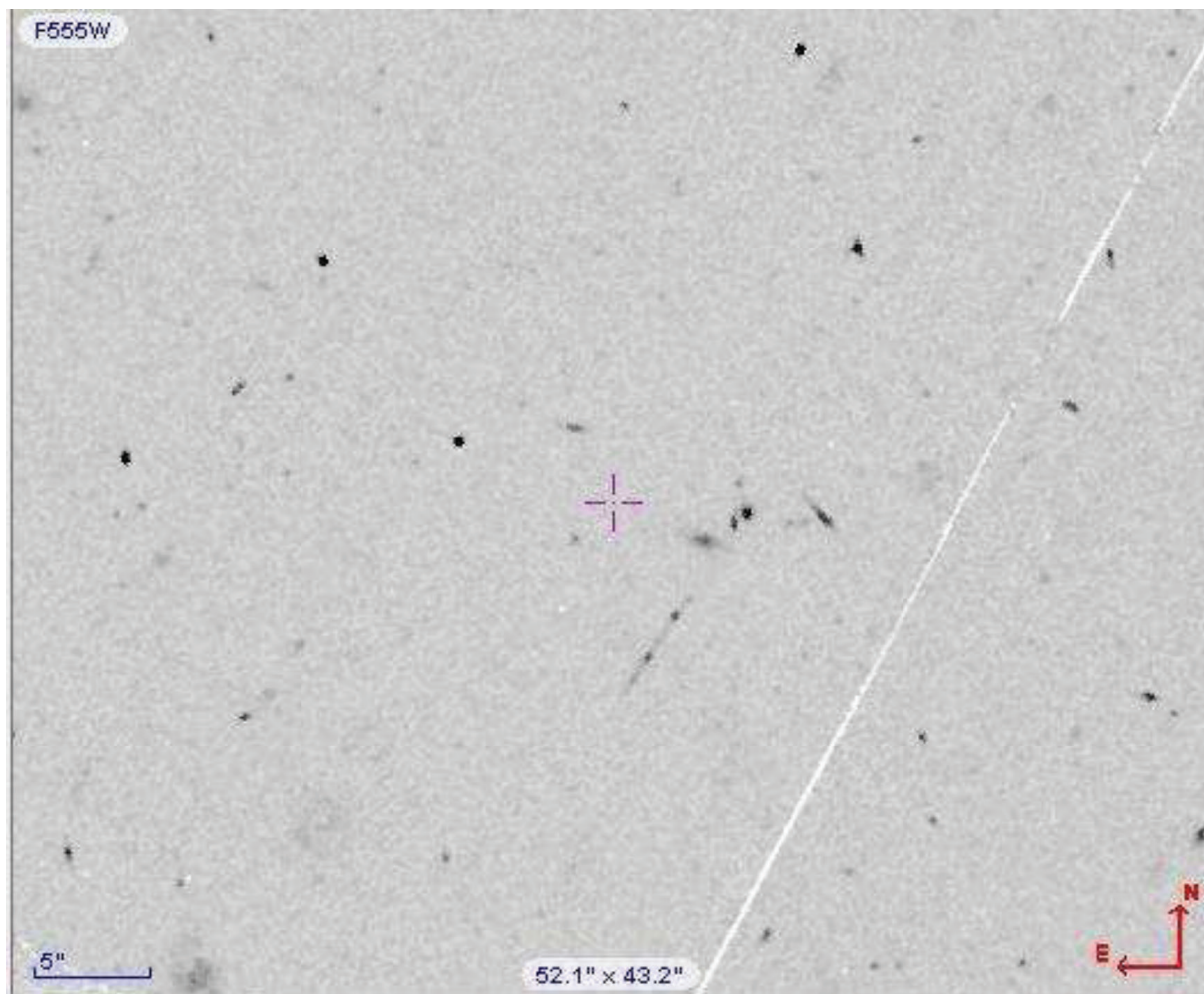


Рис. 4.22. Поле *F555W*, снятое камерой *WFPC2* 18 сентября 1995 в 20 : 06 : 17.

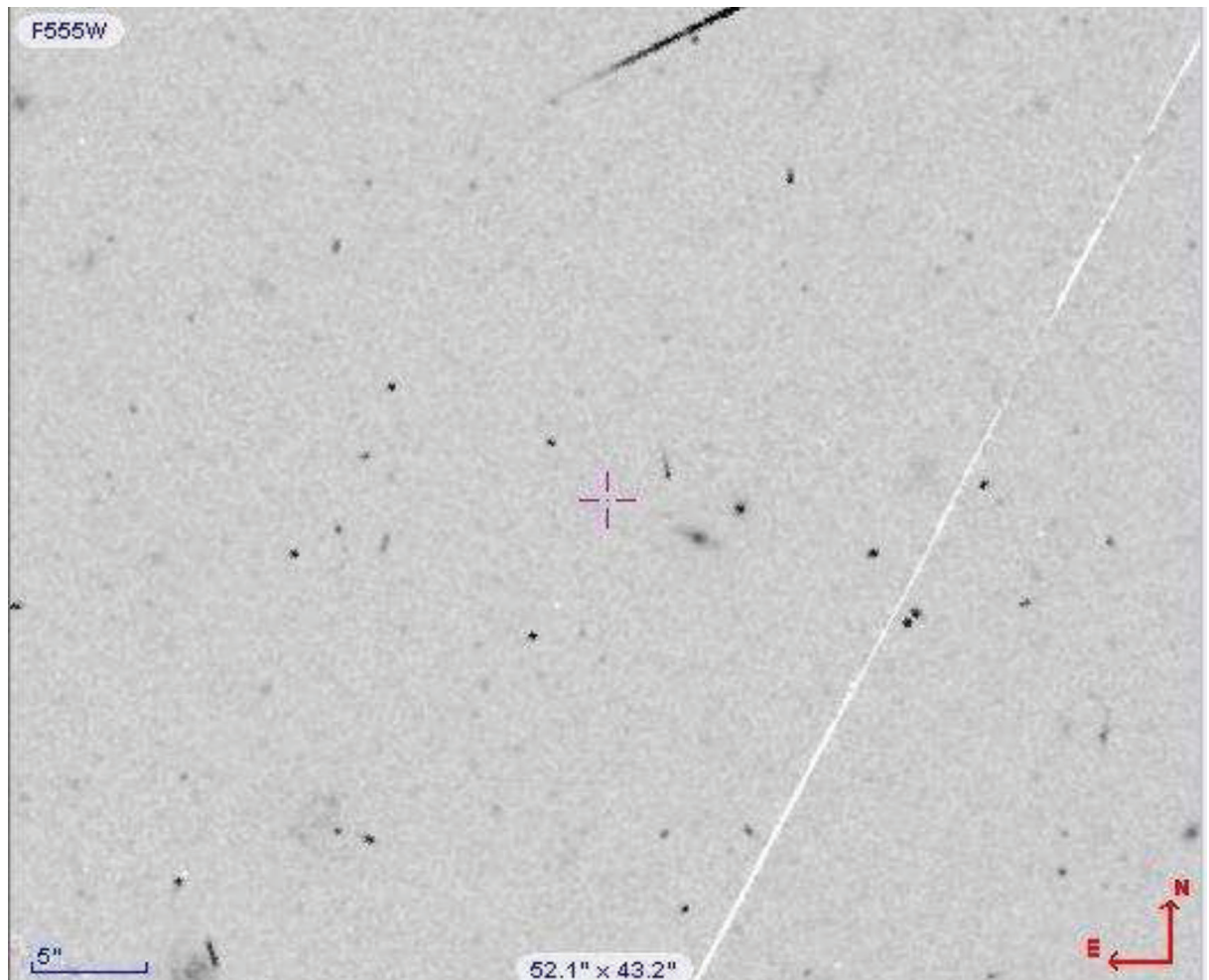


Рис. 4.23. Поле $F555W$, снятое камерой $WFPC2$ 18 сентября 1995 в 20 : 20 : 17.

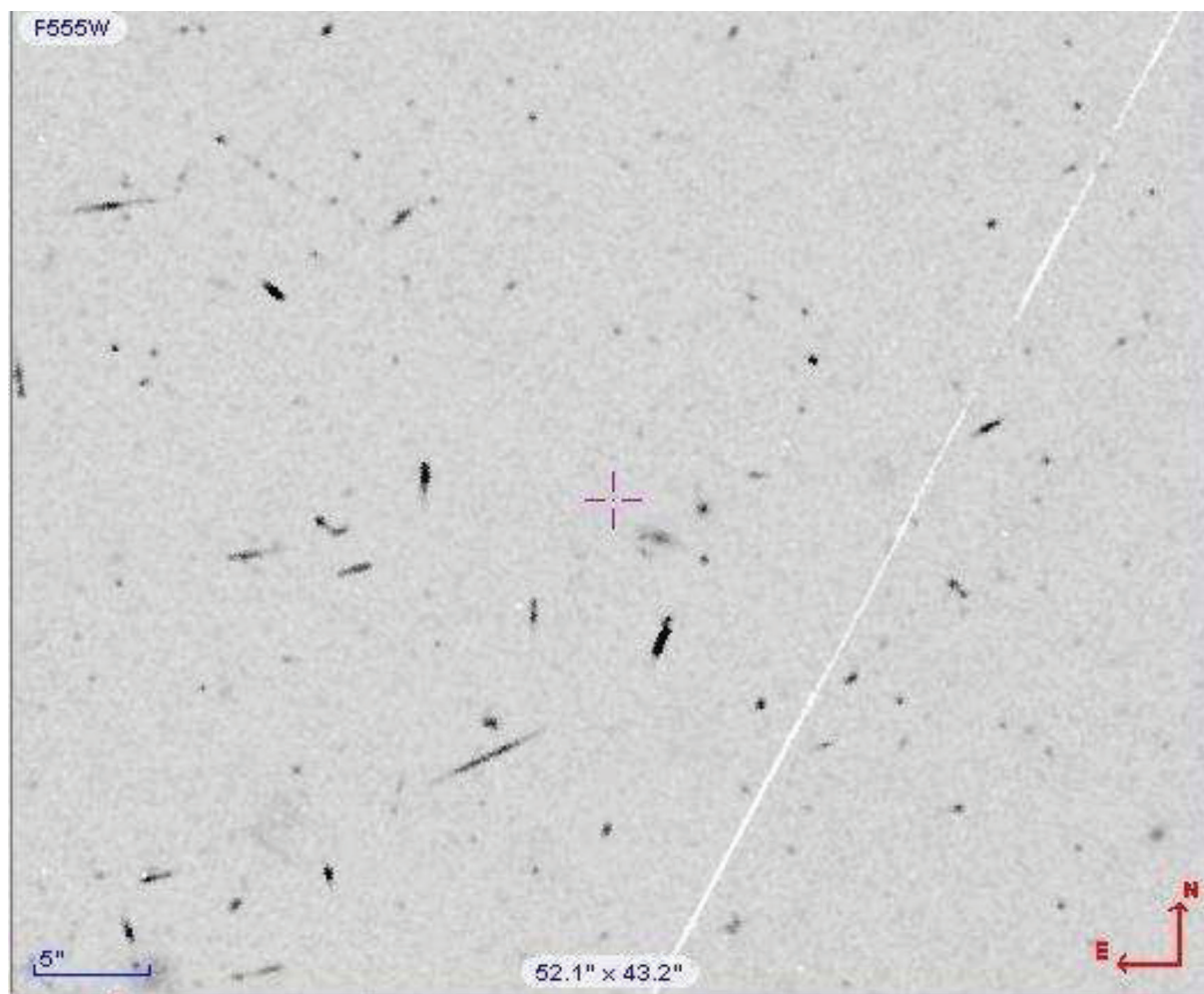


Рис. 4.24. Поле *F555W*, снятое камерой *WFPC2* 18 сентября 1995 в 20:34:17.

Глава 5

Современный статус тёмной энергии и ее влияние на эволюцию Вселенной

После открытия ускоренного расширения нашей Вселенной [164] было выдвинуто немало гипотез, призванных объяснить это явление: наличие космологической постоянной, модификация гравитации на сверхбольших масштабах и временах, наличие новых легких полей (см., например, обзоры [165], [166]), а также Вселенная, заполненная газом Чаплыгина [167]. Субстанцию, которая вызывает эффективную антигравитацию, называли тёмной энергией.

В случае, когда тёмная энергия является проявлением нового физического поля, ее можно характеризовать уравнением состояния

$$p = w\rho,$$

где параметр w отличен от -1 и, вообще говоря, зависит от времени. В простом варианте, когда в качестве тёмной энергии выступает скалярное поле с положительной энергией (квинтэссенция), параметр w удовлетворяет ограничению $w > -1$, в то время как космологической постоянной соответствует $w = -1$. Однако уравнение состояния может быть и сильно отрицательным, $w < -1$; тёмную энергию с таким уравнением состояния называют фантомной. Современные космологические наблюдения не исключают зависимость w от времени так, что при сравнительно больших красных смещениях z уравнение состояния соответствовало квинтэссенции с $w > -1$, а в более поздние эпохи – фантомной энергии с $w < -1$ [18, 19, 20, 21].

5.1 Масштабный фактор во Вселенной с тёмной энергией

Поиск наблюдательных проявлений космических струн в нашей Вселенной должен основываться на реальной космологической модели, определяемой космологическими параметрами. Динамика и эволюция космических струн, очевидно, сильно зависит от динамики и эволюции Вселенной.

Основная функция, которая характеризует глобальные свойства нашей Вселенной – масштабный фактор.

Было рассмотрено решение космологических уравнений Фридмана для масштабного фактора в модели Вселенной, содержащей тёмную энергию. Параметр уравнения состояния тёмной энергии считается произвольной постоянной, величина которой заключена в интервале $w \in [-1.5, -0.5]$, границы которого обусловлены современными наблюдательными ограничениями. Было получено точное решение для масштабного фактора как функции физического и конформного времени. Найдены приближенные решения для всего допустимого интервала конформного времени с точностью лучше 1%, что превышает точность определения глобальных параметров нашей Вселенной (Ω_Λ, Ω_m). Таким образом, впервые было получено точное решение для масштабного фактора, единое для описания эволюции Вселенной начиная с эпохи доминирования материи до бесконечно удаленного будущего.

Масштабный фактор однозначно характеризует динамику Вселенной. Для многих задач – например, для исследования космологических возмущений любых типов, в том числе, гравитационных волн, а также для исследования анизотропии реликтового излучения, которую генерируют движущиеся космические струны, – необходимо иметь точное решение для масштабного фактора как функции физического и конформного времени. Получению точного решения для масштабного фактора и исследованию приближенных решений посвящена эта часть работы.

Состав нашей Вселенной характеризуется параметрами плотности различных компонент: Ω_m, Ω_Λ – плотности нерелятивистской материи и плотности тёмной энергии соответственно [1]. Кроме этих двух компонент вещества, заполняющего нашу Вселенную, существует еще несколько, вклад которых в плотность нашей Вселенной меньше 1% (на стадии после рекомбинации) и всюду в работе он считается пренебрежимо малым. Другими словами, в диссертационной работе впервые построено единое аналитическое решение для масштабного фактора для всех эпох эволюции Вселенной, начиная с момента доминирования материи.

Выпишем точное решение для масштабного фактора в стандартной космологической модели – Λ CDM. Точное решение для масштабного фактора

как функции физического времени было приведено в книге [169].

Решение для масштабного фактора приводится как функция физического времени, так и функция конформного времени. При этом рассчитываются интервалы определения времени физического и конформного, а также вычисляются несколько характерных моментов времени (эпох), которые являются критическими в описании эволюции Вселенной: момент перехода от стадии доминирования излучения к стадии доминирования вещества, момент смены замедленного расширения Вселенной на ускоренное расширение, современный момент времени, момент бесконечного будущего.

Далее рассматривается приближенное значение масштабного фактора в ранней Вселенной и на поздней стадии, когда доминирует Λ -член. Приводим также оценки ошибок приближения.

В следующем параграфе получено точное неявное решение для связи конформного времени и масштабного фактора в модели с произвольным постоянным параметром уравнения состояния $-1.5 \geq w \geq -0.5$, а также все критические моменты времени для такого решения. Приводятся также полезные для практического применения формулы вычисления масштабного фактора через специальные функции. На основе полученных формул обсуждается возможность оценки величины параметра тёмной энергии w как функции современных космологических параметров $\Omega_\Lambda, \Omega_m, H_0$. Далее обсуждаются приближенные решения для масштабного фактора, область их применимости и свойства.

5.1.1 Точные решения для масштабного фактора в стандартной космологической модели

Прежде всего рассмотрим решение для масштабного фактора в стандартной космологической модели. Фоновое пространство-время – плоское (кривизна полагается равной 0), расширяющаяся Вселенная заполнена нерелятивистским веществом, в качестве источника ускоренного космологического расширения будет рассматриваться Λ -член ($w = -1$). Метрика стандартной модели [1]:

$$ds^2 = dt^2 - a^2(t)dx^2.$$

Масштабный фактор $a(t)$ определяется из первого уравнения Фридмана, которое можно записать в виде

$$\left(\frac{\dot{a}(t)}{a(t)}\right)^2 = H_0^2 \left[\Omega_m \left(\frac{a(t_0)}{a(t)}\right)^3 + \Omega_\Lambda \right], \quad (5.1.1)$$

где $H_0 = 71 \text{ км/с/Мпк}$ — современное значение параметра Хаббла, всюду ниже будем полагать, что $a(t_0) = a_0 = 1$ — значение масштабного фактора

в современный момент времени, а точка обозначает дифференцирование по физическому времени t . Система единиц $c = 1$. В работе используются значения параметров плотности в современный момент времени $\Omega_m = 0.27$, $\Omega_p = 0.73$. Здесь выбирается набор параметров, основанный на 7-летних наблюдениях спутника WMAP и рекомендованных к использованию. Следует сказать, что существует много других моделей и других значений глобальных космологических параметров. Однако для данного рассмотрения это отличие не является принципиальным, и пересчет основных результатов легко осуществить на любой набор глобальных космологических параметров.

После открытия ускоренного расширения нашей Вселенной Λ CDM-модель неоднократно анализировалась.

Задача заключается в поиске явного вида масштабного фактора как функции физического времени t и как функции конформного времени η .

Выведем эти уравнения и вычислим явную зависимость масштабного фактора от физического и конформного времени, а также приведем несколько часто используемых уравнений, определяющих время жизни нашей Вселенной, момент перехода от замедленного расширения к ускоренному расширению и т.п.

Первое уравнение Фридмана можно переписать в виде:

$$\frac{1}{a^2(t)} \left(\frac{da(t)}{dt} \right)^2 = H_0^2 \left[\Omega_m \frac{1}{a^3(t)} + \Omega_\Lambda \right]. \quad (5.1.2)$$

Это уравнение можно проинтегрировать и получить зависимость «время–масштабный фактор» в виде:

$$H_0 t = \frac{2}{3\sqrt{\Omega_\Lambda}} \int_0^{x_s} \frac{dx}{\sqrt{1+x^2}}. \quad (5.1.3)$$

Здесь верхний предел интегрирования зависит от масштабного фактора:

$$x_s = \sqrt{\frac{\Omega_\Lambda}{\Omega_m}} a^{3/2}.$$

Полный возраст нашей Вселенной можно определить из этого интеграла. Для этого надо положить $a = 1$ или $x_s = \sqrt{\frac{\Omega_\Lambda}{\Omega_m}}$. Возраст Вселенной как функция глобальных параметров есть:

$$H_0 t_0 = \frac{2}{3\sqrt{\Omega_\Lambda}} \ln \left(\frac{1 + \sqrt{\Omega_\Lambda}}{\sqrt{\Omega_m}} \right). \quad (5.1.4)$$

Интеграл (5.1.3) берется в явном виде, и решение для масштабного фактора есть [169]:

$$a(t) = \left(\frac{\Omega_m}{\Omega_\Lambda} \right)^{1/3} \left[\sinh \left(\frac{3}{2} \sqrt{\Omega_\Lambda} H_0 t \right) \right]^{2/3}. \quad (5.1.5)$$

Рассмотрим значения масштабного фактора $a(t)$ в двух предельных случаях. Первый – предел малых значений $H_0 t \ll 1$. В этом случае, вклад Λ -члена в общую плотность пренебрежимо мал, и Вселенная расширяется замедленно, по закону доминирования материи. Тогда раскладывая формулу (5.1.5) в ряд Тэйлора получаем

$$a(t) = \left(\frac{9}{4} \Omega_m \right)^{1/3} (H_0 t)^{2/3}, \quad (5.1.6)$$

что совпадает с масштабным фактором на стадии доминирования материи как функции физического времени.

Вычислим момент физического времени, когда начинает доминировать вещество. Определять этот момент будем из равенства плотностей вещества и релятивистских частиц (вещества с уравнением состояния $\rho = 3p$). Значение физического времени в момент равенства плотностей вещества и излучения находим из стандартного условия [1], согласно которому масштабный фактор a_m в этот момент равен отношению плотности излучения в современный момент времени к плотности вещества в современный момент времени:

$$z_m + 1 = \frac{a_0}{a_m} = \frac{\Omega_m}{\Omega_\gamma}$$

здесь Ω_γ – параметр плотности реликтового излучения.

Тогда эпоха доминирования материи соответствует красному смещению $z \approx 10^4$. А момент физического времени t_m , который соответствует эпохе доминирования материи, есть:

$$\frac{t_m}{t_0} = \left(\frac{\Omega_\Lambda}{\Omega_m} \right)^{1/2} \frac{a_m^{3/2}}{\ln \left(\frac{1 + \sqrt{\Omega_\Lambda}}{\sqrt{\Omega_m}} \right)}. \quad (5.1.7)$$

В другом предельном случае больших значений $H_0 t \gg 1$, когда вклад Λ -члена в общую плотность является доминирующим, а вклад материи пренебрежимо мал. Тогда получается другая известная зависимость масштабного фактора от времени:

$$a(t) = \left(\frac{\Omega_m}{4\Omega_\Lambda} \right)^{1/3} \exp \left(\sqrt{\Omega_\Lambda} H_0 t \right), \quad (5.1.8)$$

которая совпадает с масштабным фактором во Вселенной с законом расширения де Ситтера.

Рассмотрим теперь смену замедленного расширения на ускоренное. Для этого проанализируем второе уравнение Фридмана. В терминах физического времени это уравнение есть:

$$\frac{1}{a(t)} \left(\frac{d^2 a(t)}{dt^2} \right)^2 = -\frac{1}{2} H_0^2 \left[\Omega_m \frac{1}{a^3(t)} - 2\Omega_\Lambda \right]. \quad (5.1.9)$$

Момент времени $t = t_\Lambda$, когда замедленное расширение меняется на ускоренное расширение, определяется равенством:

$$\frac{d^2 a(t)}{dt^2} = 0, \quad (5.1.10)$$

в этот момент времени значение масштабного фактора есть:

$$a_\Lambda = \left(\frac{\Omega_m}{2\Omega_\Lambda} \right)^{1/3}, \quad (5.1.11)$$

что соответствует красному смещению:

$$z_\Lambda = \frac{1}{a_\Lambda} - 1 = \left(\frac{2\Omega_\Lambda}{\Omega_m} \right)^{1/3} - 1. \quad (5.1.12)$$

Момент времени, когда стадия замедления меняется на стадию ускорения, определяется согласно:

$$H_0 t_\Lambda = \int_0^{a_\Lambda} \frac{\sqrt{a} da}{\sqrt{\Omega_m + \Omega_\Lambda a^3}}. \quad (5.1.13)$$

Вычислим теперь значения физического времени различных эпох при значениях глобальных параметров $\Omega_m = 0.27$, $\Omega_\Lambda = 0.73$, $H_0 = 71$ км/с/Мпк. Момент эпохи доминирования вещества соответствует значению красного смещения $z = 3196$ и составляет 98357 лет от начала расширения. Момент смены замедления на ускорение $t_\Lambda = 7.1$ млрд. лет, а значение красного смещения эпохи смены замедления на ускорение есть $z_\Lambda = 0.82$. Наконец возраст Вселенной составляет $t_0 = 13.75$ млрд. лет, а современное значение красного смещения есть $z = 0$. Бесконечно удаленное будущее соответствует моменту времени $t = \infty$.

Зависимость масштабного фактора от физического времени не исчерпывает необходимого набора формул. Для исследования космических струн, а также для ряда других задач нужна также зависимость масштабного фактора от конформного времени. Проще всего получить эту зависимость можно записав первое уравнение Фридмана в конформном времени:

$$\frac{1}{a^4(\eta)} \left(\frac{da(\eta)}{d\eta} \right)^2 = H_0^2 \left[\Omega_m \frac{1}{a^3(\eta)} + \Omega_\Lambda \right]. \quad (5.1.14)$$

В интегральном виде решение этого уравнения есть:

$$H_0\eta = \int_0^a \frac{dx}{\sqrt{x}\sqrt{\Omega_m + \Omega_\Lambda x^3}}. \quad (5.1.15)$$

Этот интеграл можно выразит в явном виде через эллиптический интеграл первого рода, $F(\varphi, k)$. Для этого интеграл нужно преобразовать как:

$$\Omega_\Lambda^{1/6} \Omega_m^{1/3} H_0\eta = \int_0^u \frac{dx}{\sqrt{x}\sqrt{1+x^3}}, \quad (5.1.16)$$

где верхний предел интегрирования

$$u = \left(\frac{\Omega_\Lambda}{\Omega_m} \right)^{1/3} a.$$

Интеграл (5.1.16) есть [170]:

$$3^{1/4} \Omega_\Lambda^{1/6} \Omega_m^{1/3} H_0\eta = F \left(\arccos \frac{1 + (1 - \sqrt{3})u}{1 + (1 + \sqrt{3})u}, \frac{\sqrt{2 + \sqrt{3}}}{2} \right). \quad (5.1.17)$$

Можно обратить эллиптические интегралы с помощью эллиптических функций Якоби и получить явное выражение масштабного фактора как функцию конформного времени. Для этого рассмотрим эллиптический косинус [171] и выразим масштабный фактор в терминах этой величины:

$$a(\eta) = \left(\frac{\Omega_m}{\Omega_\Lambda} \right)^{1/3} \frac{1 - cn(y, k)}{\sqrt{3}(1 + cn(y, k)) - (1 - cn(y, k))}. \quad (5.1.18)$$

Здесь аргумент эллиптического косинуса есть $y = 3^{1/4} \Omega_\Lambda^{1/6} \Omega_m^{1/3} H_0\eta$, а модуль $k = \frac{\sqrt{2 + \sqrt{3}}}{2} \approx 0.97$.

Теперь надо вычислить моменты конформного времени, которые соответствуют следующим эпохам:

- началу расширения η_s ,
- началу доминирования материи η_m ,

- эпохе смены замедленного расширения на ускоренное расширение η_Λ ,
- современной эпохе η_0 ,
- бесконечно удаленному будущему η_∞ .

Поскольку конформное время не имеет такого явного физического смысла как физическое время, будет вычисляться не сама величина η , а две величины: y и $H_0\eta$. При этом величина y может быть вычислена точно, а величина $H_0\eta$ выражается через y и две величины, определяемые из наблюдений (параметры плотности) – Ω_Λ , Ω_m , которые имеют точность в несколько процентов. Точность определения $H_0\eta$ ограничивается точностью параметров плотности, поэтому в значениях для величин будем оставлять только две значащие цифры после запятой. Следует добавить, что предлагаемая в диссертационной работе модель неадекватно описывает раннюю Вселенную, т.е. эта модель дает неточный закон эволюции масштабного фактора на интервале от начала расширения до момента начала доминирования материи. Однако после этого момента полученные в диссертационной работе решения тем точнее, чем момент времени ближе к современному. Поэтому будет рассматриваться эволюция, начиная от начала расширения, но до момента доминирования материи решение будет полагаться модельным.

В начале расширения масштабный фактор равняется нулю, поэтому начало определения допустимого интервала значений конформного времени есть ноль. Другими словами, в начале расширения $y = 0$, $H_0\eta_s = 0$.

Значение конформного времени в момент равенства плотности вещества и излучения находим из стандартного условия, также как и для физического времени. Отсюда получаем значение переменной $y_m = 0.05$ и значение конформного времени в этот момент:

$$H_0\eta_m = 6.2 \cdot 10^{-2}. \quad (5.1.19)$$

Этот момент будем в дальнейшем называть началом стадии доминирования материи.

Вычислим моменты времени, соответствующие эпохе смены замедления на ускорение, современному моменту времени и бесконечно удаленному будущему. Момент времени, соответствующий (5.1.11), есть:

$$cn(y_\Lambda, k) = \frac{1 + 2^{1/3} - 3^{1/2}}{1 + 2^{1/3} + 3^{1/2}}.$$

Решение этого уравнения есть $y_\Lambda = 2.27$ или для выбранных значений глобальных параметров:

$$H_0\eta_\Lambda = 2.82. \quad (5.1.20)$$

Момент конформного времени, соответствующий современной эпохе, вычисляется из уравнения:

$$cn(y_0, k) = \frac{1 - \left(\frac{\Omega_\Lambda}{\Omega_m}\right)^{1/3} (\sqrt{3} - 1)}{1 + \left(\frac{\Omega_\Lambda}{\Omega_m}\right)^{1/3} (\sqrt{3} + 1)}.$$

Решение этого уравнения для произвольных значений параметров плотности есть $y_0 = 2.78$ или для выбранных значений глобальных параметров:

$$H_0\eta_0 = 3.45. \quad (5.1.21)$$

Момент бесконечно удаленного будущего соответствует обращению в бесконечность масштабного фактора (в стандартной космологической модели Вселенная расширяется бесконечно). Соответственно, первый ноль знаменателя уравнения (5.1.18) определяет конформный момент времени достижения бесконечного будущего. Это уравнение есть:

$$cn(y_\infty, k) = \frac{1 - 3^{1/2}}{1 + 3^{1/2}}.$$

Решение этого уравнения для произвольных значений параметров плотности есть $y_\infty = 3.69$ или для выбранных значений глобальных параметров:

$$H_0\eta_\infty = 4.57. \quad (5.1.22)$$

Полный интервал для величины y есть

$$y \in [0, 3.69],$$

для величины $H_0\eta$ интервал допустимых значений есть

$$H_0\eta \in [0, 4.57].$$

Таким образом, установлен интервал изменения конформного времени.

5.1.2 Приближенные решения, оценка точности

При обсуждении приближенных решений для масштабного фактора сразу следует сказать, что эти приближения справедливы только при $z \ll 10^5$, т.е. уже на стадии доминирования вещества. На более ранних стадиях доминирует излучение, скалярное поле инфлатона и может быть еще какие-то

неизвестные сейчас формы материи. Поэтому все вычисления для реальной Вселенной справедливы в интервале:

$$H_0\eta \in [0.0122, 4.57].$$

Тем не менее в этом интервале конформного времени можно пользоваться как точными решениями для масштабного фактора, так и приближенными решениями, которые обсудим в этом параграфе.

Имея точное решение уравнений Фридмана для масштабного фактора (в терминах конформного времени) найдем приближенное решение для масштабного фактора при малых значениях a . Малые значения a соответствуют малым значениям $H_0\eta \ll 1$. Эллиптический косинус при разложении в ряд Тэйлора имеет вид ([171] стр.46, ф.11):

$$cn(y, k) = 1 - \frac{y^2}{2!} + (1 + 4k^2)\frac{y^4}{4!} - (1 + 44k^2 + 16k^4)\frac{y^6}{6!} + \dots \quad (5.1.23)$$

оставляя члены квадратичные по y получаем приближенное выражение для масштабного фактора:

$$\tilde{a}(\eta) = \frac{\Omega_m}{4} (H_0\eta)^2, \quad (5.1.24)$$

что совпадает с выражением для масштабного фактора на стадии доминирования материи в терминах конформного времени.

Теперь рассмотрим асимптотическое поведение $a(\eta)$ при приближении к η_∞ . Для этого положим $y = y_\infty + \psi$. Вычислим значение эллиптического косинуса вокруг точки y_∞ . Для этого вначале воспользуемся формулой сложения эллиптических функций:

$$\begin{aligned} cn(y_\infty + \psi, k) = \\ = \frac{cn(y_\infty, k)cn(\psi, k) - sn(y_\infty, k)dn(y_\infty, k)sn(\psi, k)dn(\psi, k)}{1 - k^2 sn^2(y_\infty, k)sn^2(\psi, k)}. \end{aligned} \quad (5.1.25)$$

Здесь $sn(y, k)$ – эллиптический синус, а $dn(y, k)$ – третья эллиптическая функция, которую ввел Якоби [171].

Воспользуемся свойствами эллиптических функций Якоби и вычислим значения этих трех функций в точке y_∞ , всюду ниже не будет выписываться модуль k , будем считать, что модуль всюду равен $k = \frac{\sqrt{2 + \sqrt{3}}}{2}$.

$$cn(y_\infty) = \frac{1 - \sqrt{3}}{1 + \sqrt{3}},$$

$$sn(y_\infty) = \sqrt{\frac{2\sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}}},$$

$$dn(y_\infty) = \sqrt{\frac{2 - \sqrt{3}}{2}}.$$

Оставим старший член в разложении знаменателя (5.1.18) в ряд Тэйлора по ψ и старший член в разложении числителя. Тогда выражение для масштабного фактора будет:

$$a(\psi) = - \left(\frac{\Omega_m}{\Omega_\Lambda} \right)^{1/3} \frac{3^{1/4}}{\psi}.$$

Подставим выражение для ψ через η и получим окончательно:

$$a(\eta) = \frac{1}{\sqrt{\Omega_\Lambda} H_0 (\eta_\infty - \eta)}, \quad (5.1.26)$$

Можно переопределить переменную времени, введя новую переменную $\hat{\eta} = \eta - \eta_\infty$. Тогда величина $\hat{\eta}$ является отрицательной, а масштабный фактор как функция $\hat{\eta}$ есть:

$$a(\hat{\eta}) = - \frac{1}{\sqrt{\Omega_\Lambda} H_0 \hat{\eta}},$$

что совпадает с известным решением для масштабного фактора (как функции конформного времени) для метрики де Ситтера [1].

Оценим теперь ошибки, которые возникают, если вычислять масштабный фактор по формулам (5.1.24) или (5.1.26) и "сшивать" эти два приближенных решения, например, при $a \approx 1$. Рассмотрим приближенную формулу (5.1.24). Ошибки приближенного решения будут оцениваться в следующих временных точках: подставим в приближенную формулу (5.1.24) последовательно значения времени (5.1.20) и (5.1.21). В остальных точках оценка является тривиальной. В точке (5.1.19) приближенное и точное значение масштабного фактора равны с точностью лучше одного процента, тогда как в точке (5.1.22) отношение приближенного масштабного фактора на точное значение масштабного фактора равно нулю.

Оценим точность приближения по формуле (5.1.24):

$$\frac{\tilde{a}_\Lambda}{a_\Lambda} = 2^{1/3} \frac{(1.73)^2}{4} \approx 0.94,$$

$$\frac{\tilde{a}_0}{a_0} = \frac{(2.12)^2}{4} \left(\frac{\Omega_m}{\Omega_\Lambda} \right)^{1/3} \approx 0.81.$$

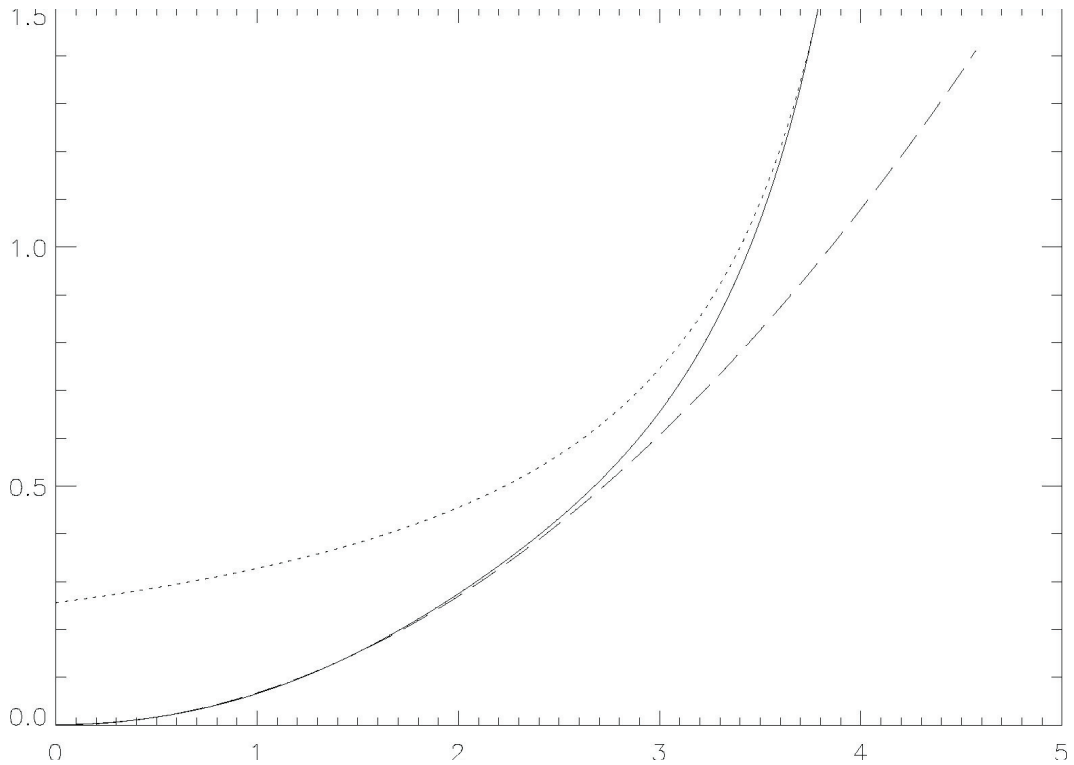


Рис. 5.1. На рисунке представлены кривые, описывающие эволюцию масштабного фактора. По вертикальной оси отложено значение масштабного фактора, по горизонтальной оси величина $H_0\eta$. Сплошной линией нарисовано точное значение масштабного фактора, точками показан масштабный фактор вычисленный по приближенной формуле (5.1.26). Длинными тире представлен масштабный фактор вычисленный по формуле (5.1.24).

Теперь видно, что приближенная кривая, описываемая формулой (5.1.24), лежит под кривой, описываемой точной формулой (см. Рис.(5.1)). Причем в точке $H_0\eta_\Lambda$ отличие составляет 6%, а в точке $H_0\eta_0$ отличие составляет уже 19%.

Оценим точность приближения по формуле (5.1.26):

$$\frac{\hat{a}_\Lambda}{a_\Lambda} = 2^{1/3}/1.07 \approx 1.18$$

$$\frac{\hat{a}_0}{a_0} = \frac{1}{0.68} \left(\frac{\Omega_m}{\Omega_\Lambda} \right)^{1/3} \approx 1.06$$

Приближенная кривая, описываемая формулой (5.1.26), лежит над кривой, описываемой точной формулой. Причем в точке $H_0\eta_0$ отличие составляет 6%, а в точке $H_0\eta_\Lambda$ отличие составляет уже 18%.

Поскольку ошибки при интерполяции с малых значений масштабного фактора и при интерполяции с больших значений масштабного фактора имеют разный знак при сравнении с точным значением, то ошибки скла-

дываются. Поэтому ошибка «сшивки» масштабного фактора при использовании двух приближенных формул составляет почти 25%.

Еще больше величина ошибки при сравнении первой и второй производной от масштабного фактора. Первая производная от логарифма масштабного фактора со стороны малых значений в два раза (по модулю) больше, чем аналогичная производная со стороны больших значений масштабного фактора. Сравнение второй производной показывает, что величины:

$$\frac{\left(\frac{\tilde{a}''}{a}\right)}{\left(\frac{\hat{a}''}{a}\right)} \approx 0.54.$$

Таким образом, пользоваться приближенными значениями масштабного фактора (5.1.24), (5.1.26) при вычислениях можно только в том случае, когда требования на точность вычислений не превосходят 25%.

Можно рассмотреть приближенное значение масштабного фактора вблизи $a = 1$. Однако, аппроксимировать значение a вблизи единицы степенными функциями неэффективно, поскольку надо брать слишком много членов ряда Тэйлора для получения точности сравнимой с 1%.

Поэтому будет использоваться другое приближенное решение для эллиптических функций вида:

$$cn(y) = \frac{2\pi}{kK} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{q^{n-1/2}}{1 + q^{2n-1}} \cos(2n-1) \frac{\pi y}{2K},$$

здесь K – полный эллиптический интеграл первого рода по модулю k , где вспомогательная функция $q = \exp(-\frac{\pi K'}{K})$, а значение со штрихом – полный эллиптический интеграл первого рода от дополнительного значения модуля.

Первые три члена этого ряда уже обеспечивают ошибку меньше, чем 0.5% на всем интервале изменения η . Поэтому, если задача стоит о том, чтобы найти приближенное решение для масштабного фактора с точностью порядка одного процента, то вполне можно пользоваться суммой первых трех членов этого ряда. Значения полных эллиптических интегралов есть $K = 2.768$, $K' = 1.598$, а $q = 0.163$.

Решение для масштабного фактора можно записать в компактном виде как:

$$a(\eta) = a_1 \frac{a_n(\eta)}{a_d(\eta)}, \quad (5.1.27)$$

где

$$a_1 = \frac{\sqrt{3} - 1}{2} \left(\frac{\Omega_m}{\Omega_\Lambda} \right)^{1/3}$$

$$a_n(\eta) = 1 - \frac{2\pi\sqrt{q}}{kK} \left(\frac{1}{1+q} \cos \frac{\pi y}{2K} + \frac{q}{1+q^3} \cos \frac{3\pi y}{2K} + \frac{q^2}{1+q^5} \cos \frac{5\pi y}{2K} \right)$$

$$a_d(\eta) = 2 - \sqrt{3} + \frac{2\pi\sqrt{q}}{kK} \left(\frac{1}{1+q} \cos \frac{\pi y}{2K} + \frac{q}{1+q^3} \cos \frac{3\pi y}{2K} + \frac{q^2}{1+q^5} \cos \frac{5\pi y}{2K} \right).$$

Вводя для удобства новую переменную

$$\zeta = \sqrt{\Omega_\Lambda} H_0 \eta,$$

получим окончательное выражение для приближенного значения масштабного фактора $a(\eta) = 0.263 \times$

$$\frac{1 - 0.8159 \cos 0.5361\zeta - 0.1541 \cos 1.6083\zeta - 0.0252 \cos 2.6805\zeta}{0.2680 + 0.8159 \cos 0.5361\zeta - 0.1541 \cos 1.6083\zeta + 0.0252 \cos 2.6805\zeta} \quad (5.1.28)$$

Это выражение аппроксимирует точное решение (5.1.18) с точностью лучше 1% на всем изменении величины η .

5.1.3 Общий случай параметра w

Рассмотрим теперь зависимость масштабного фактора от времени для значения параметра w в интервале $w \in [-1.5, -0.5]$. Хотя этот интервал значений несколько больше, чем допускают наблюдательные пределы, интервал будет полагаться таким.

Рассмотрим масштабный фактор как функцию конформного времени η . Решение $\eta(a)$ есть:

$$H_0 \eta = \int_0^a \frac{dx}{\sqrt{x} \sqrt{\Omega_m + \Omega_q x^{3|w|}}} \quad (5.1.29)$$

Легко показать, что этот интеграл сходится при бесконечных пределах в том случае, когда $3|w| > 1$. Иначе интеграл (5.1.29) расходится при бесконечных пределах. Другими словами, в интересующем нас интервале значений $|w|$ интеграл (5.1.29) является конечным, и интервал значений η также является конечным.

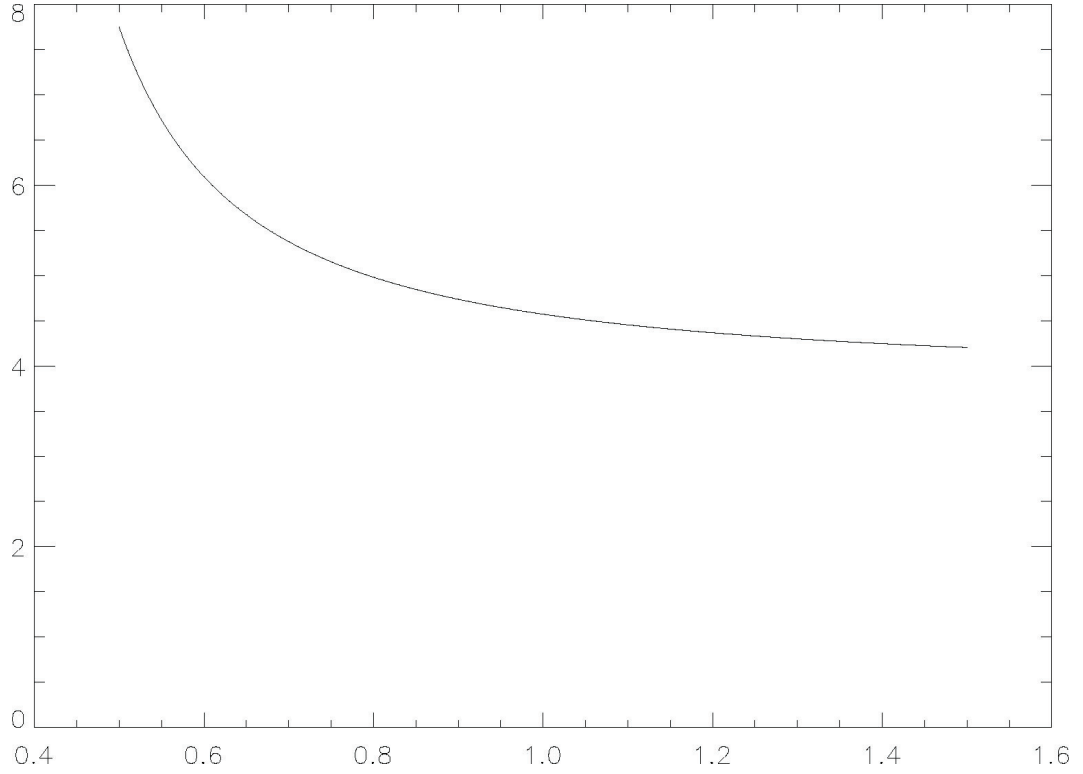


Рис. 5.2. На рисунке представлена зависимость $H_0\eta_\infty$ от параметра w . При параметре $-0.8 \leq w \leq -0.5$ величина $H_0\eta_\infty$ сильно зависит от величины параметра, меняется почти в два раза. После -0.8 и до конца допустимого интервала величина $H_0\eta_\infty$ меняется слабо, оставаясь между 4.98 и 4.2.

Значение конформного времени, при котором масштабный фактор обращается в бесконечность, есть:

$$H_0\eta_\infty = \frac{1}{3|w|\sqrt{\pi\Omega_m}} \left(\frac{\Omega_m}{\Omega_q} \right)^{\frac{1}{6|w|}} \Gamma\left(\frac{1}{6|w|}\right) \Gamma\left(\frac{3|w|-1}{6|w|}\right). \quad (5.1.30)$$

Полный интервал изменения конформного времени зависит от параметра w . Для верхней границы параметра $w = -0.5$ полный интервал изменения конформного времени есть $H_0\eta_\infty \in [0, 7.75]$. Для нижней границы параметра $w = -1.5$ полный интервал изменения конформного времени есть $H_0\eta_\infty \in [0, 4.20]$. На Рис. (5.8) представлена зависимость $H_0\eta_\infty$ от параметра w .

5.1.3.1 Измерение параметра $|w|$

Красное смещение, при котором замедленное расширение сменяется ускоренным, есть:

$$z_q = \frac{1}{a_q} - 1 = \left((3|w| - 1) \frac{\Omega_q}{\Omega_m} \right)^{1/3|w|} - 1. \quad (5.1.31)$$

Измерение параметра уравнения состояния представляет собой трудную, но очень важную задачу. Не ставя перед собой задачу анализировать эту важную проблему, нужно обратить внимание на одну возможность измерения параметра $|w|$ по измерению красного смещения z_q . Действительно, вычислим производную:

$$\frac{dz_q}{d|w|} = -\frac{1+z_q}{3w^2} \left(\ln(3|w| - 1) - \frac{3|w|}{3|w| - 1} + \ln \frac{\Omega_m}{\Omega_q} \right). \quad (5.1.32)$$

Измеряя значение красного смещения, при котором замедленное расширение меняется на ускоренное, можно измерить параметр w . Интересным является факт, что зависимость $z_q \div |w|$ является неоднозначной. Обратим также внимание, что максимум кривой на Рис. (5.3) соответствует выполнению равенства:

$$\exp\left(\frac{3|w|}{3|w| - 1}\right) = (3|w| - 1) \frac{\Omega_q}{\Omega_m},$$

и, следовательно, существует однозначная связь между параметром w и максимальным значением z_q .

5.1.3.2 Точное неявное решение для масштабного фактора

Наконец, выпишем точное решение для конформного времени как функции масштабного фактора:

$$\frac{1}{2} \sqrt{\Omega_m} H_0 \eta = \sqrt{a} F\left(\frac{1}{6|w|}, \frac{1}{2}; \frac{6|w| + 1}{6|w|}; -\frac{\Omega_q}{\Omega_m} a^{3|w|}\right) \quad (5.1.33)$$

Здесь $F(\alpha, \beta; \gamma; z)$ – гипергеометрическая функция Гаусса. Это уравнение необходимо обратить, чтобы получить зависимость «масштабный фактор – конформное время». Однако авторам неизвестны специальные функции, которые реализуют эту задачу. Поэтому, в случае, когда нужны решения масштабный фактор – конформное время, будем реализовывать её численным методом. На Рис. (5.4) показана зависимость $a(\eta)$ для трех выборочных значений $w = -0.5, -1.0, -1.5$.

На Рис. (5.5) представлена зависимость бесконечно удаленного момента конформного времени $H_0 \eta_\infty$ от абсолютной величины параметра тёмной энергии w .

Теперь найдем асимптотическое поведение масштабного фактора при малых значениях конформного времени и при больших значениях конформного времени. Напомним, что первая асимптотика должна соответствовать Вселенной, доминированной веществом, а вторая – Вселенной, доминированной тёмной энергией.

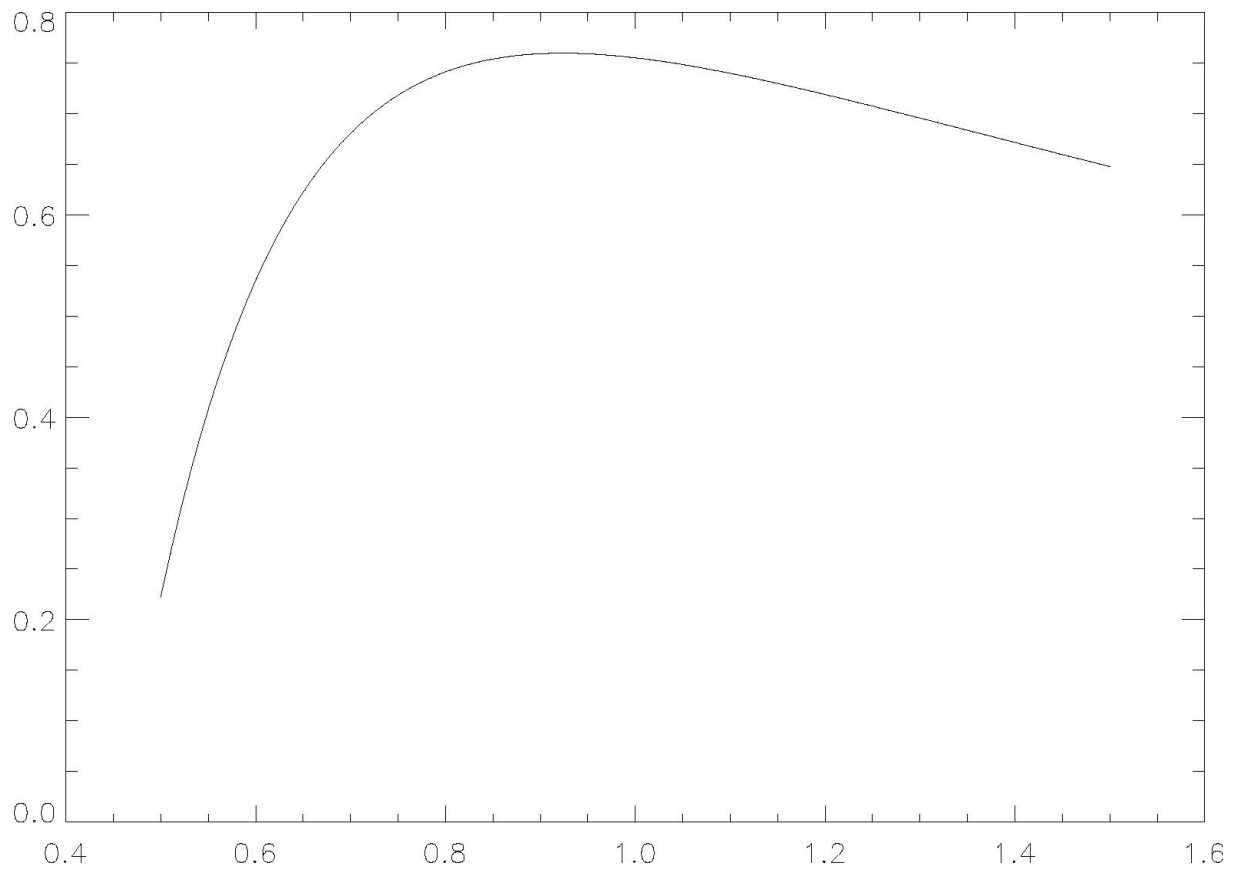


Рис. 5.3. На рисунке представлено значение красного смещения z_q при смене замедленного расширения на ускоренное. Аргументом этой функции является параметр уравнения состояния $|w|$. Интересным является факт неоднозначности z_q от w . Максимальное значение z_q соответствует примерно, $w = -0.9$.

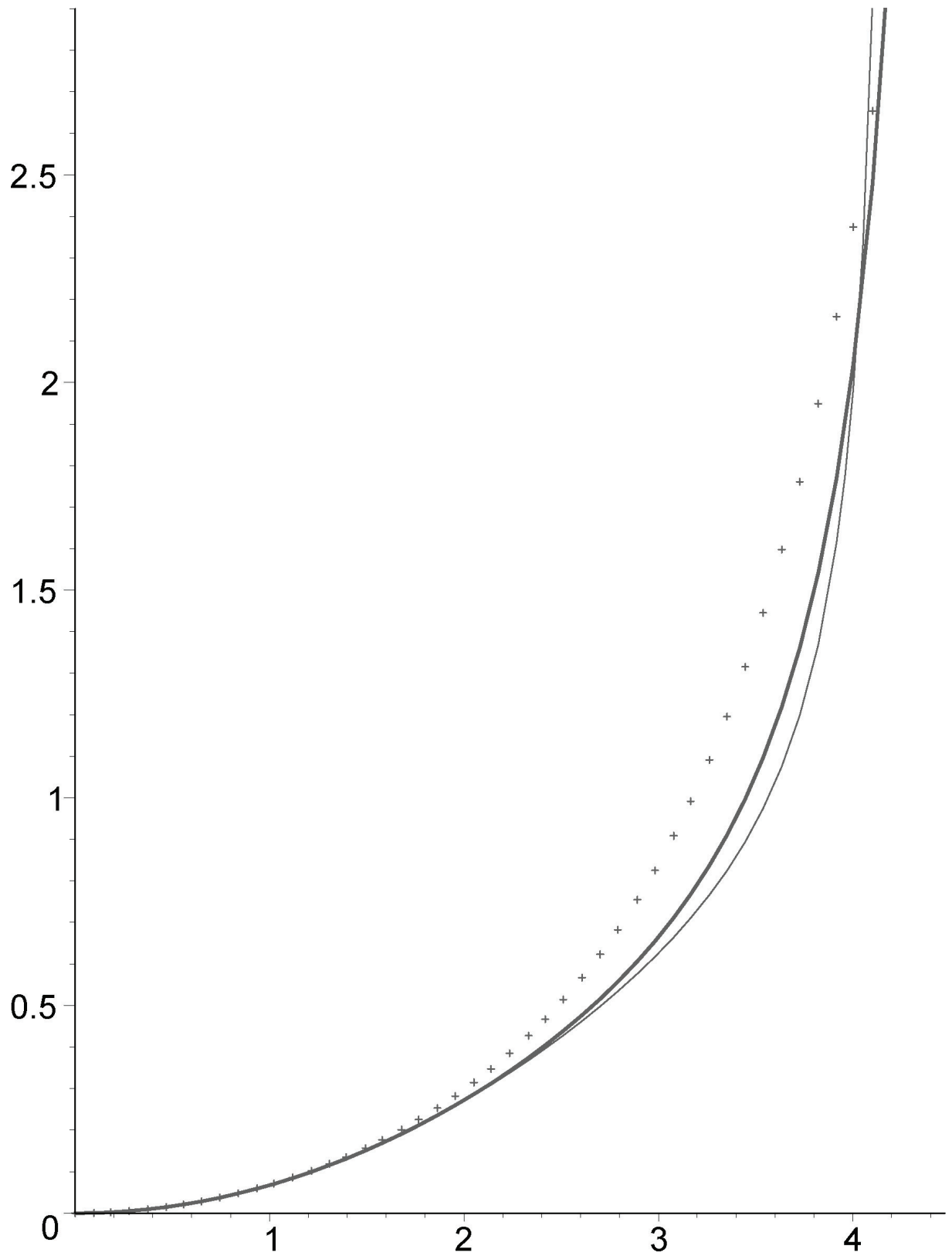


Рис. 5.4. На рисунке показана зависимость масштабного фактора от конформного времени $H_0\eta$ для трех выборочных значений параметра тёмной энергии. Жирная линия соответствует $w = -1$, точки – $w = -0.5$, штриховая линия – $w = -1.5$.

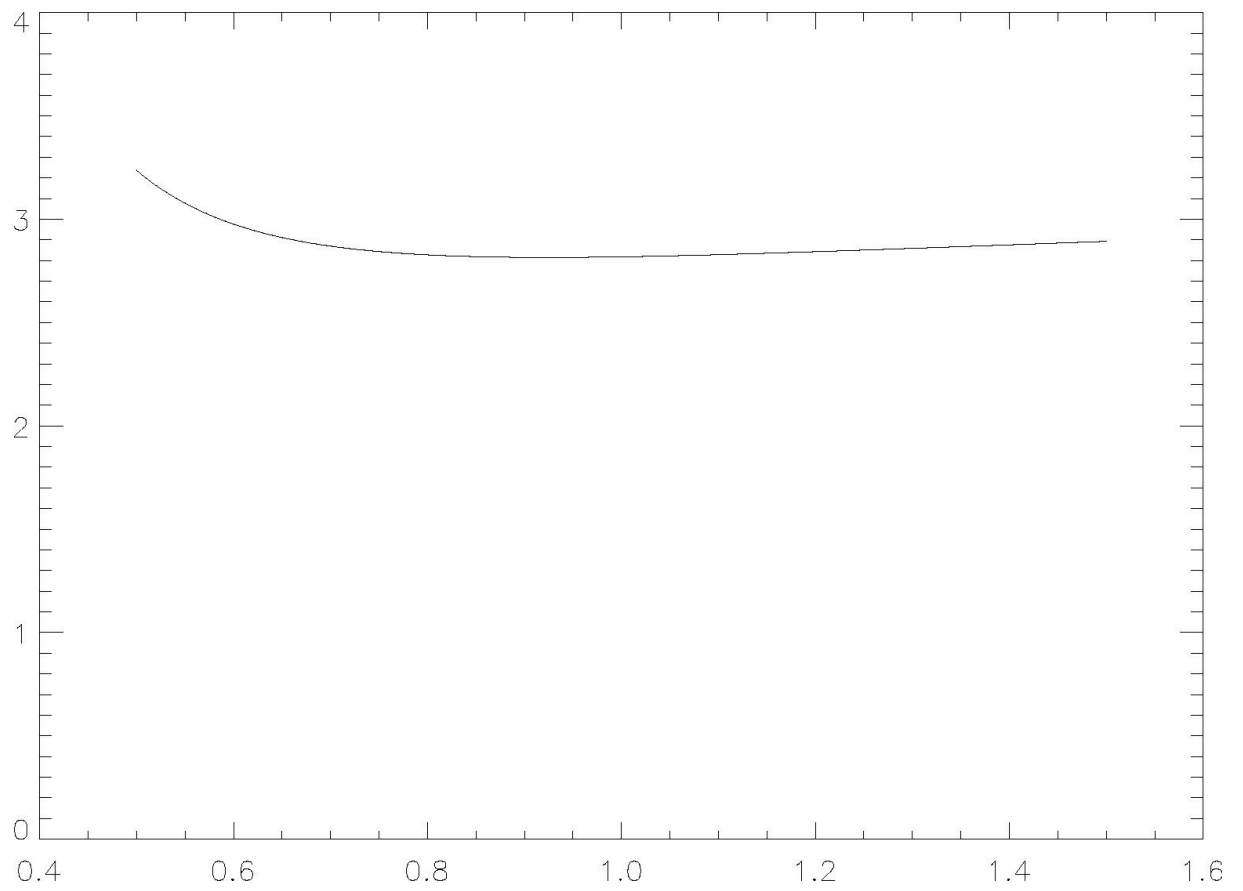


Рис. 5.5. Зависимость бесконечно удаленного момента конформного времени от $|w|$.

Гипергеометрическую функцию Гаусса можно разложить в ряд Тэйлора по аргументу $-\frac{\Omega_q}{\Omega_m}a^{3|w|}$, в случае, когда абсолютная величина этого аргумента меньше единицы, то ряд равномерно сходится. Заметим, что:

$$F\left(\frac{1}{6|w|}, \frac{1}{2}; \frac{6|w|+1}{6|w|}; 0\right) = 1.$$

Поэтому в случае малых значений масштабного фактора имеет место формула (5.1.24):

$$a(\eta) = \frac{\Omega_m}{4} (H_0\eta)^2,$$

которая описывает эволюцию масштабного фактора на стадии доминирования вещества.

Во втором случае, когда $a \gg 1$ надо использовать функциональные соотношения для гипергеометрической функции, которые позволяют получить разложение функции $F(\alpha, \beta; \gamma; z)$ по гипергеометрическим функциям от переменного $1/z$ [171]:

$$\begin{aligned} F(\alpha, \beta; \gamma; z) &= \frac{\Gamma(\gamma)\Gamma(\beta-\alpha)}{\Gamma(\beta)\Gamma(\gamma-\alpha)} (-z)^\alpha F(\alpha, \alpha-\gamma+1; \alpha-\beta+1; \frac{1}{z}) + \\ &+ \frac{\Gamma(\gamma)\Gamma(\alpha-\beta)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\gamma-\beta)} (-z)^\beta F(\beta, \beta-\gamma+1; \beta-\alpha+1; \frac{1}{z}). \end{aligned}$$

Подставляя это разложение и используя равенство гипергеометрических функций единице при аргументе, стремящемся к нулю: $1/z = -\frac{\Omega_m}{\Omega_q}a^{-3|w|} \rightarrow 0$, получаем следующее выражение в предельном случае большого масштабного фактора:

$$H_0\eta = H_0\eta_\infty - \frac{2}{3|w|-1} \frac{1}{\sqrt{\Omega_q}} a^{\frac{1-3|w|}{2}}, \quad (5.1.34)$$

где $H_0\eta_\infty$ определяется формулой (5.1.30). А масштабный фактор определяется выражением вида:

$$a(\eta) = \frac{1}{\frac{2}{\left(\frac{3|w|-1}{2} \sqrt{\Omega_q} H_0(\eta_\infty - \eta)\right)^{3|w|-1}}} \quad (5.1.35)$$

Отметим также, что при $w = -1$ выражение (5.1.33) сводится к:

$$a(\eta) = \frac{1}{\sqrt{\Omega_q} H_0(\eta_\infty - \eta)}$$

Хотя набор точных результатов, относящийся к эволюции масштабного фактора при произвольном значении параметра w , является ограниченным по полноте, можно указать еще несколько интересных представлений для неявного выражения масштабного фактора через конформное время.

Гипергеометрическую функцию от указанных значений параметров можно выразить через неполную бета функцию. Эта функция активно используется в математической статистике. Можно также после небольших стандартных преобразований выразить гипергеометрическую функцию этого вида через функции Лежандра.

Приведем вид удобный для исследования эволюции масштабного фактора ($a \gg 1$):

$$\begin{aligned} & \frac{3|w| - 1}{a^{\frac{2}{2}}} \\ & \frac{F\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2} - \frac{1}{6|w|}; \frac{3}{2} - \frac{1}{6|w|}; \frac{\Omega_m}{\Omega_q a^{3|w|}}\right)}{2} = \\ & = \frac{3|w| - 1}{\sqrt{\Omega_q H_0} (\eta_\infty - \eta)} \frac{2}{3|w| - 1}. \end{aligned} \quad (5.1.36)$$

Можно попытаться приблизить решение для масштабного фактора с произвольным параметром w решением для стандартной модели Вселенной. Для этого определим функцию точности согласно:

$$\Delta = \frac{a(\eta, w) - a(\eta, w = -1)}{a(\eta, w = -1)}, \quad (5.1.37)$$

график этой функции показан на Рис. (5.6). Видно, что приближение составляет хуже чем 10%. Это означает, что решение для масштабного фактора стандартной модели Вселенной не подходит для описания эволюции Вселенной наполненной тёмной энергией с произвольным параметром w .

5.1.4 Заключение

Таким образом, были проанализированы точные решения для масштабного фактора в стандартной Λ CDM-модели. Точные решения были представлены в терминах физического и конформного времени. Соотношение в конформном времени было выведено через эллиптические функции Якоби. Оно является важным для ряда задач, например, для анализа флуктуаций гравитационного поля. Также были исследованы приближенные решения для Λ CDM-модели. Было показано, что приближения в виде степенных рядов не являются удовлетворительными и не могут использоваться в практических задачах, поскольку ошибка аппроксимации значительно превышает точность определения космологических параметров. Удовлетвори-

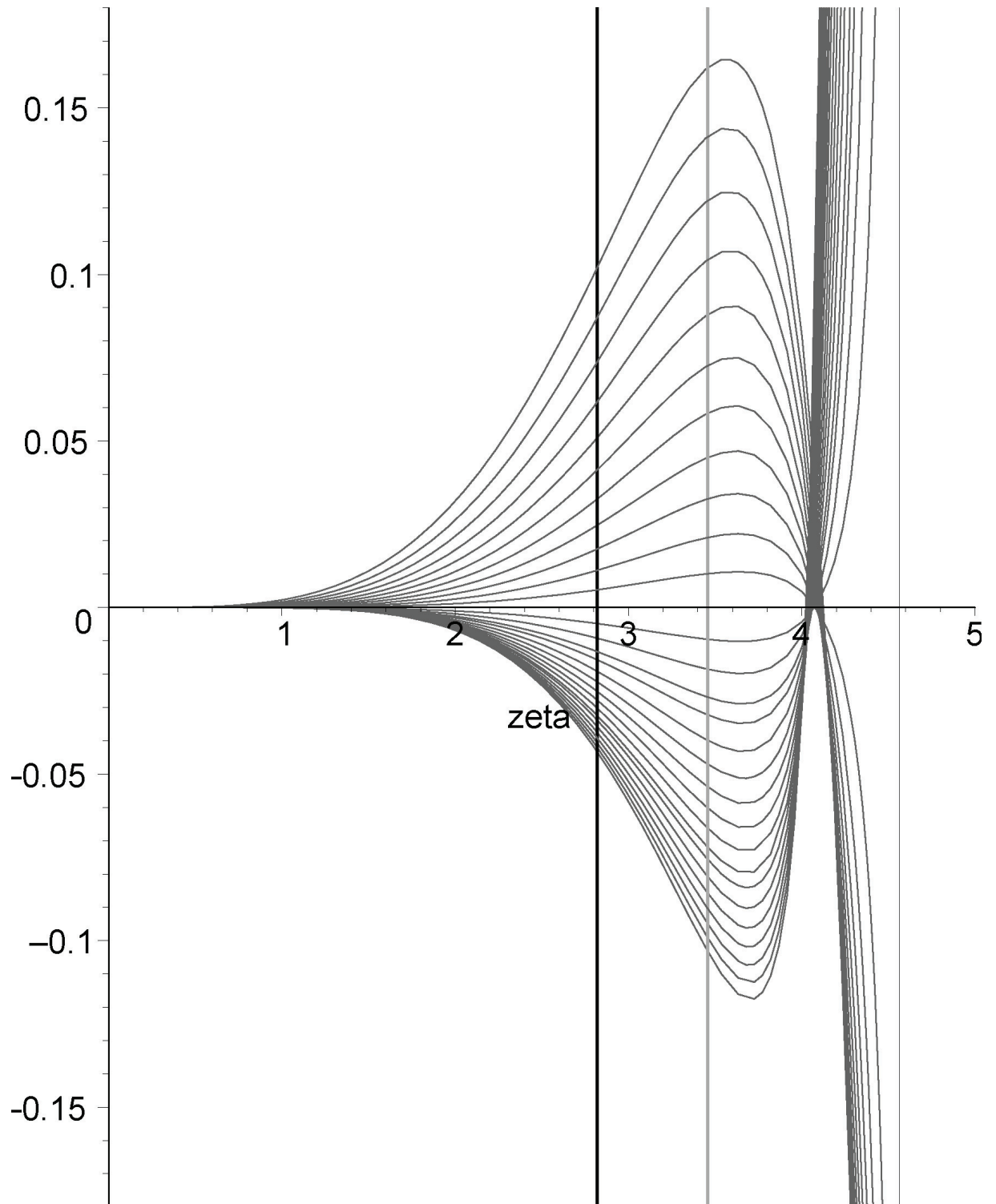


Рис. 5.6. На рисунке представлена функция Δ от величины $\zeta = H_0 \eta$. Жирная вертикальная линия представляет момент времени соответствующий началу ускоренного расширения Вселенной, следующая вертикальная линия представляет современный момент времени. Видно, что уже к моменту смены замедления на ускорение величина Δ достигает больше чем 10%. Значит, для некоторых задач нельзя аппроксимировать Вселенную, наполненную тёмной энергией, стандартной моделью Вселенной, а каждый раз необходимо исследовать возможности приближения.

тельная (лучше 1%) аппроксимация масштабного фактора была найдена в форме суммы тригонометрических функций на всем интервале изменения конформного времени. Данное приближение может быть использовано для задач, в которых требуется точность, выше среднеквадратичного отклонения в измерении космологических параметров.

Также были найдены точные решения для конформного времени как функции масштабного фактора для всего допустимого интервала изменения параметра w .

Были вычислены ключевые эпохи развития Вселенной в терминах конформного времени для различных значений параметра w : начало доминирования вещества, смена замедленного расширения на ускоренное, момент бесконечного значения масштабного фактора.

5.2 Видимые движения квазаров, вызванные микролинзированием

Рассматривается влияние эффекта слабого микролинзирования на видимые скорости внегалактических источников. Специально обсуждаются видимые скорости источников из списка ICRF. Показано, что в течение следующих 30 лет наблюдений можно будет зарегистрировать от 2 до 7 видимых движений внегалактических источников, вызванных эффектом слабого микролинзирования их звездами и тёмными телами нашей Галактики. В диссертационной работе показано, что такое малое количество событий не соответствует наблюдаемому массовому сверхсветовому движению внегалактических источников, а потому с необходимостью требуются другие механизмы объяснения этого явления.

5.2.1 Введение

Сеть РСДБ (Радиоинтерферометрия со СверхДлинной Базой) наблюдала внегалактические радио источники, которые входили в список ICRF (International Celestial Reference Frame) [172], [173] в течение 30 лет с целью установления небесной системы координат. При создании ICRF использовался кинематический принцип построения систем отсчета [22], а именно: считалось, что собственные движения и параллаксы этих объектов пренебрежимо малы.

Поясним это утверждение. Например, некоторый квазар, отнесенный на расстояние, соответствующее красному смещению $z = 3.0$, в стандартной космологической модели, будет перемещается по небесной сфере с ви-

димой угловой скоростью

$$\mu = 9.8 \frac{v \text{ мкс дуги}}{c \text{ год}}.$$

Здесь c – скорость света, причем в качестве скорости перемещения внегалактического источника v рассматривается только поперечная компонента полной скорости объекта. Если выбрать поперечную скорость квазара v порядка пекулярных скоростей галактик, которые равны ~ 600 км/сек, то угловая скорость перемещения квазара, связанная с собственным движением, составит всего

$$\mu = 0.02 \frac{\text{мкс дуги}}{\text{год}}. \quad (5.2.1)$$

Другими словами, за 30 лет наблюдений видимое перемещение квазара по небесной сфере, связанное с его пекулярной скоростью, составит порядка половины микросекунды (мкс) дуги, что значительно меньше современной точности наблюдений. На этом основании квазары считались неподвижными объектами.

Современные наблюдения показали, что это не так [174]. Квазары и другие объекты, определяющие ICRF, имеют угловые скорости, которые значительно превосходят скорость (5.2.1), так что видимые скорости движения источников оказываются иногда даже больше скорости света.

Существует несколько причин для объяснения таких видимых движений. Одна из причин заключается в том, что астрономы наблюдают так называемый эффект “солнечного зайчика” – проекцию радио джета квазара (или джета из ядра активной галактики), которая движется с видимой скоростью, значительно превышающей скорость света [175, 176].

Еще одна причина заключается в том, что траектория луча света от далекого квазара не является прямой линией, а представляет собой искривленную траекторию из-за нестационарности пространства-времени. Такая нестационарность может быть вызвана, например, гравитационными волнами [177], [178], [179, 180]. Естественно, что при наблюдениях на РСДБ, такой эффект приведет к изменению видимого положения источника на небесной сфере. Скорость видимого перемещения источника будет определяться амплитудой и частотой гравитационных волн и может значительно превышать скорость света, при пересчете на положение источника.

Естественно, что искривлять траекторию луча света могут не только гравитационные волны, но также и гравитационные поля скалярной и векторной природы. Поэтому одной из возможных причин видимого перемещения источников ICRF может быть слабое микролинзирование этих источников звездами и темными телами нашей Галактики [24, 25, 181, 182].

В диссертационной работе анализируются видимые движения внегалактических источников, индуцированные слабым нестационарным мик-

ролинзированием. Эта задача становится особенно актуальной с созданием ICRF2 - нового списка внегалактических источников для целей создания новой уточненной небесной системы координат. Этот список состоит уже из 3000 источников. Везде речь идет о внегалактических источниках, которые входят в список ICRF, другими словами, галактики с активными ядрами и квазары. Вначале рассматриваются вычисления видимой скорости изображений квазаров, вызванные эффектом слабого микролинзирования, далее – вычисление статистических характеристик этого процесса, потом обсуждаются наблюдательные характеристики сильного микролинзирования на звездах и темных телах нашей Галактики, наконец в конце части, посвященной микролинзированию, обсуждаются предсказания основных статистических характеристик связанных с воздействием эффекта слабого микролинзирования на видимое движение источников ICRF2.

5.2.2 Видимые сверхсветовые движения источников

Поясним на простых рассуждениях основные принципы влияния гравитационных полей звезд на движение лучей света. Звезды (и другие массивные объекты нашей Галактики) воздействуют на распространение света следующим образом. Гравитационное поле обладает бесконечным радиусом действия и оно одинаково действует на фотоны света всех частот, искривляя их траекторию. Тело с массой M отклоняет фотон, имеющий прицельный параметр p , на угол $2M/p$ от прямой траектории. Таким образом, наблюдатель увидит угловое отклонение $\sim M/p$ от невозмущенного положения звезды. Этот эффект рассматривался в [25].

На Рис. (5.10) показан эффект слабого микролинзирования. Если угловое расстояние между звездой-линзой D и фоновым источником S не слишком велико, то наблюдатель видит изображение этого источника I смещенным относительно истинного положения.

Усредненное гравитационное поле Галактики, а также его флуктуационные свойства определяются свойствами кривой вращения нашей Галактики. Пачинский [183] высказал идею, что кривая вращения нашей Галактики формируется новым населением звезд, которые образуют сферическое гало нашей Галактики, и состоит из маломассивных звезд. Масса этих звезд слишком мала для того, чтобы в них вспыхнули термоядерные реакции. Поэтому эти звезды являются несветящимися телами, заметить которые очень трудно. Одновременно Пачинский предложил обнаруживать такие тела по их проявлению в процессе микролинзирования и вычислил основные характеристики этого эффекта.

В конце прошлого века наблюдатели по эффекту микролинзирования открыли новую популяцию объектов нашей Галактики — маломассивные темные тела [184, 185, 186]. После почти 15 лет исследований груп-

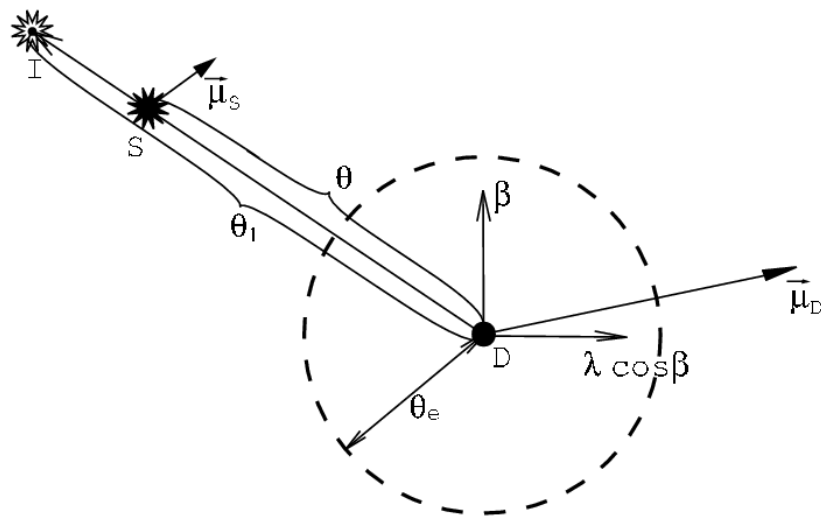


Рис. 5.7. На рисунке показан эффект слабого микролинзирования в картинной плоскости. D обозначает истинное положение гравитационной микролинзы, а S - истинное положение внегалактического источника. Начало координат выбрано в точке, совпадающей с центром тела D . Оси, обозначенные $\lambda \cos \beta$ и β , параллельны соответственно малому кругу широты и меридиану. Векторы $\vec{\mu}_S$ and $\vec{\mu}_D$ - угловые скорости собственного движения внегалактического источника и линзы соответственно. Эйнштейновский конус размера θ_e показан штрихованной линией. Угловое расстояние от линзы D до источника S и его изображения I есть θ и θ_1 соответственно.

па EROS отказалась от интерпретации своих событий как микролинзирования. Они обнаружили, что их события связаны с обычной переменностью звезд. Группы MACHO и OGLE подвели промежуточные итоги исследований. Они считают, что массы темных тел принадлежат интервалу $M \in [0.4 \div 0.5] M_{\odot}$.

В настоящее время существует несколько книг и обзоров, посвященных теоретическому описанию явления гравитационного линзирования и описанию современного состояния наблюдений этого явления [187], [143], [188], [126], [189], [190], [17], [191].

Видимые сверхсветовые движения удаленных источников могут быть вызваны влиянием эффекта гравитационного микролинзирования. Видимое положение фонового источника зависит не только от его истинного положения, но также от положения звезды-линзы. Поэтому смещение звезды-линзы вызывает видимое смещение фонового источника. Поскольку звезда-линза находится в нашей Галактике, то ее угловая скорость может быть значительно больше угловой скорости фонового внегалактического источника. Следовательно, угловая скорость линзированного изображения внегалактического источника определяется по величине в основном угловой скоростью звезды-линзы, хотя угловая скорость самого внегалактического источника тоже дает вклад в видимую скорость перемещения линзированного изображения по небу. Этот вклад полагается значительно меньше чем скорость перемещения изображения, вызванная движением звезды-линзы.

Видимая скорость фонового источника в поле гравитационной линзы, в частности, во время эффекта слабого микролинзирования, рассматривалась в [181], [192]. Вычислим видимую угловую скорость фонового источника при учете эффекта слабого микролинзирования.

Угловое расстояние между фоновым внегалактическим источником (например, квазаром) и звездой-линзой нашей Галактики обозначим:

$$\vec{\theta}_s = \vec{\theta}_{qso} - \vec{\theta}_d.$$

Эффект микролинзирования определяется несколькими безразмерными параметрами. Самый важный - это размер конуса Эйнштейна θ_e . Этот размер определяет характерное расстояние между изображениями и вероятность микролинзирования. Для звезд нашей Галактики размер конуса Эйнштейна порядка 1 мс дуги. Эффект сильного микролинзирования возникает, когда угловое расстояние между звездой-линзой и фоновым объектом θ_s становится меньше, чем угловой радиус конуса Эйнштейна.

Эффект слабого микролинзирования возникает, когда $\theta_s \gg \theta_e$. В этом случае возникает разница между истинным и видимым положениями фо-

нового источника S , которая описывается следующей формулой [25]:

$$\delta\theta = \frac{\theta_e^2}{\theta_s}, \quad (5.2.2)$$

Другими словами, видимое положение источника смещено от истинного в направлении, противоположном направлению на линзу, на величину $\delta\theta$. Здесь $\theta_e = \left(\frac{2r_g}{r}\right)^{1/2}$ – угловой радиус конуса Эйнштейна, зависящий от гравитационного радиуса линзы $r_g = \frac{2GM}{c^2}$ и расстояния до нее r .

Поскольку все звезды (линзы) нашей Галактики обладают собственным движением, то угловой прицельный параметр θ является функцией времени, и видимое положение фонового источника может быть описано функцией вида:

$$\delta\theta = \frac{\theta_e^2}{\sqrt{\theta_0^2 + \mu^2 t^2}}, \quad (5.2.3)$$

где θ_0 — минимальное угловое расстояние линзы относительно источника, μ — взаимная угловая скорость движения линзы и источника по небесной сфере, а время t отсчитывается от момента максимального сближения. Ниже вводятся обозначения:

$$\theta_s = \sqrt{\theta_0^2 + \mu^2 t^2}$$

Величина μ представляет собой разность угловых скоростей внегалактического источника μ_{qso} и линзы μ_d , которая принадлежит нашей Галактике:

$$\vec{\mu} = \vec{\mu}_{qso} - \vec{\mu}_d \quad (5.2.4)$$

Соответственно, видимое положение внегалактического источника на небе будет определяться формулой:

$$\vec{\theta}_{app} = \vec{\theta}_{qso} + \vec{\delta\theta}_s,$$

а видимая угловая скорость фонового источника будет:

$$\mu_{app} = \left(\frac{\theta_e}{\theta_s}\right)^2 \dot{\theta}_s, \quad (5.2.5)$$

Опустим член в формуле (5.2.4), связанный с собственным движением внегалактического источника (которое полагается пренебрежимо малым). Тогда видимая угловая скорость внегалактического источника, возникающая из-за эффекта слабого микролинзирования, есть:

$$\mu_{app} = \frac{\theta_e^2}{\theta_s^3} \mu_d^2 \cdot t, \quad (5.2.6)$$

где μ_{app} – видимая угловая скорость источника. Здесь вычисляется только ее абсолютное значение, поскольку в дальнейшем нас не будут интересовать векторные величины. Из уравнения (5.2.6) видно, что видимая скорость изображения является функцией времени. В момент наименьшего углового расстояния между линзой и фоновым источником, что соответствует времени $t = 0$, видимая угловая скорость изображения обращается в нуль. Легко вычислить, что максимальной видимая скорость становится в момент времени $\mu_d t_m = \frac{1}{\sqrt{2}} \theta_0$. А величина максимальной скорости достигает:

$$|\mu_{app(max)}| = \frac{2}{\sqrt{27}} \frac{\theta_e^2}{\theta_0^2} \mu_d. \quad (5.2.7)$$

Поскольку в эффекте слабого микролинзирования удовлетворяется соотношение $\theta_0 \gg \theta_e$, то видимая угловая скорость внегалактического источника будет, разумеется, меньше угловой скорости линзы, но может значительно превышать собственную угловую скорость этого внегалактического источника.

Момент времени t_{hm} , когда скорость вдвое меньше, чем в максимуме, определяется из уравнения:

$$\sqrt{27} \theta_0^2 \mu_d t_{hm} = \pm (\theta_0^2 + \mu_d^2 t_{hm}^2)^{3/2}. \quad (5.2.8)$$

Два отрицательных корня этого уравнения

$$\begin{aligned} t_1 &= -1.896 \frac{\theta_0}{\mu_d}, \\ t_2 &= -0.205 \frac{\theta_0}{\mu_d} \\ (t_1 < t_2) \end{aligned}$$

соответствуют моментам, когда видимая угловая скорость по модулю становится больше, чем половина максимальной скорости при первом максимуме. Два положительных корня

$$\begin{aligned} t_3 &= 0.205 \frac{\theta_0}{\mu_d}, \\ t_4 &= 1.896 \frac{\theta_0}{\mu_d} \\ (t_3 < t_4) \end{aligned}$$

соответствуют моментам, когда угловая скорость становится больше половины максимальной скорости в период обратного движения. Разница

$t_4 - t_1 = 3.8 \frac{\theta_0}{\mu_d}$ соответствует полному интервалу события слабого микролинзирования. Размер конуса, который соответствует этому интервалу времени, есть:

$$\theta_s = 3.92\theta_0$$

На Рис. (5.8) показано изменение видимой угловой скорости движения внегалактического источника как функция времени. Видно, что скорость имеет два экстремума. Первый экстремум достигается при приближении звезды-линзы к траектории, соединяющей луч света от внегалактического источника и наблюдателя. На картинной плоскости это соответствует наиболее быстрому движению изображения по направлению от истинного положения внегалактического источника. После того, как изображение достигает максимального удаления от истинного положения внегалактического источника на небе, его скорость уменьшается, обращается в нуль, вектор скорости разворачивается и начинается движение в обратном направлении. Таким образом, за время события слабого микролинзирования видимая угловая скорость перемещения источника по небесной сфере два раза достигает максимальной величины, причем вектор скорости во время второго максимума направлен в обратную сторону по отношению к движению во время первого максимума. Это достаточно характерная особенность явления, свойственная только гравитационному микролинзированию.

5.2.3 Статистические характеристики слабого микролинзирования.

Оптическую толщину по гравитационному микролинзированию определяем аналогично [193]. Будем считать для определенности, что все линзы имеют одну и ту же массу M (это упрощение непринципиально), имеем:

$$\tau_{ML} = \int_0^\infty \pi \theta_e^2 n(r) r^2 dr, \quad (5.2.9)$$

где $n(r)$ — концентрация линз.

Выражение (5.2.9) можно переписать в виде:

$$\tau_{ML} = \frac{4G\pi}{c^2} \int_0^\infty \rho(r) r dr, \quad (5.2.10)$$

где $\rho(r) = n(r)M$ — это плотность распределенного в виде линз вещества.

Сходным образом можно определить оптическую толщину по слабому микролинзированию:

$$\tau_{WML} = \int_0^\infty \pi \theta_s^2 n(r) r^2 dr, \quad (5.2.11)$$

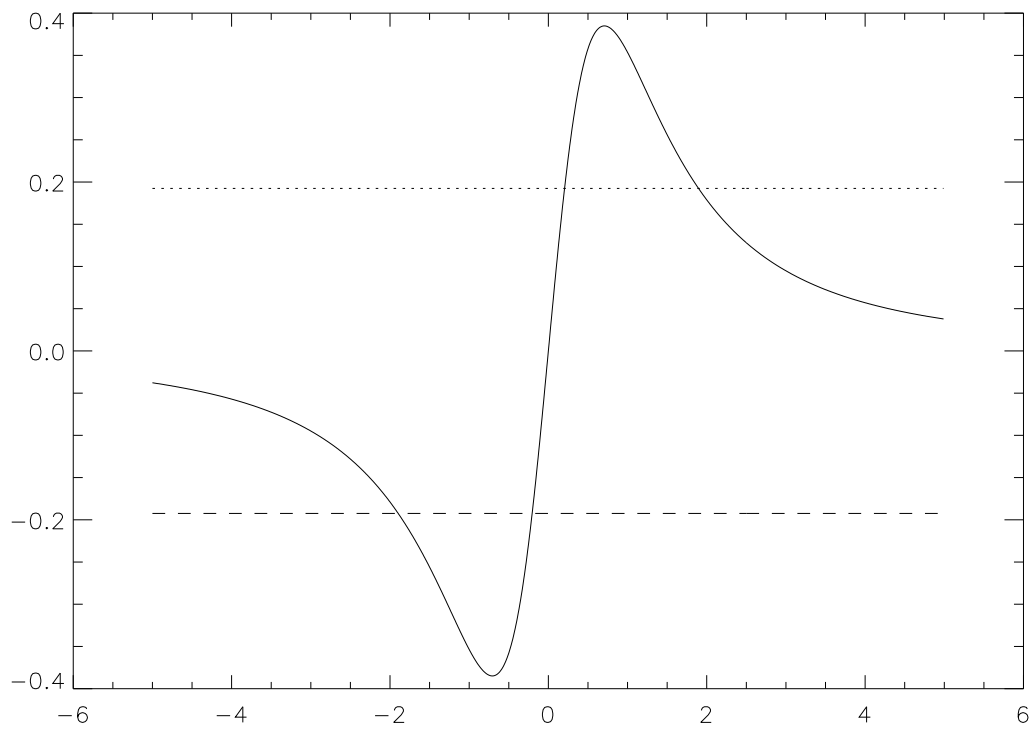


Рис. 5.8. Изменение видимой скорости со временем. По горизонтальной оси отложено время, по вертикальной - скорость. Как время, так и скорость приведены в условных единицах. Видно, что скорость имеет два экстремума. Пунктирная линия и линия состоящая из точек проведены по уровню половины максимальной величины экстремумов (соответственно по половине минимального значения скорости при движении от истинного положения источника и половине максимального значения скорости при движении изображения к месту истинного положения источника).

Такая оптическая толща определяет вероятность событий, которые вызывают отклонение больше, чем (5.2.2). Отметим, что оптическая толща по слабому микролинзированию всегда больше, чем оптическая толща по микролинзированию (5.2.9), поскольку $\theta_s \gg \theta_e$. Это показывает, что эффект слабого микролинзирования более вероятен, чем эффект сильного микролинзирования.

Таким же образом можно определить оптическую толщу по видимым движениям источников с угловыми скоростями $\mu_s > \mu_0$, вызванных эффектом слабого микролинзирования. Из (5.2.11) видно, что она больше оптической толщи по линзированию (площадь круга θ_s в котором собственное движение будет больше заданного превосходит радиус конуса Эйнштейна θ_e в $2.96 \cdot \frac{\mu_d}{\mu_0}$ раз):

$$\tau_{\mu_s > \mu_0} = 2.96 \frac{\mu_d}{\mu_0} \tau_{ML},$$

или выражая оптическую толщу через характеристики распределения звезд и тёмных тел в Галактике получаем:

$$\tau_{\mu_s > \mu_0} = 2.96 \frac{v}{\mu_0} \frac{4G\pi}{c^2} \int_0^\infty \rho(r) r dr, \quad (5.2.12)$$

где v относительная скорость движения линз.

Рассмотрим теперь как часто появляются сверхсветовые скорости из-за эффекта слабого микролинзирования.

Вопрос о частоте событий сильного микролинзирования подробно исследован в [193]. Частоту появления таких событий обозначим, следуя автору, как Γ . Будем также полагать, что скорости звезд в Галактике имеют гауссово распределение с дисперсией скоростей в гало Галактики $\sqrt{\langle v^2 \rangle} \approx 270$ км/с.

Для вычисления средней частоты между событиями воспользуемся простой формулой связывающей частоту событий Γ_{WML} , длительность одного события t_{WML} и оптическую толщу по соответствующим событиям τ_{WML} :

$$\Gamma_{WML} = \frac{\tau_{WML}}{t_{WML}}, \quad (5.2.13)$$

это достаточно общая формула, полученная при самых общих предположениях. В рассматриваемом случае нужно подставить оптическую толщу (5.2.12) и среднюю длительность события t_{WML} .

При слабом микролинзировании среднее время события увеличивается, так как увеличивается размер конуса, внутри которого происходит событие слабого микролинзирования. Увеличивается также оптическая толща по слабому микролинзированию, так как она пропорциональна квадрату

углового размера конуса. Поэтому средняя частота событий растет, а среднее время между событиями слабого микролинзирования уменьшается.

Среднее время продолжительности слабого микролинзового события можно вычислить согласно:

$$t_{WML} = \sqrt{\frac{\mu_d}{\mu_0}} \cdot t_e, \quad (5.2.14)$$

здесь t_e - среднее время микролинзового события.

Поэтому частота наблюдения событий Γ_{WML} при наблюдении только за одним фоновым источником определяется согласно:

$$\Gamma_{WML} = 1.72 \cdot \sqrt{\frac{\mu_d}{\mu_0}} \cdot \Gamma_{ML}, \quad (5.2.15)$$

Если наблюдать N источников, то частота повышается в N раз, а время между событиями уменьшается соответственно в N раз.

Приведем теперь вычисления средних характеристик слабого микролинзирования. Для определенности для распределения масс в гало была принята простая модель изотермической сферы:

$$\rho(r) = \frac{\sigma_v^2}{2\pi G r^2}. \quad (5.2.16)$$

Здесь σ_v - дисперсия скоростей тел в гало, характеризующая „температуру“ изотермического гало. Этот параметр может быть определен из оценок на оптическую толщину по микролинзированию:

$$\tau_{ML} = \frac{4G\pi}{c^2} \int_0^{R_1-R_0} \frac{\sigma_v^2}{2\pi G(r+R_0)^2} r dr = \left(\frac{\sigma_v}{c}\right)^2 \left(\ln \frac{R_1}{R_0} - 1 + \frac{R_1}{R_0}\right) \approx 3.1 \left(\frac{\sigma_v}{c}\right)^2, \quad (5.2.17)$$

$R_0 = 8.5$ кпк – расстояние от Солнца до центра Галактики, $R_1 = 100$ кпк – размер гало, и наблюдения проводятся в направлении антицентра.

Оптическая толщина по скоростям видимых движений может быть представлена как

$$\tau_{\mu_s > \mu_0} = \frac{2v}{\mu_0} \left(\frac{\sigma_v}{c}\right)^2 \int_0^{R_1-R_0} \frac{dr}{(r+R_0)^2} \approx 380 \left(\frac{v}{270 \text{ км/с}}\right) \left(\frac{20 \text{ мкс дуги/год}}{\mu_0}\right) \tau_{ML}, \quad (5.2.18)$$

5.2.4 Наблюдаемые характеристики микролинзирования

Оптическая толща по микролинзированию определяется из наблюдений, сделанных группами MACHO, EROS и OGLE. Эти группы наблюдали микролинзирование в направлении на Большое и Малое Магеллановы Облака (LMC и SMC) и в направлении на балдж Галактики. Эффект микролинзирования в нашей Галактике был открыт почти 20 лет назад [184, 185, 186]. За прошедшее время астрономы наблюдали несколько десятков микролинзовых событий в направлении на БМО и свыше тысячи событий в направлении на балдж нашей Галактики. Результаты наблюдений подытожены в статьях [194, 195]. Коллаборация MACHO закончила свои наблюдения в 1999 г. В течение 6 лет эта коллаборация наблюдала 12 миллионов звезд LMC. Астрономы использовали два критерия, в соответствии с этими критериями можно считать, что наблюдалось 13 или 17 событий микролинзирования. Длительности событий находится в интервале $t_e \sim [13 \div 230]$ дней.

Анализ событий позволил астрономам получить величину оптической толщи по микролинзированию в направлении на БМО:

$$\tau_{LMC(MACHO)} = (1.2(+0.4)(-0.3) \pm 0.24) \times 10^{-7}, \quad (5.2.19)$$

здесь $(+0.4)(-0.3)$ являются случайными ошибками, а ± 0.24 - систематической ошибкой.

Авторы сделали также заключение, что примерно 20% объектов гало нашей Галактики должны состоять из тёмных объектов в интервале масс $0.15 \leq M/M_\odot \leq 0.9$. Было также сделано заключение о более массивных тёмных объектах в нашей Галактике, в частности о потенциальном микролинзировании черными дырами. Они сделали заключение о том, что объекты в интервале масс $0.3 \leq M/M_\odot \leq 30$ не могут составлять остаточную часть гало.

Коллаборация EROS закончила свою работу в 2003 году. В результате наблюдений БМО и анализа их данных [196] был сделан вывод о том, что объекты в интервале масс $2 \cdot 10^{-7} \leq M/M_\odot \leq 1$ не могут составлять более чем 25 % массы гало нашей Галактики. Они определили верхний предел по микролинзированию в направлении на БМО:

$$\tau_{LMC(EROS)} \leq 10^{-7}, \quad (5.2.20)$$

Микролинзирование в направлении на балдж нашей Галактики приводит к другим результатам. Микролинзирование в направлении на балдж было открыто группой OGLE [186]. Первоначальные оценки показывали, что оптическая толща в направлении на балдж в несколько раз больше,

чем в направлении на БМО. В статье группы МАСНО, посвященной результатам наблюдений в направлении балджа Галактики [195] приводится значение для толщи по микролинзированию:

$$\tau_{bulge(MASNO)} = (2.17(+0.47)(-0.38)) \times 10^{-6}, \quad (5.2.21)$$

Конечно, балдж занимает небольшую поверхность на небесной сфере, поэтому значение оптической толщи по микролинзированию в направлении на балдж не является представительным. Скорее всего за представительную величину следует взять оптическую толщину в направлении БМО. Поэтому будем в качестве оценки брать величину $\tau \approx 10^{-7}$.

Характерная длительность событий микролинзирования лежит в интервале 10 - 30 дней [196].

5.2.5 Угловые скорости внегалактических источников.

Вопреки предположению о неподвижности внегалактических радиоисточников, многие из источников списка ICRF движутся. Видимые скорости некоторых превосходят скорость света, что указывает на то, что причины этого видимого движения не являются тривиальными. Скорость внегалактического источника, пересчитанную на его положение, можно вычислить по формуле [197]:

$$v_{app} = (1 + z)R_{ang} \cdot \mu_{app}, \quad (5.2.22)$$

здесь R_{ang} - угловое расстояние до внегалактического источника, которое определяется согласно уравнению:

$$R_{ang} = \frac{c}{H_0} \frac{1}{1+z} \int_0^z \frac{dz}{\sqrt{\Omega_m (1+z)^3 + \Omega_\Lambda}}, \quad (5.2.23)$$

При вычислении R_{ang} выбирается стандартная Λ CDM модель нашей Вселенной. Параметры такой модели выбираются согласно рекомендациям **WMAP + BAO + SN**: $H_0 = 70.1 \pm 1.3$ км/с/Мпк, $\Omega_m = 0.279 \pm 0.013$, $\Omega_\Lambda = 0.721 \pm 0.015$ [198].

Зависимость углового расстояния в стандартной космологической модели от красного смещения z является немонотонной функцией. При малых значениях красного смещения внегалактического источника z угловое расстояние растет, достигает максимального значения для красного смещения $z \approx 1.63$. На Рис. (5.9) показано значение углового расстояния до источника, который имеет красное смещение z . Максимальное значение при такой

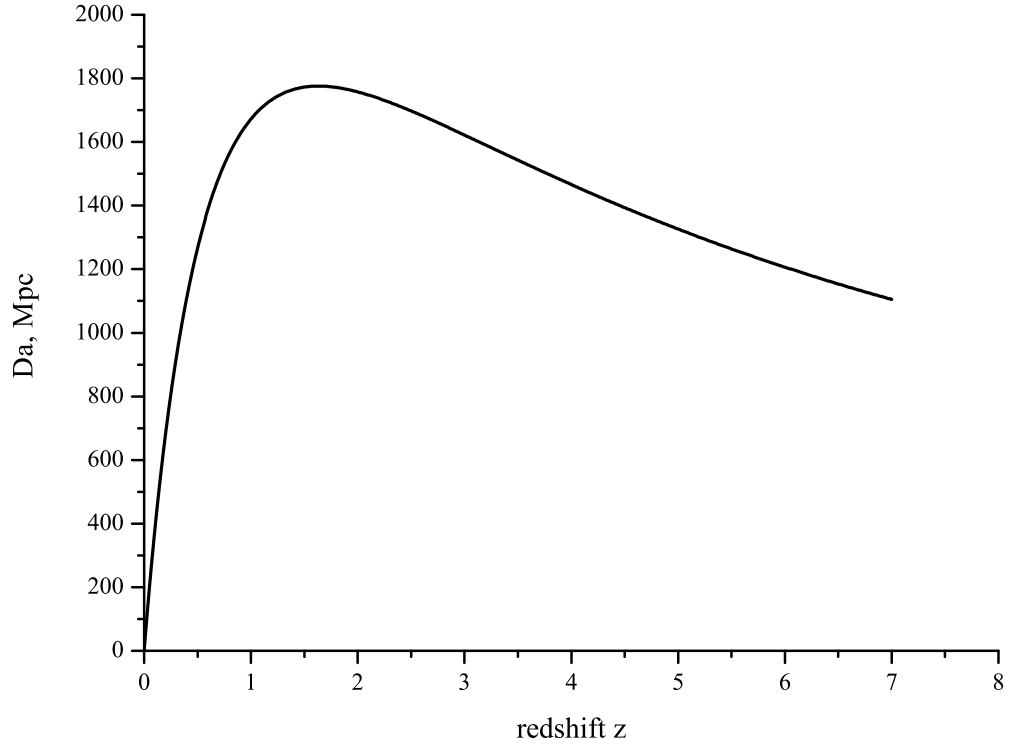


Рис. 5.9. Зависимость углового расстояния R_{ang} до некоторого источника от красного смещения этого источника. Для параметров модели выбираются рекомендованные космологические параметры **WMAP + BAO + SN**.

величине красного смещения приобретает угловое расстояние: $R_{ang} = 1.72$ Гпк. Если внегалактический объект имеет красное смещение $z = 1.63$, то движение со скоростью света соответствует угловой скорости ≈ 15 (мкс дуги)/с.

С помощью (5.2.23) можно вычислить масштабный коэффициент для пересчета угловых размеров в линейные, обозначим его s :

$$s = \left(\frac{R_{ang}(z)}{206.265 \text{ Мпк}} \right) \frac{1_{\text{кпк}}}{1''}$$

Приведем несколько примеров видимых движений источников из списка ICRF [199]:

5.2.5.1 Источник 1044+719

Красное смещение источника 1044+719 есть $z = 1.15$; шкала, т.е. отношение линейных размеров к угловым для такого значения красного смещения,

есть:

$$s = 8.286 \frac{\text{кпк}}{1''},$$

что соответствует линейному расстоянию $r_s = 1.37$ кпк.

За время наблюдения (примерно 17 лет) источник прошел угловое расстояние соответствующее видимой угловой скорости $\mu = 36 \frac{\text{мкс дуги}}{\text{год}}$, что соответствует линейной скорости $v = 2.1c$.

5.2.5.2 Источник 1726+455

Красное смещение источника 1726+455 есть $z = 0.71$; шкала, т.е. отношение линейных размеров к угловым для такого значения красного смещения, есть:

$$s = 7.202 \frac{\text{кпк}}{1''},$$

что соответствует линейному расстоянию $r_s = 1.303$ кпк.

За время наблюдения (примерно 15 лет) источник прошел угловое расстояние соответствующее видимой угловой скорости $\mu = 12 \frac{\text{мкс дуги}}{\text{год}}$, что соответствует линейной скорости $v = 0.49c$.

5.2.5.3 Источник 2145+067

Красное смещение источника 2145+067 есть $z = 0.99$; шкала, т.е. отношение линейных размеров к угловым для такого значения красного смещения, есть:

$$s = 8.04 \frac{\text{кпк}}{1''},$$

что соответствует линейному расстоянию $r_s = 426$ кпк.

За время наблюдения (примерно 23 года) источник прошел угловое расстояние соответствующее видимой угловой скорости $\mu = 24 \frac{\text{мкс дуги}}{\text{год}}$, что соответствует линейной скорости $v = 1.24c$.

5.2.5.4 Источник 2356+385

Красное смещение источника 2356+385 есть $z = 2.70$; шкала, т.е. отношение линейных размеров к угловым для такого значения красного смещения, есть:

$$s = 8.049 \frac{\text{кпк}}{1''},$$

что соответствует линейному расстоянию $r_s = 1.634$ кпк.

За время наблюдения (примерно 13 лет) источник прошел угловое расстояние соответствующее видимой угловой скорости $\mu = 16 \frac{\text{мкс дуги}}{\text{год}}$, что соответствует линейной скорости $v = 1.57c$.

Из приведенных оценок видно, что величина $\mu = 20 \frac{\text{мкс дуги}}{\text{год}}$ примерно соответствует движению со сверхсветовой скоростью.

5.2.6 Заключение.

Оптическая толща по микролинзированию лежит в диапазоне $10^{-6} \div 10^{-7}$. Поскольку величина 10^{-6} измеряется в направлении на балдж нашей Галактики, где существует также повышенная концентрация обычных звезд, а по всей видимости и тёмных тел, то более правильным представляется брать в качестве оценки оптической толщи по микролинзированию во всех направлениях, величину τ , которая наблюдается в направлении на БМО и ММО. Для оценки доли внегалактических источников, которые будут показывать трансверсальные скорости, которые больше скорости света, будем использовать формулу (5.2.18). Таким образом можно сказать, что только небольшая доля ($3.8 \cdot 10^{-5}$) удаленных источников будет показывать видимое движение, вызванное влиянием эффекта микролинзирования со скоростью близкой или превышающей скорость света ($\mu_0 > 20$ мкс дуги/год). Начиная с 2010 года в программе ICRF2 будет наблюдаться 3000 источников. Среднее время между двумя событиями, в которых будут наблюдаться движения со сверхсветовыми скоростями лежит в интервале от 15 000 лет до 40 000 лет при наблюдении одного источника. При наблюдении 3 000 источников этот временной интервал сокращается от 5 до 13 лет. Следовательно в следующую сессию длиной 30 лет можно наблюдать от 2 до 7 событий сверхсветовых движений внегалактических радиоисточников, вызванных эффектом слабого микролинзирования. Конечно, столь большое количество сверхсветовых движений, которые наблюдались за прошедшую сессию объяснить эффектом слабого микролинзирования нельзя.

5.3 Угловой спектр случайных скоростей источников ICRF

Рассмотрен угловой спектр случайных скоростей источников ICRF. Он вычислен в предположении, что видимые угловые скорости источников является случайными и не коррелированными, а позиционный угол скорости каждого источника равномерно распределен по окружности. Амплитуды векторных сферических гармоник имеют спектр вида "белого шума".

Обсуждены опубликованные наблюдательные данные и сделаны предварительные выводы о природе наблюдаемых дипольных и квадрупольных гармоник углового спектра скоростей.

При наблюдениях на РСДБ эффект нестационарности пространства-времени приводил бы к изменению видимого положения источника на небесной сфере. Гравитационные волны до сих пор не обнаружены, хотя согласно теории ранней Вселенной, следует ожидать гравитационно-волнового фона, порожденного в ранней Вселенной [200]. В случае воздействия гравитационных волн скорость видимого перемещения источника будет определяться их амплитудой и частотой, а линейная скорость радиоисточника может значительно превышать скорость света, при пересчете на положение источника.

Первая причина является локальной. Два радиоисточника, разделенные несколькими угловыми градусами являются независимыми. Поэтому видимые движения (из-за эффекта Блэндфорда - Риса) в таких двух источниках являются некоррелированными. Вторая причина является глобальной. Два радиоисточника, разделенные даже несколькими десятками угловых градусов изменяют свое положение под воздействием одной физической причины - гравитационного возмущения с длиной волны порядка космологического горизонта частиц. Поэтому их движения являются коррелированными. Хорошим индикатором таких крупномасштабных корреляция являются мультипольные гармоники с низким значением мультипольного числа l .

Одна гармоника таких видимых движений является выделенной. Это дипольная гармоника. Вклад в самую низкую мультипольную гармонику - дипольную дает ускорение по направлению к галактическому центру нашей Галактики [201], [202], [203], [204] [205]

При учете влияния эффекта слабого микролинзирования на движение радиоисточников, разнесенных на большие углы также, эти движения не будут коррелированы, поскольку значимое влияние эффекта слабого микролинзирования происходит на угловых расстояниях порядка ста размеров конуса Эйнштейна.

Несмотря на то, что в случае, когда причина видимых движений - эффект Блэндфорда - Риса и угловые скорости источников ICRF являются некоррелированными, дипольная и квадрупольная гармоники не равняются нулю. Прежде, чем пытаться объяснить особенности видимых скоростей источников ICRF экзотическими причинами, такими как космологические гравитационные волны, необходимо проанализировать возможность генерации мультипольных гармоник с малыми значениями главного мультипольного числа.

5.3.1 Распределение видимых сверхсветовых движений радиоисточников

Рассмотрим векторное поле видимых скоростей внегалактических источников:

$$\vec{M}(\varphi, \theta) = \mu_\varphi(\varphi, \theta)\vec{e}_\varphi + \mu_\theta(\varphi, \theta)\vec{e}_\theta \quad (5.3.1)$$

Здесь вместо стандартных астрономических координат – прямого восхождения α и склонения δ будем использовать обозначения, принятые в математической физике для сферических координат. А именно, угол в плоскости Oxy будем обозначать φ и считать, что он отсчитывается против часовой стрелки, если смотреть с направления положительных значений оси Oz . Такой выбор осуществляется для того, чтобы уравнение, связывающее этот угол с углом прямого восхождения, было тривиальным: $\varphi = \alpha$. Второй сферический угол будет отсчитываться от оси Oz и обозначать его будем θ , со склонением этот угол связан простым уравнением $\delta = \frac{\pi}{2} - \theta$. Угловые скорости внегалактических объектов обозначаются соответственно μ_φ и μ_θ , причем:

$$\begin{aligned} \mu_\varphi &= \frac{d\varphi}{dt} \sin \theta, \\ \mu_\theta &= \frac{d\theta}{dt}, \end{aligned} \quad (5.3.2)$$

а $\vec{e}_\varphi$ и $\vec{e}_\theta$ в (5.3.1) являются единичными векторами вдоль широты и меридиана соответственно.

Внегалактические источники, которые служат для определения небесной системы координат, распределены достаточно далеко друг от друга, взаимное угловое расстояние между ближайшими соседями составляет несколько градусов. В линейной мере это соответствует расстояниям в десятки мегапарсек. Трудно представить себе физический механизм, который будет вызывать коррелированное движение таких удаленных внегалактических источников. Поэтому наиболее разумным представляется предположение о некоррелированности движений в различных внегалактических источниках.

Процедура обработки наблюдений внегалактических радиоисточников, входящих в список ICRF, включает в себя одновременное уравнивание всех наблюдений и использование условия "no net rotation" [206]. Это условие, вообще говоря, может создавать искусственные корреляции между параметрами выборки, а следовательно и корреляции между видимыми движениями радиоисточников.

Дальнейшие вычисления будут основываться на предположении о корректности обработки и отсутствии корреляции между видимыми движениями радиоисточников, принадлежащих списку ICRF.

Поэтому будем считать, что векторное поле угловых скоростей обладает нулевым значением каждой из компонент средней угловой скорости:

$$\begin{aligned}\langle \mu_\varphi(\varphi, \theta) \rangle &= 0, \\ \langle \mu_\theta(\varphi, \theta) \rangle &= 0,\end{aligned}\tag{5.3.3}$$

и является дельта - коррелированным:

$$\langle \mu_\varphi(\varphi, \theta) \mu_\varphi^*(\varphi', \theta') \rangle = \mu_1^2 \frac{\delta(\varphi - \varphi') \delta(\theta - \theta')}{\sin \theta}\tag{5.3.4}$$

Здесь $\langle \rangle$ угловые скобки означают усреднение по реализациям, $\delta(\varphi - \varphi')$, $\delta(\theta - \theta')$ - дельта функции Дирака от угловых переменных, μ_1^2 - дисперсия движений компоненты угловой скорости по координате φ , а величина $\sin \theta$ является якобианом преобразования от декартовых координат к сферическим. Звездочка справа от величины обозначает комплексное сопряжение.

Аналогичное условие накладывается на компоненту μ_θ :

$$\langle \mu_\theta(\varphi, \theta) \mu_\theta^*(\varphi', \theta') \rangle = \mu_2^2 \frac{\delta(\varphi - \varphi') \delta(\theta - \theta')}{\sin \theta}\tag{5.3.5}$$

Внегалактические источники из списка ICRF считаются распределенными изотропно и однородно, а движения в среднем также обладают свойством глобальной изотропии и однородности. Поэтому можно полагать, что $\mu_1^2 = \mu_2^2 = \mu^2$.

Отметим также, что ошибки в измерениях видимых угловых скоростей также являются некоррелированными, обладают гауссовым распределением и, следовательно, также удовлетворяют условиям (5.3.4), (5.3.5). Таким образом, можно единым способом описать как случайные видимые движения внегалактических источников, так и ошибки измерений. Соответственно угловые спектры двух случайных процессов будут подобными.

Сделанных предположений о характере распределения видимых движений внегалактических источников по небесной сфере достаточно, чтобы вычислить спектр угловых скоростей при разложении в ряд Фурье по сферическим гармоникам.

5.3.2 Сферические векторные гармоники

Функции, заданные на сфере, можно анализировать, разлагая в ряд по сферическим гармоникам. Такие разложения используют при решении за-

дач, в постановке которых имеется сферическая симметрия (инвариантность относительно вращений). Для скалярных полей, заданных на сфере, изучается разложение в ряд по сферическим гармоникам $Y_l^m(\varphi, \theta)$ (см., например, [207]). В этом случае из коэффициентов разложения a_{lm} (амплитуд различных гармоник) можно составить вращательно-инвариантную величину:

$$C_l = \frac{1}{2l+1} \sum_{m=-l}^{m=l} |a_{lm}|^2 \quad (5.3.6)$$

Величины C_l , вычисленные для некоторого скалярного поля на сфере, не зависят от выбора системы сферических координат. Другими словами, величины C_l , вычисленные в экваториальной системе равны величинам C_l , вычисленным в эклиптической системе координат.

В рассматриваемом случае величина, которая задана на сфере, является векторным полем $\vec{M}(\varphi, \theta)$. При разложении векторного поля в ряд по обычным сферическим функциям возникнет "перемешивание". Амплитуды гармоник a_{lm} будут связаны с амплитудами гармоник с $a_{l\pm 1, m}$, другими словами, амплитуды со степенями отличающимися на ± 1 , являются зависимыми, вращательная инвариантность отсутствует и в различных системах координат, повернутых относительно друг друга, амплитуды спектра, возникающего при разложении в ряд по сферическим функциям являются разными.

Для того, чтобы такого "перемешивание" не возникало, векторное поле надо раскладывать по векторным сферическим гармоникам. Полный и ортонормальный набор таких функций может быть получен несколькими способами. Согласно общей теории представления группы вращений, изложенной в [208].

Согласно [208], для разложения векторного поля, заданного на сфере, в ряд, инвариантный относительно вращений, следует поступить следующим образом. В некоторой точке сферы берутся компоненты векторного поля по широте $M_\varphi(\varphi, \theta)$ и меридиану $M_\theta(\varphi, \theta)$. Из них составляются функции двух переменных согласно:

$$M_+ = M_\varphi + iM_\theta, \quad (5.3.7)$$

$$M_- = M_\varphi - iM_\theta. \quad (5.3.8)$$

Каждая из этих функций является инвариантной относительно вращений и разлагается в ряд по своему набору обобщенных сферических функций. Набор сферических функций, по которому разлагается величина M_+ , будем обозначать $Y_{(+)}^m$, а набор функций для разложения M_- будем обозначать $Y_{(-)}^m$.

Здесь следует отметить, что в книге [208] рассматриваются функции трех угловых переменных – трех углов Эйлера: φ_1 , θ , φ_2 . Зависимость от второго угла Эйлера φ_2 появляется в этих функциях в тривиальном виде как $e^{+i\varphi_2}$ и $e^{-i\varphi_2}$. Обобщенные функции, по которым раскладываются вращательно инвариантные линейные комбинации векторных компонент, также зависят от трех углов Эйлера. Зависимость в обобщенных функциях от второго угла Эйлера такая же, как и в самих вращательно инвариантных величинах. Поэтому сокращаем экспоненты $e^{\pm i\varphi_2}$ как в самих функциях, так и во вращательно инвариантных величинах. Угол φ_1 связан с углом φ согласно равенству $\varphi_1 = \frac{\pi}{2} - \varphi$.

Тогда представление в ряд по сферическим обобщенным функциям величин, инвариантных относительно вращений, есть:

$$M_+(\varphi, \theta) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^{m=l} a_{(+)lm} Y_{(+)l}^m(\varphi, \theta), \quad (5.3.9)$$

$$M_-(\varphi, \theta) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^{m=l} a_{(-)lm} Y_{(-)l}^m(\varphi, \theta). \quad (5.3.10)$$

Здесь $a_{(+)lm}$, $a_{(-)lm}$ - амплитуды обобщенных сферических гармоник.

Явный вид обобщенных сферических функций, по которым раскладываются вращательно инвариантные величины M_+ , M_- , есть:

$$Y_{(+)l}^m(\varphi, \theta) = \sqrt{\frac{2l+1}{4\pi}} P_{(+)m}^l(\cos \theta) e^{im\varphi}, \quad (5.3.11)$$

$$Y_{(-)l}^m(\varphi, \theta) = \sqrt{\frac{2l+1}{4\pi}} P_{(-)m}^l(\cos \theta) e^{im\varphi}.$$

Здесь $P_{(\pm 1)m}^l(x)$ - многочлены, определяемые выражениями:

$$P_{(+)m}^l(x) = A_{(+)m}^l (1-x)^{-\frac{m-1}{2}} (1+x)^{-\frac{m+1}{2}} \frac{d^{l-m}}{dx^{l-m}} [(1-x)^{l-1} (1+x)^{l+1}], \quad (5.3.12)$$

$$P_{(-)m}^l(x) = A_{(-)m}^l (1-x)^{-\frac{m+1}{2}} (1+x)^{-\frac{m-1}{2}} \frac{d^{l-m}}{dx^{l-m}} [(1-x)^{l+1} (1+x)^{l-1}],$$

где

$$A_{(+)m}^l = \frac{(-1)^l}{2^l (l-1)!} i \sqrt{\frac{(l-1)!(l+m)!}{(l+1)!(l-m)!}},$$

$$A_{(-1)m}^l = -\frac{(-1)^l}{2^l(l+1)!} i \sqrt{\frac{(l+1)!(l+m)!}{(l-1)!(l-m)!}}.$$

Отметим также, что полиномы (5.3.12) являются полиномами Якоби. Обобщенные сферические функции (5.3.11) являются полным и ортонормированным набором функций. По ним осуществляется разложение векторного поля скоростей, заданных на сфере. Такое разложение является инвариантным относительно вращений. Обобщенные сферические функции удовлетворяют соотношениям:

$$\int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\pi \sin \theta d\theta Y_{(\pm)l}^m(\varphi, \theta) Y_{(\pm)l'}^{*m'}(\varphi, \theta) = \delta_{mm'} \delta_{ll'} \quad (5.3.13)$$

Приведем теперь явный вид этих функций выраженных в виде линейных комбинаций от присоединенного полинома Лежандра.

Многочлены $P_{(\pm 1)m}^l(x)$ выражаются через многочлены вида $P_{0m}^l(x)$ по рекуррентной формуле:

$$P_{(\pm 1)m}^l(\cos \theta) = \frac{i}{\sqrt{l(l+1)}} \left(\frac{\partial P_{0m}^l(\cos \theta)}{\partial \theta} \pm \frac{m}{\sin \theta} P_{0m}^l(\cos \theta) \right), \quad (5.3.14)$$

где $P_{0m}^l(x)$ выражаются через присоединенные полиномы Лежандра. Другими словами, обобщенные сферические функции $Y_{(\pm)l}^m(\varphi, \theta)$ выражаются через обыкновенные сферические функции согласно:

$$Y_{(\pm)l}^m(\varphi, \theta) = \frac{(-1)^m}{\sqrt{l(l+1)}} i \left(\frac{\partial Y_{lm}(\varphi, \theta)}{\partial \theta} \pm \frac{m}{\sin \theta} Y_{lm}(\varphi, \theta) \right), \quad (5.3.15)$$

Введем теперь векторные сферические функции так, чтобы удовлетворить соотношениям (5.3.10) и сохранить единичную норму:

$$\vec{Y}_{(+)l}^m(\varphi, \theta) = \frac{1}{\sqrt{2}} (\vec{e}_\varphi - i\vec{e}_\theta) Y_{(+)l}^m(\varphi, \theta), \quad (5.3.16)$$

$$\vec{Y}_{(-)l}^m(\varphi, \theta) = \frac{1}{\sqrt{2}} (\vec{e}_\varphi + i\vec{e}_\theta) Y_{(-)l}^m(\varphi, \theta), \quad (5.3.17)$$

Значок вектора над $\vec{Y}$ означает, что теперь сферическая функция стала векторным полем. Отметим, что теперь добавляется еще одно соотношение ортогональности, следующее из векторных свойств единичных векторов $\vec{e}_\varphi, \vec{e}_\theta$, а именно, рассмотрим скалярное произведение векторных сферических функций и вычислим полный интеграл по сфере:

$$\int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\pi \sin \theta d\theta \left(\vec{Y}_{(n)l}^m(\varphi, \theta) \cdot \vec{Y}_{(n')l'}^{*m'}(\varphi, \theta) \right) = \delta_{nn'} \delta_{mm'} \delta_{ll'} \quad (5.3.18)$$

Здесь индекс n означает один из знаков $\pm$. Теперь скалярное произведение функций ортогонально на сфере.

Был построен полный и ортонормированный набор векторных сферических гармоник, которые являются вращательно-инвариантными. Таким образом, произвольное векторное поле можно раскладывать в ряд по этим гармоникам:

$$\vec{M}(\varphi, \theta) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^{m=l} \left(\mathbf{A}_{(+)lm} \vec{Y}_{(+)l}^m(\varphi, \theta) + \mathbf{A}_{(-)lm} \vec{Y}_{(-)l}^m(\varphi, \theta) \right), \quad (5.3.19)$$

здесь коэффициенты разложения связаны равенствами вида $\mathbf{A}_{(+)lm} = \frac{1}{\sqrt{2}} a_{(+)lm}$, $\mathbf{A}_{(-)lm} = \frac{1}{\sqrt{2}} a_{(-)lm}$ с коэффициентами разложения в (5.3.10).

Построенный набор функций не является единственным. Согласно теории представлений групп, из одного набора базисных функций всегда можно построить бесконечное количество (вообще говоря) других наборов базисных функций, линейно связанных с основным набором. Для разложения векторных функций, обладающих сферической симметрией, в физике давно использовались несколько наборов функций. Будет рассмотрен только один набор векторных функций, построенный для изучения мультипольного разложения электромагнитного поля. Такие функции были введены в книгах [209], [210].

Авторы [209] проводили разложение электромагнитного поля по векторным сферическим функциям $\vec{Y}_{lm}^{(0)}(\varphi, \theta)$ и $\vec{Y}_{lm}^{(1)}(\varphi, \theta)$. В книге Джексона [210] по функциям, обозначенным $\vec{X}_{lm} [\vec{n} \times \vec{X}_{lm}]$ в [201] векторные сферические гармоники обозначены $\vec{Y}_{lm}^E(\varphi, \theta)$ и $\vec{Y}_{lm}^M(\varphi, \theta)$. Соотношения между функциями введенными в "Квантовой электродинамике" и в книге "Классическая электродинамика" достаточно простое:

$$\vec{Y}_{lm}^{(0)}(\varphi, \theta) = \vec{X}_{lm} \quad (5.3.20)$$

$$\vec{Y}_{lm}^{(1)}(\varphi, \theta) = [\vec{n} \times \vec{X}_{lm}] \quad (5.3.21)$$

векторные гармоники $\vec{Y}_{lm}^E(\varphi, \theta)$ $\vec{Y}_{lm}^M(\varphi, \theta)$, которые используют при разложение поля угловых скоростей на сфере [201] совпадают с функциями Джексона $\vec{Y}_{lm}^M(\varphi, \theta) = \vec{X}_{lm}$ $\vec{Y}_{lm}^E(\varphi, \theta) = [\vec{n} \times \vec{X}_{lm}]$. Следует заметить, что в работе [211] определение гармоник $\vec{Y}_{lm}^E(\varphi, \theta)$ $\vec{Y}_{lm}^M(\varphi, \theta)$ отличается от определений принятых в [201].

Приведем связь гармоник $\vec{Y}_{(\pm)l}^m(\varphi, \theta)$ с гармониками $\vec{Y}_{lm}^E(\varphi, \theta)$ и

$\vec{Y}_{lm}^M(\varphi, \theta)$, которые определены и используются в работе [211]:

$$\vec{Y}_{lm}^E(\varphi, \theta) = -\frac{1}{\sqrt{2}} \left(\vec{Y}_{(-)lm}(\varphi, \theta) - \vec{Y}_{(+)lm}(\varphi, \theta) \right), \quad (5.3.22)$$

$$\vec{Y}_{lm}^M(\varphi, \theta) = \frac{i}{\sqrt{2}} \left(\vec{Y}_{(-)lm}(\varphi, \theta) + \vec{Y}_{(+)lm}(\varphi, \theta) \right). \quad (5.3.23)$$

Разложение функции $\vec{M}(\varphi, \theta)$ по векторным сферическим гармоникам E и M типов будет иметь вид:

$$\vec{M}(\varphi, \theta) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^{m=l} \left(a_{lm}^E \vec{Y}_{lm}^E(\varphi, \theta) + a_{lm}^M \vec{Y}_{lm}^M(\varphi, \theta) \right), \quad (5.3.24)$$

Напишем также зависимость между амплитудами мультипольных коэффициентов с одинаковыми значениями l, m для функций разных наборов:

$$a_{lm}^E = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\mathbf{A}_{(+)lm} - \mathbf{A}_{(-)lm} \right), \quad (5.3.25)$$

$$a_{lm}^M = \frac{i}{\sqrt{2}} \left(\mathbf{A}_{(-)lm} + \mathbf{A}_{(+)lm} \right). \quad (5.3.26)$$

Поскольку большинство исследователей, работающих с распределением угловых скоростей по небесной сфере, работают с векторными гармониками $\vec{Y}_{lm}^E(\varphi, \theta)$ и $\vec{Y}_{lm}^M(\varphi, \theta)$, вычисления будут проводиться с этими векторными гармониками, а затем будет проводиться сравнение полученных результатов с результатами, выраженными в гармониках $\vec{Y}_{(\pm)lm}(\varphi, \theta)$.

5.3.3 Наблюдаемый угловой спектр видимых скоростей

Воспользуемся формулой (5.3.19) и выпишем амплитуды сферических векторных гармоник:

$$\mathbf{A}_{(\pm)lm} = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi} \sin \theta d\theta \left(\vec{M}(\varphi, \theta) \vec{Y}_{(\pm)l}^{m*}(\varphi, \theta) \right) \quad (5.3.27)$$

Найдем теперь квадратичные величины от мультипольных коэффициентов. А именно, вычислим величины $\langle \mathbf{A}_{(+)lm} \mathbf{A}_{(+)l'm'}^* \rangle$, $\langle \mathbf{A}_{(-)lm} \mathbf{A}_{(-)l'm'}^* \rangle$. Попарные произведения от величин с разными знаками в нижних индексах являются, как легко показать, тривиальными: $\langle \mathbf{A}_{(+)lm} \mathbf{A}_{(-)l'm'}^* \rangle = 0$ и $\langle \mathbf{A}_{(-)lm} \mathbf{A}_{(+)l'm'}^* \rangle = 0$.

При вычислении величин вида $\langle \mathbf{A}_{(\pm)lm} \mathbf{A}_{(\pm)l'm'}^* \rangle$ возникают двойные интегралы вида $\int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{2\pi} d\varphi'$ и $\int_0^\pi \sin \theta d\theta \int_0^\pi \sin \theta' d\theta'$ от произведений вида:

$$\langle \mu_\varphi(\varphi, \theta) \left(\vec{e}_\varphi \vec{Y}_{(\pm)l}^{m*}(\varphi, \theta) \right) \mu_{\varphi'}^*(\varphi', \theta') \left(\vec{e}_\varphi \vec{Y}_{(\pm)l}^m(\varphi', \theta') \right) \rangle$$

и аналогичные произведения с заменой $\mu_\varphi \rightarrow \mu_\theta$ $\vec{e}_\varphi \rightarrow \vec{e}_\theta$. После применения усреднений по реализациям к произведениям $\langle \mu_\varphi \cdot \mu_\theta^* \rangle$ и использования формул (5.3.5) получаем выражения вида:

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{A}_{(\pm)lm} \mathbf{A}_{(\pm)l'm'}^* \rangle &= \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\pi \sin \theta d\theta \mu^2 \{ \left(\vec{e}_\varphi \vec{Y}_{(\pm)l}^{m*}(\varphi, \theta) \right) \left(\vec{e}_\varphi \vec{Y}_{(\pm)l}^m(\varphi', \theta') \right) \\ &\quad + \left(\vec{e}_\theta \vec{Y}_{(\pm)l}^{m*}(\varphi, \theta) \right) \left(\vec{e}_\theta \vec{Y}_{(\pm)l}^m(\varphi', \theta') \right) \}, \end{aligned}$$

как легко видеть выражения в фигурных скобках есть скалярное произведение векторных функций $\left(\vec{Y}_{(\pm)l}^{m*}(\varphi, \theta) \vec{Y}_{(\pm)l}^m(\varphi', \theta') \right)$.

Теперь воспользуемся соотношением ортогональности векторных сферических функций (5.3.18) и получим усредненные вторые моменты мультипольных коэффициентов:

$$\langle \mathbf{A}_{(+)lm} \mathbf{A}_{(+)l'm'}^* \rangle = \mu^2 \delta_{mm'} \delta_{ll'} \quad (5.3.28)$$

$$\langle \mathbf{A}_{(-)lm} \mathbf{A}_{(-)l'm'}^* \rangle = \mu^2 \delta_{mm'} \delta_{ll'} \quad (5.3.29)$$

после вычисления амплитуд гармоник электрического и магнитного типа получаются аналогичные соотношения:

$$\langle a_{lm}^E a_{l'm'}^{E*} \rangle = \mu^2 \delta_{mm'} \delta_{ll'} \quad (5.3.30)$$

$$\langle a_{lm}^M a_{l'm'}^{M*} \rangle = \mu^2 \delta_{mm'} \delta_{ll'} \quad (5.3.31)$$

При анализе анизотропии реликтового излучения, который также производится методом разложения в ряд по мультипольным (скалярным) гармоникам, вычисляется вращательно-инвариантная величина C_l , которая определяется согласно [1], [212]:

$$C_l = \frac{1}{2l+1} \sum_{m=-l}^{m=l} \langle |a_{lm}|^2 \rangle,$$

Здесь a_{lm} - амплитуды скалярных мультипольных гармоник.

Аналогично вводим вращательно инвариантную величину:

$$C_l^N = \frac{1}{2l+1} \sum_{m=-l}^{m=l} \langle |a_{lm}^N|^2 \rangle, \quad (5.3.32)$$

здесь верхний индекс N означает одну из возможностей: E , M . После того, как подставим в (5.3.32) значения (5.3.29), (5.3.31) получим выражения для инвариантной величины C_l^N :

$$C_l^N = \mu^2. \quad (5.3.33)$$

Из (5.3.33) видно, что значение C_l^N не зависит от номер мультиполя l , другими словами, векторное поле случайных скоростей источников ICRF дает спектр мультипольных гармоник, независящий от мультипольного числа. В радиотехнике такой спектр называется "белый шум". Спектр вида "белый шум" будет описывать видимые угловые движения возникающие как от эффекта "солнечного зайчика", так и от ошибок измерений. По спектру угловых движений различить две физические причины, которые производят одинаковый спектр невозможно. тем не менее, если хорошо известны ошибки измерений их можно вычесть из дисперсии видимой угловой скорости и разность будет являться средним квадратом случайной скорости движений внегалактических источников.

5.3.4 Доверительные значения C_l^N

Угловой спектр случайного процесса - случайных видимых движений радио источников ICRF - является плоским. Однако, поскольку рассматривается случайный процесс, то и амплитуды мультипольных гармоник являются случайными числами. Будем считать, что амплитуда каждой мультипольной гармоники имеет гауссово распределение с нулевым средним и с дисперсией равной μ^2 . Тогда вращательно инвариантные величины C_l^N имеют χ^2 распределение с $2l+1$ степенями свободы. Количество степеней свободы, вообще говоря, зависит от модели описания случайного процесса. Обсуждение этого вопроса для случая мультипольных гармоник анизотропии реликтового излучения можно найти в [213]. Рассматриваемая ситуация – модельно независимая.

Тогда среднеквадратичное отклонение величины C_l^N есть ΔC_l^N есть:

$$\frac{\Delta C_l^N}{C_l^N} = \sqrt{\frac{2}{2l+1}}$$

Другими словами, величина дипольных гармоники каждого типа (т.е. типа E и типа M по отдельности) меняется от реализации к реализации

на 81%, а величина квадрупольных гармоник каждого типа меняется более чем на 63%. Это ограничивает точность измерений для низких мультипольных гармоник, но точность измерений растет как $\sim 1/\sqrt{l}$ для мультиполей с большим значением l .

Отношение максимального значения дипольных гармоник к минимальному значению достигает 9. Для квадрупольных гармоник это отношение может достигать 4.

Можно ввести сумму величин C^M и C^E . Тогда количество степеней свободы удваивается, а относительная вариация уменьшается в $\sqrt{2}$ раз:

$$\frac{\Delta C_l}{C_l} = \sqrt{\frac{1}{2l+1}},$$

вариации полной величины C_l значительно меньше чем вариации величин $C_l^{E,M}$ типов. Так дипольная компонента меняется только на 67%, а квадрупольная на 50 %.

5.3.5 Сравнения с наблюдениями

Сделаем оценки дипольных и квадрупольных гармоник, известных из литературы. Вначале оценим дипольные компоненты [214]. При сравнении следует отметить, что амплитуды векторных сферических гармоник в этой работе вычислялись по ортогональным функциям, норма которых не равняется единице. Так поле видимых скоростей, которое возникает из-за абберации при ускоренном движении (вектор ускорения есть $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$):

$$\vec{\mu} = (-a_1 \sin \varphi + a_2 \cos \varphi) \vec{e}_\varphi + (-a_1 \cos \varphi \cos \theta + a_2 \sin \varphi \cos \theta + a_3 \sin \theta) \vec{e}_\theta,$$

Поэтому при сравнении надо учитывать, что амплитуды ортонормированных функций есть:

$$a_{10}^E = \sqrt{\frac{8\pi}{3}} a_3,$$

$$a_{1,1}^E = -\sqrt{\frac{4\pi}{3}} (a_1 - ia_2),$$

$$a_{1,-1}^E = -\sqrt{\frac{4\pi}{3}} (a_1 + ia_2),$$

а вращательно-инвариантные величины есть

$$C_1^E = \frac{1}{3} (|a_{10}^E|^2 + |a_{1,1}^E|^2 + |a_{1,-1}^E|^2) = \frac{8\pi}{9} (|a_1|^2 + |a_2|^2 + |a_3|^2)$$

Векторные сферические дипольные гармоники E типа ответственны за вековое ускорение солнечной системы по направлению к центру нашей Галактики [203, 205]. Векторные сферические дипольные гармоники M типа ответственны за вращение нашей Вселенной как целого. К сожалению, это величина не отличима от неравномерности вращения Земли и не может быть извлечена из наблюдений скоростей внегалактических объектов.

$$C^E = 92.3 \left(\frac{\text{мкс дуги}}{\text{год}} \right)^2,$$

$$C^M = 8.7 \left(\frac{\text{мкс дуги}}{\text{год}} \right)^2,$$

Из приведенных величин видно, что отношение дипольной гармоники E типа к гармонике M типа составляет 10,6, что превосходит ожидаемое отношение из "cosmic variance". Поэтому можно утверждать, что эффект в E гармонике вызван какими-либо физическими причинами, а не случайным "шумом" связанным со стохастическим видимым движением внегалактических источников.

Квадрупольные гармоники приведены в нескольких работах. Будут рассмотрены две статьи. Первая статья есть [201]. В ней приведены значения амплитуд квадрупольных гармоник электрического и магнитного типа. Сумма "электрических" гармоник есть:

$$C^E = 2060.3 \left(\frac{\text{мкс дуги}}{\text{год}} \right)^2,$$

а сумма "магнитных" гармоник есть

$$C^M = 3866.5 \left(\frac{\text{мкс дуги}}{\text{год}} \right)^2.$$

Полусумма этих гармоник есть $2963 \left(\frac{\text{мкс дуги}}{\text{год}} \right)^2$, что соответствует ожидаемому значению. Нижняя ожидаемая граница от полусуммы есть $1096 \left(\frac{\text{мкс дуги}}{\text{год}} \right)^2$, а верхняя есть $4830 \left(\frac{\text{мкс дуги}}{\text{год}} \right)^2$. Тем не менее, следует рассматривать эти величины, как верхний предел на соответствующие амплитуды. Поскольку они основывались на измерениях, сделанных свыше 10 лет назад и ошибки измерений примерно равны средним значениям амплитуд, эти значения следует рассматривать только как верхний предел.

В статье [214] амплитуды векторных гармоник существенно отличаются от амплитуд, приведенных в статье [201]. Более того, при сравнении средних значений амплитуд этих гармоник с ошибками измерений видно, что отношение превосходит 3-сигма предел, который обычно считается пороговым значением при обнаружении сигнала.

Сумма “электрических” гармоник есть:

$$C^E = 129 \left(\frac{\text{мкс дуги}}{\text{год}} \right)^2, \quad (5.3.34)$$

а сумма “магнитных” гармоник есть

$$C^M = 11.7 \left(\frac{\text{мкс дуги}}{\text{год}} \right)^2. \quad (5.3.35)$$

Отношение величины гармоники электрического типа к амплитуде гармоники магнитного типа составляет 11. Это явно свидетельствует о наличии сигнала в гармониках электрического типа. По крайней мере, нельзя говорить о том, что квадрупольные гармоники производятся только стохастическим “шумом” в видимых движениях внегалактических источниках.

”Шум” в видимых движениях внегалактических источников можно оценить по дипольной и квадрупольной гармонике магнитного типа. Оценка по дипольной компоненте есть:

$$\mu^2 = 8.7 \left(\frac{\text{мкс дуги}}{\text{год}} \right)^2,$$

а по квадрупольной компоненте есть

$$\mu^2 = 11.7 \left(\frac{\text{мкс дуги}}{\text{год}} \right)^2.$$

Видно, что оценки по дипольной и квадрупольной компонентам не очень отличаются друг от друга. Отсюда можно сделать вывод о том, что средней оценкой видимых стохастических движений внегалактических источников является величина

$$\mu^2 = 10.2 \left(\frac{\text{мкс дуги}}{\text{год}} \right)^2.$$

5.3.6 Заключение.

Здесь вычислен вклад внутренних процессов (связанных с видимым движением ярких ядер внегалактических радио источников и ярких пятен внегалактических радио источников ассоциируемых с облаками вещества), а также вклад ошибок измерений в мультипольный спектр видимых движений внегалактических источников по небесной сфере. Особенно подробно обсуждены дипольная и квадрупольная гармоники, которые уже обсуждались в литературе.

Видимые движения множества внегалактических радио источников могут возникать из-за двух основных причин.

Первая причина заключается в том, что реализуется механизм Блэндфорда-Риса и наблюдаемые скорости становятся даже больше скорости света. Такая причина есть внутренняя причина видимых движений. Такие движения вносят значимый вклад в мультипольные гармоники видимых движений внегалактических источников. Сделана оценка видимой среднеквадратичной скорости движений внегалактических источников. Такая скорость составляет $\mu^2 = 10.2 \left(\frac{\text{мкс дуги}}{\text{год}} \right)^2$. За 30 лет наблюдений какой-либо внегалактический источник может сместиться на 300 мкс дуги, что составляет вполне измеримую величину современными глобальными РСДБ системами.

Вторая причина заключается в том, что по пути от внегалактического источника до наблюдателя может существовать нестационарный ахроматический коэффициент преломления. Такой коэффициент преломления может возникать из-за нестационарных гравитационных полей, например, космологических гравитационных волн.

Движения внегалактических источников рядом авторов предлагалось использовать для детектирования таких волн [178], [201], в этих статьях авторами был наложен верхний предел на возможную плотность космологических гравитационных волн. Другие авторы [179], [180], [214] полагают, что эти верхние пределы можно интерпретировать как детектирование космологических гравитационных волн.

Вообще говоря, необходимо тщательно проанализировать причину и природу видимых движений внегалактических радио источников.

Необходимо вычислить полный (насколько это возможно) спектр мультипольных гармоник, не ограничиваясь только дипольной и квадрупольной составляющей этого спектра, как до сих пор было сделано. Так, возможно будет провести вычисление величин старших мультипольных гармоник для наблюдаемых движений источников из списка ICRF2.

5.4 Вклад космологических скалярных возмущений в угловой спектр скоростей внегалактических источников

Рассматривается возможность влияния адиабатических скалярных возмущений на угловой спектр скоростей внегалактических источников. Вычисляются мультипольные коэффициенты разложения поля угловых скоростей по векторным сферическим функциям. Показано, что для пространственно-плоской Вселенной на стадии доминирования вещества вклад адиабатических возмущений в угловой спектр отсутствует, а на стадии доминирования Λ -члена имеется вклад только в электрические мульт-

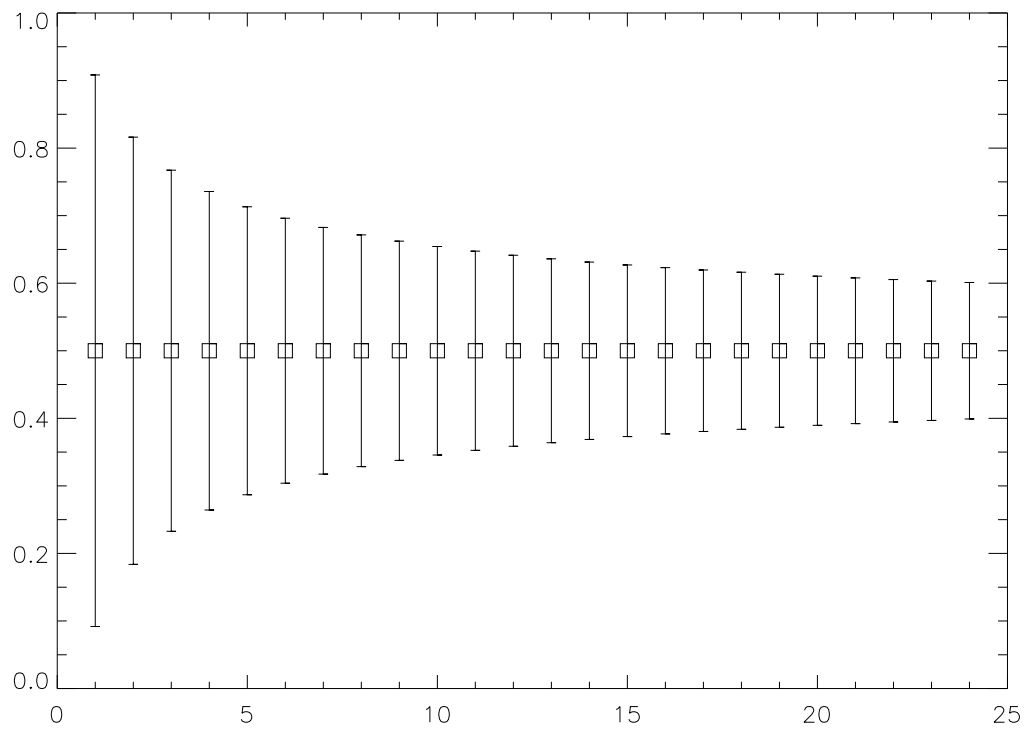


Рис. 5.10. На рисунке представлена зависимость C_l^+ от l . Значения мультипольных коэффициентов показаны квадратиками точками, к каждому квадратику "прикреплена" вертикальная черта, показывающая вариацию среднего значения для различных реализаций.

типольные коэффициенты. Отдельно рассмотрены случаи длинноволновых и коротковолновых возмущений. Обсуждается связь мультипольного спектра угловых скоростей с первичным спектром скалярных возмущений.

5.4.1 Введение

Современные астрометрические наблюдения показали, что внегалактические источники обладают большими угловыми скоростями [174], так что видимые линейные скорости таких источников могут превышать скорость света.

Если нестационарность пространства-времени вызвана наличием гравитационных волн, то видимые движения внегалактических источников (даже отстоящих далеко друг от друга на сфере) являются коррелированными. Таким образом, в этом случае удобно использовать разложение угловых скоростей внегалактических источников по векторным сферическим функциям и дальше работать уже с мультипольными коэффициентами углового спектра видимых движений. Авторы ряда работ полагают, что мультипольный спектр угловых скоростей источников может быть интерпретирован как детектирование космологических гравитационных волн [179], [180].

Отдельно следует упомянуть, что вклад в самую низкую гармонику - дипольную - дает ускорение по направлению к центру нашей Галактики [201], [202], [203], [204], [205].

Другой причиной видимого перемещения внегалактических источников может быть слабое микролинзирование этих источников звездами и телами нашей Галактики [24], [25], [181], [182], [216]. При этом движения радиоисточников, разнесенных на большие углы, не будут коррелированными, поскольку значимое влияние эффекта слабого микролинзирования происходит на угловых расстояниях порядка ста размеров конуса Эйнштейна, что не превышает одной угловой секунды.

Согласно современным наблюдательным данным [214], дипольная и квадрупольная гармоники углового спектр видимых скоростей внегалактических источников не могут быть объяснены только случайными движениями [217]. В связи с этим возрастает актуальность поиска возможных механизмов, искривляющих траектории лучей света от внегалактических источников и вносящих существенный вклад в угловой спектр видимых скоростей. Среди них могут быть как космологические гравитационные волны, так и гравитационные поля скалярной и векторной природы, которые также могут создавать ахроматический коэффициент преломления лучей света на пути от источника к наблюдателю.

В диссертационной работе рассматривается влияние скалярных космологических адиабатических возмущений тёмной энергии на наблюдаемый

угловой спектр скоростей внегалактических источников. Особое внимание уделено скалярным возмущениям в случае пространственно-плоской Вселенной, когда основной вклад в суммарную плотность энергии вносит Λ -член (стадия, доминированная Λ -членом). Показано, что скалярные возмущения вносят вклад только в электрические мультипольные коэффициенты, что является хорошим наблюдательным космологическим тестом для выявления влияния именно тёмной энергии на движение внегалактических источников.

5.4.2 Светоподобные геодезические во Вселенной с возмущениями

Видимое направление на источник на фоне нестационарного пространства-времени можно вычислить двумя способами. Первый заключается в том, чтобы решить уравнение геодезической линии с краевыми условиями: геодезическая кривая выходит из положения внегалактического радиоисточника и приходит к наблюдателю. Второй способ более простой, и он был использован при вычислении задержки, которая возникает в поле гравитационной волны при распространении импульса от пульсара к наблюдателю [218, 219]. Уравнение, описывающее задержку в поле гравитационных волн, получается из $ds = 0$ и имеет вид:

$$T_d = \frac{1}{2} \int h_{\mu\nu} u^\mu u^\nu dl \quad (5.4.1)$$

Вообще говоря [172], вычисление задержки между двумя телескопами системы РСДБ исчерпывает задачу определения направления на источник. Авторы статьи [178] с большой подробностью рассмотрели эту задачу, в частности, показали эквивалентность двух таких методов. Кратко повторим основные аргументы этой работы и найдем видимое направление на далекий источник не только в случае поля гравитационных волн, как сделали авторы предыдущих работ, но и в случае возмущений скалярного типа. Рассматриваются только адиабатические возмущения.

Запишем метрику, включающую малые возмущения на фоне пространственно-плоской, однородной и изотропной Вселенной Фридмана-Робертсона-Уокера, в конформном виде:

$$ds^2 = a^2 (d\eta^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2) + a^2 h_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu \quad (5.4.2)$$

Светоподобные геодезические, по которым распространяются фотоны в расширяющейся Вселенной, инвариантны относительно масштабных преобразований [1], поэтому для удобства дальнейших вычислений все величины будут конформными. Проводится параметризация геодезическим

аффинным параметром λ . Обозначим $x^{(0)\mu}(\lambda)$ невозмущенную геодезическую, а $x^\mu(\lambda) = x^{(0)\mu}(\lambda) + x^{(1)\mu}(\lambda)$ - геодезическую с учётом возмущений первого порядка малости. В случае светоподобных геодезических роль аффинного параметра будет играть конформное время.

Коэффициенты аффинной связности, согласованные с метрикой, можно также представить в виде суммы слагаемых нулевого и первого порядка малости:

$$\Gamma_{\alpha\beta}^\mu = \Gamma_{\alpha\beta}^{(0)\mu} + \Gamma_{\alpha\beta}^{(1)\mu} \quad (5.4.3)$$

В случае конформных координат, метрика (5.4.2) в нулевом порядке представляет собой метрику Минковского, и $\Gamma_{\alpha\beta}^{(0)\mu} = 0$. Для слагаемого первого порядка справедливо выражение

$$\Gamma_{\alpha\beta}^{(1)\mu} = \frac{1}{2} \left(h_{\beta,\alpha}^\mu + h_{\alpha,\beta}^\mu - h_{\alpha\beta}^{\cdot\mu} \right); \quad (5.4.4)$$

Введем также обозначения: $k^{(0)\mu}(\lambda) = \frac{dx^{(0)\mu}(\lambda)}{d\lambda}$, $k^{(1)\mu}(\lambda) = \frac{dx^{(1)\mu}(\lambda)}{d\lambda}$. Для невозмущенной геодезической справедливо

$$x^{(0)\mu}(\lambda_2) = x^{(0)\mu}(\lambda_1) + (\lambda_2 - \lambda_1) k^{(0)\mu} \quad (5.4.5)$$

В первом порядке малости по возмущениям метрики уравнение геодезической имеет вид

$$\frac{d^2 x^{(1)\mu}}{d\lambda^2} + \Gamma_{\alpha\beta}^{(1)\mu} \frac{dx^{(0)\alpha}}{d\lambda} \frac{dx^{(0)\beta}}{d\lambda} = 0; \quad (5.4.6)$$

Введя обозначение [178, 220]:

$$f^{(1)\mu} = -\Gamma_{\alpha\beta}^{(1)\mu} \frac{dx^{(0)\alpha}}{d\lambda} \frac{dx^{(0)\beta}}{d\lambda} = \frac{1}{2} \partial^\mu h_{\alpha\beta} k^{(0)\alpha} k^{(0)\beta} - \partial_\beta h_\alpha^\mu k^{(0)\alpha} k^{(0)\beta}, \quad (5.4.7)$$

можно записать решение уравнения (5.4.7)

$$x^{(1)\mu}(\lambda_2) = x^{(1)\mu}(\lambda_1) + (\lambda_2 - \lambda_1) k^{(1)\mu} + \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} (\lambda_2 - \lambda) f^{(1)\mu}(\lambda) d\lambda \quad (5.4.8)$$

После подстановки (5.4.7) в эту формулу и интегрирования по частям получается выражение (5.4.1) для временной координаты.

Временная и пространственная компоненты четырехвектора $k^{(1)\mu}(\lambda)$ даются выражениями [178]:

$$k^{(1)0} = -\frac{1}{2} k^{(0)\mu} h_{\mu\nu} k^{(0)\nu} - k^{(0)i} \eta_{ij} k^{(1)j}; \quad (5.4.9)$$

$$(\lambda_2 - \lambda_1) k^{(1)i}(\lambda_1) = - \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} (\lambda_2 - \lambda) f^{(1)i}(\lambda) d\lambda, \quad (5.4.10)$$

Приведенные формулы позволят вычислить угловые скорости внегалактических источников, возникающие вследствие влияния скалярных возмущений на светоподобные геодезические.

5.4.3 Скалярные возмущения и угловые скорости источников

Обозначим за $\mathbf{n}$ единичный трехмерный вектор, направленный от точки наблюдения (в нулевом порядке по возмущениям) к источнику. Пусть источник находится в точке $x^{(0)\mu}(\lambda_2 = \eta_0 - L) = (\eta_0 - L, 0^i)$. Нулевая геодезическая соединяет её с точкой $x^{(0)\mu}(\lambda_1 = \eta_0 + \Delta_A)$. Текущая точка на нулевой геодезической в этом случае будет иметь координаты $x^{(0)\mu}(\lambda) = (\lambda, -(\lambda - \eta_0 + L)\mathbf{n})$, а конечная - $x^{(0)\mu}(\lambda_1) = (\eta_0 + \Delta_A, -(\Delta_A + L)\mathbf{n})$. В действительности при наличии возмущений свет не будет распространяться по нулевой геодезической, и в точку пространства $x^{(0)i}(\lambda_1)$ сигнал придёт в несколько иной момент времени. Точка реального приёма сигнала будет иметь координаты $x^{(0)\mu}(\lambda_1) + (x^{(1)0}(\lambda_1), 0^i)$. При наблюдениях на РСДБ это будет интерпретироваться как задержка сигнала.

Рассмотрим скалярные возмущения метрики Фридмана-Робертсона-Уокера в импульсном пространстве в конформной ньютоновой калибровке:

$$h_{00} = 2\Phi(\eta, \mathbf{p}) e^{-i(\mathbf{p}\mathbf{n})(\eta - \eta_0 + L)} \quad (5.4.11)$$

$$h_{0i} = 0 \quad (5.4.12)$$

$$h_{ij} = -2\Psi(\eta, \mathbf{p}) e^{-i(\mathbf{p}\mathbf{n})(\eta - \eta_0 + L)} \delta_{ij} \quad (5.4.13)$$

В приближении идеальной жидкости справедливо

$$\Psi(\eta, \mathbf{p}) = -\Phi(\eta, \mathbf{p}). \quad (5.4.14)$$

В этом случае из (5.4.10) следует

$$k^{(1)i} = \frac{1}{L + \Delta_A} \int_{\eta_0 + \Delta_A}^{\eta_0 - L} d\eta (\eta_0 - L - \eta) e^{-i(\mathbf{p}\mathbf{n})(\eta - \eta_0 + L)} (-2i\Phi(\eta, \mathbf{p}) p^i + 2ip(\mathbf{n}\mathbf{n}_p)\Phi(\eta, \mathbf{p}) n^i - 2\partial_\eta \Phi(\eta, \mathbf{p}) n^i), \quad (5.4.15)$$

Временную задержку с точностью до первого порядка малости можно найти по формуле[172]

$$T_d = (\mathbf{b}\mathbf{s}), \quad (5.4.16)$$

где $\mathbf{b}$ - вектор базы интерферометра, $\mathbf{s}$ - единичный вектор в направлении на источник.

Зададим декартову систему координат таким образом, чтобы введенные вектора имели вид

$$\mathbf{n} = \alpha \hat{\mathbf{x}} + \beta \hat{\mathbf{y}} + \gamma \hat{\mathbf{z}} \quad (5.4.17)$$

$$\mathbf{p} = p \hat{\mathbf{z}} \quad (5.4.18)$$

Осуществим координатное преобразование:

$$\eta' = \eta \left(1 + \Phi e^{-i(\mathbf{p}\mathbf{n})(\Delta_A+L)} \right) \quad (5.4.19)$$

$$x'^i = x^i \left(1 - \Phi e^{-i(\mathbf{p}\mathbf{n})(\Delta_A+L)} \right) \quad (5.4.20)$$

В новых координатах в точке приема сигнала метрика (5.4.2) принимает вид метрики Фридмана-Робертсона-Уокера. При этом временная задержка (5.4.16) может быть вычислена в любой системе координат:

$$T_d = (\mathbf{b}\mathbf{s}) = (\mathbf{b}'\mathbf{s}') . \quad (5.4.21)$$

Единичный вектор в направлении на источник имеет вид [178]

$$s^\mu = -\frac{k^\mu}{|u \cdot k|} + u^\mu \frac{u \cdot k}{|u \cdot k|} . \quad (5.4.22)$$

Легко видеть, что этот вектор пространственно-подобен и имеет единичную норму. Используя (5.4.9), имеем

$$s^i = n^i - k^{(1)i} - k^{(1)0} n^i = n^i - k^{(1)i} + \frac{1}{2} n^m h_{mj} n^j n^i + \frac{1}{2} h_{00} n^i - n_m k^{(1)m} n^i \quad (5.4.23)$$

Определим следующую тройку векторов:

$$\mathbf{b}_{(1)} = B \hat{\mathbf{x}}' \quad (5.4.24)$$

$$\mathbf{b}_{(2)} = B \hat{\mathbf{y}}' \quad (5.4.25)$$

$$\mathbf{b}_{(3)} = B \hat{\mathbf{z}}' \quad (5.4.26)$$

Каждый из этих векторов будем рассматривать как базу интерферометра и найдем компоненты единичного вектора в направлении на источник $\mathbf{s}'$ в декартовой системе координат $\hat{\mathbf{x}}', \hat{\mathbf{y}}', \hat{\mathbf{z}}'$. Во введенных обозначениях они примут вид

$$s'^x = \alpha - \frac{2ip\alpha\gamma}{L + \Delta_A} \int_{\eta_0+\Delta_A}^{\eta_0-L} d\eta (\eta_0 - L - \eta) e^{-ip\gamma(\eta-\eta_0+L)} \Phi(\eta, \mathbf{p}) + \\ + \alpha e^{-ip\gamma(\Delta_A+L)} \Phi(\eta_0 + \Delta_A, \mathbf{p}) \quad (5.4.27)$$

$$s'^y = \beta - \frac{2ip\beta\gamma}{L + \Delta_A} \int_{\eta_0 + \Delta_A}^{\eta_0 - L} d\eta (\eta_0 - L - \eta) e^{-ip\gamma(\eta - \eta_0 + L)} \Phi(\eta, \mathbf{p}) + \\ + \beta e^{-ip\gamma(\Delta_A + L)} \Phi(\eta_0 + \Delta_A, \mathbf{p}) \quad (5.4.28)$$

$$s'^z = \gamma - \frac{2ip\gamma^2}{L + \Delta_A} \int_{\eta_0 + \Delta_A}^{\eta_0 - L} d\eta (\eta_0 - L - \eta) e^{-ip\gamma(\eta - \eta_0 + L)} \Phi(\eta, \mathbf{p}) + \\ + \gamma e^{-ip\gamma(\Delta_A + L)} \Phi(\eta_0 + \Delta_A, \mathbf{p}) + \\ + \frac{2ip}{L + \Delta_A} \int_{\eta_0 + \Delta_A}^{\eta_0 - L} d\eta (\eta_0 - L - \eta) e^{-ip\gamma(\eta - \eta_0 + L)} \Phi(\eta, \mathbf{p}) \quad (5.4.29)$$

Вектор угловой скорости источника вычисляется по формуле

$$\boldsymbol{\mu}' = \partial_{\eta'_0} \mathbf{s}'. \quad (5.4.30)$$

Запишем компоненты угловой скорости $\boldsymbol{\mu}'$ в более удобной для поставленных в диссертационной работе целей сферической системе координат. Поскольку угловая скорость является величиной первого порядка малости по возмущениям, то будет достаточно выражений для α , β и γ в нулевом порядке:

$$\alpha \approx \sin \theta' \cos \phi' \quad (5.4.31)$$

$$\beta \approx \sin \theta' \sin \phi' \quad (5.4.32)$$

$$\gamma \approx \cos \theta' \quad (5.4.33)$$

Компоненты угловой скорости в сферической системе координат будут иметь вид

$$\mu'_r = e^{-ip \cos \theta' (\Delta_A + L)} \partial_{\eta_0} \Phi(\eta_0 + \Delta_A, \mathbf{p}) \quad (5.4.34)$$

$$\mu'_\theta = \frac{2ip}{L + \Delta_A} \partial_{\eta_0} \int_{\eta_0 - L}^{\eta_0 + \Delta_A} d\eta (\eta_0 - L - \eta) e^{-ip \cos \theta' (\eta - \eta_0 + L)} \Phi(\eta, \mathbf{p}) \sin \theta' \quad (5.4.35)$$

$$\mu'_\phi = 0 \quad (5.4.36)$$

Компонента μ'_ϕ равна нулю при любом законе эволюции потенциала $\Phi(\eta)$. Компонента μ'_r в общем случае нулю не равна, однако ее измерение с требуемой точностью невозможно. Радиальную компоненту угловой скорости, связанную с отклонением света от нулевой геодезической, можно было бы отличить от таковой, связанной с хаббловским потоком, только если бы было возможно определить расстояние до источника независимым методом с требуемой точностью. Поэтому основной интерес для нас представляет компонента угловой скорости μ'_θ .

5.4.4 Скалярные возмущения на стадии доминирования вещества и стадии доминирования Λ -члена

Легко видеть, что в частном случае Вселенной, заполненной нерелятивистским веществом, скалярные возмущения не будут вносить вклад в наблюдаемый спектр угловых скоростей. Для стадии доминирования вещества основной является постоянная мода [1]

$$\Phi(\eta) = \Phi = \text{const}, \quad (5.4.37)$$

отклонения света от невозмущенной геодезической являются стационарными, и поэтому видимая угловая скорость, вызванная адиабатической скалярной модой, на стадии доминирования вещества отсутствует:

$$\mu = 0 \quad (5.4.38)$$

Для применения полученных результатов к нашей Вселенной, описываемой стандартной космологической моделью Λ CDM, необходимо знать закон эволюции гравитационного потенциала $\Phi(\eta)$. В аналитическом виде эта зависимость не выражается, и, как следствие, аналитических выражений для компонент угловой скорости и мультипольных коэффициентов углового спектра получить не удаётся. Однако ряд качественных особенностей можно обнаружить, рассматривая возмущения глубоко на Λ -доминированной стадии, имея в виду, конечно, что численные оценки в этом случае справедливы лишь по порядку величины.

Гравитационный потенциал в случае стадии, доминированной Λ -членом, имеет следующий вид (см. [1], [86]):

$$\Phi = \Phi_1 (\eta_\infty - \eta) + \Phi_2 (\eta_\infty - \eta)^3, \quad (5.4.39)$$

где η_∞ - конформный момент времени бесконечно удаленного будущего. Оба слагаемых представляют собой падающие моды ($a \sim \frac{1}{\eta_\infty - \eta}$), причём второе убывает при расширении Вселенной значительно быстрее.

Выразим гравитационный потенциал на стадии, доминированной Λ -членом, через потенциал на пылевидной стадии. Условия сшивки решений и их первых производных в момент перехода на стадию Λ -доминирования имеют вид

$$\Phi_0 = \Phi_1 (\eta_\infty - \eta_\Lambda) + \Phi_2 (\eta_\infty - \eta_\Lambda)^3; \quad (5.4.40)$$

$$0 = 3\Phi_2 (\eta_\infty - \eta_\Lambda)^2 + \Phi_1, \quad (5.4.41)$$

откуда для доминирующей моды имеем выражение

$$\Phi(\eta, \mathbf{p}) \approx \frac{3\Phi_0(\mathbf{p})}{2} \frac{\eta_\infty - \eta}{\eta_\infty - \eta_\Lambda} e^{-i(\mathbf{p}\mathbf{n})(\eta - \eta_0 + L)}, \quad (5.4.42)$$

где через $\Phi_0(\mathbf{p})$ обозначен гравитационный потенциал на пылевидной стадии.

Применим результаты проделанных расчетов (5.4.35) и (5.4.36) к потенциалу, эволюционирующему таким образом. Интересующая нас компонента угловой скорости μ_θ в сферической системе координат имеют следующий вид:

$$\mu_\theta = 3\Phi_0(\mathbf{p}) \frac{ip}{\eta_\infty - \eta_\Lambda} \frac{\sin \theta}{L + \Delta_A} \partial_{\eta_0} \int_{\eta_0 - L}^{\eta_0 + \Delta_A} d\eta (\eta_0 - L - \eta) (\eta_\infty - \eta) e^{-ip \cos \theta (\eta - \eta_0 + L)} \quad (5.4.43)$$

Компонента μ_ϕ , как и в общем случае, равна нулю.

5.4.5 Мультипольный спектр угловых скоростей

Угловые скорости представляют собой векторное поле на сфере. Такие поля можно анализировать, разлагая их в ряд Фурье. При разложении векторного поля в ряд по обычным сферическим функциям $Y_l^m(\theta, \phi)$ возникнет "перемешивание". Амплитуды гармоник a_{lm} будут связаны с амплитудами гармоник со степенями, отличающимися на ± 1 . Такое разложение не будет являться вращательно-инвариантным, и в различных системах координат, повернутых друг относительно друга, амплитуды спектра, возникающего при разложении в ряд по сферическим функциям, являются разными. Для того, чтобы такого "перемешивания" не возникало, векторное поле надо раскладывать в ряд по векторным сферическим функциям [208]. Большинство исследователей, работающих с распределением угловых скоростей по небесной сфере, работают с так называемыми электрическими и магнитными векторными сферическими функциями [201], [179], [180], [217], [211], определяемыми с точностью до несущественного коэффициента, по модулю равного единице, следующим образом:

$$\mathbf{Y}_{lm}^E(\theta, \phi) = \frac{1}{\sqrt{l(l+1)}} \left(\mathbf{e}_\theta \frac{\partial Y_{lm}(\phi, \theta)}{\partial \theta} + \mathbf{e}_\phi \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial Y_{lm}(\phi, \theta)}{\partial \phi} \right), \quad (5.4.44)$$

$$\mathbf{Y}_{lm}^M(\theta, \phi) = \frac{1}{\sqrt{l(l+1)}} \left(-\mathbf{e}_\phi \frac{\partial Y_{lm}(\phi, \theta)}{\partial \theta} + \mathbf{e}_\theta \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial Y_{lm}(\phi, \theta)}{\partial \phi} \right), \quad (5.4.45)$$

Вычисления будут проводиться с указанным набором векторных сферических функций. Для дальнейших вычислений будет использована формула разложения комплексной экспоненты в ряд по полиномам Лежандра [207]:

$$e^{-ix \cos \theta} = \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) (-i)^l j_l(x) P_l(\cos \theta) \quad (5.4.46)$$

Нетрудно видеть, что отличными от нуля будут только мультипольные коэффициенты разложения по электрическим векторным сферическим гармоникам для $m = 0$:

$$a_{l0}^E = \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \sin \theta d\theta d\phi (\boldsymbol{\mu} \mathbf{Y}_{l0}^E) = \frac{6ip}{\eta_\Lambda - \eta_\infty} \Phi_0(\mathbf{p}) (-i)^{l+1} \sqrt{\pi l(l+1)(2l+1)} F_l, \quad (5.4.47)$$

где через F_l обозначено выражение

$$F_l = \frac{(-1)^{l+1}}{p^2 L} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \int_0^{pL} \frac{J_{l+\frac{1}{2}}(x)}{\sqrt{x}} dx \quad (5.4.48)$$

Мультипольные коэффициенты разложения по магнитным векторным сферическим функциям будут равны нулю. Заметим, что отсутствие вклада в магнитные мультиполи справедливо не только на стадии, доминированной Λ -членом, а является общим свойством скалярных возмущений. В этом легко убедиться, воспользовавшись формулами (5.4.35) и (5.4.45).

Вращательно-инвариантные мультипольные коэффициенты разложения по электрическим векторным сферическим функциям имеют вид

$$C_l^E = \frac{36}{(\eta_\infty - \eta_\Lambda)^2} p^2 |\Phi_0(\mathbf{p})|^2 \pi l(l+1) F_l^2 \quad (5.4.49)$$

Содержащийся в (5.4.48) интеграл выражается через обобщенную гипергеометрическую функцию [221]:

$$\int_0^{pL} \frac{J_{l+\frac{1}{2}}(x)}{\sqrt{x}} dx = \frac{(pL)^{l+1}}{2^{l+\frac{1}{2}} (l+1) \Gamma(l+\frac{3}{2})} {}_1F_2 \left(\frac{l+1}{2}, \frac{l+3}{2}, \frac{2l+3}{2}, -\frac{(pL)^2}{4} \right), \quad (5.4.50)$$

и тогда вращательно-инвариантные величины принимают вид

$$\begin{aligned} C_l^E &= \\ &= \frac{18\pi^2}{(\eta_\infty - \eta_\Lambda)^2} |\Phi_0(\mathbf{p})|^2 \frac{l}{(l+1)} \frac{(pL)^{2l}}{2^{2l+1} \Gamma^2(l+\frac{3}{2})} \times \\ &\quad \times {}_1F_2 \left(\frac{l+1}{2}, \frac{l+3}{2}, \frac{2l+3}{2}, -\frac{(pL)^2}{4} \right), \end{aligned} \quad (5.4.51)$$

Отдельно рассмотрим случай длинноволновых и коротковолновых возмущений. В коротковолновом случае, при $pL \gg 1$, обобщенная гипергеометрическая функция ${}_1F_2$ имеет следующую асимптотику [222]:

$${}_1F_2 \left(\frac{l+1}{2}, \frac{l+3}{2}, \frac{2l+3}{2}, -\frac{(pL)^2}{4} \right) = \Gamma \left(\frac{l+3}{2} \right) \Gamma \left(\frac{2l+3}{2} \right) \left(\frac{(pL)^{-l-1}}{2^{-l-1}} \frac{1}{\Gamma \left(\frac{l+2}{2} \right)} + \frac{(pL)^{-l-2}}{2^{-l-2}} \frac{1}{\sqrt{\pi} \Gamma \left(\frac{l+1}{2} \right)} \cos \left(pL - \frac{\pi(l+2)}{2} \right) \right) \quad (5.4.52)$$

Поэтому в случае коротковолновых возмущений вращательно-инвариантные мультипольные коэффициенты примут вид

$$C_l^E = \frac{36\pi}{(\eta_\infty - \eta_\Lambda)^2} |\Phi_0(\mathbf{p})|^2 \frac{l(l+1)}{p^2 L^2} \left(\frac{\sqrt{\pi} \Gamma \left(\frac{l+1}{2} \right)}{2 \Gamma \left(\frac{l+2}{2} \right)} + \frac{\cos \left(pL - \frac{\pi(l+2)}{2} \right)}{pL} \right)^2 \quad (5.4.53)$$

В случае длинных волн $pL \ll 1$, обобщенная гипергеометрическая функция практически не отличается от единицы, и

$$C_l^E = \frac{18\pi^2}{(\eta_\infty - \eta_\Lambda)^2} |\Phi_0(\mathbf{p})|^2 \frac{l}{(l+1)} \frac{(pL)^{2l}}{2^{2l+1} \Gamma^2 \left(l + \frac{3}{2} \right)}. \quad (5.4.54)$$

Возмущения с более короткими длинами волн вносят вклад в более высокие мультиполи. Вращательно-инвариантный коэффициент C_l^E как функция p имеет характерный первый максимум, который достигается в тем большей точке, чем больше мультипольное число l .

Полученный спектр мультипольных электрических гармоник разложения поля угловых скоростей по векторным сферическим функциям связан с первичным спектром скалярных возмущений. В предположении гауссового характера возмущений спектр мощности для начальных значений гравитационного потенциала определяется соотношением [1]

$$\langle \Phi_{(i)}(\mathbf{p}) \Phi_{(i)}(\mathbf{p}') \rangle = \frac{P_\Phi(p)}{(2\pi)^3} \delta(\mathbf{p} + \mathbf{p}') \quad (5.4.55)$$

Гравитационный потенциал адиабатических возмущений, входящих под горизонт на пылевидной стадии, связан с начальным значением гравитационного потенциала следующим образом [1]:

$$\Phi_0 = \frac{9}{10} \Phi_{(i)} \quad (5.4.56)$$

После интегрирования по трехмерному импульсу связь мультипольных коэффициентов с первичным спектром мощности значений гравитационного потенциала принимает следующий вид:

$$C_l^E = \frac{729}{100} \frac{l}{(l+1)} \times \\ \times \int dp \frac{P_\Phi(p)}{(\eta_\infty - \eta_\Lambda)^2} \frac{(pL)^{2l+2}}{L^2 2^{2l+1} \Gamma^2(l + \frac{3}{2})} {}_1F_2^2 \left(\frac{l+1}{2}, \frac{l+3}{2}, \frac{2l+3}{2}, -\frac{(pL)^2}{4} \right),$$

Для случая плоского спектра Харрисона-Зельдовича

$$P_\Phi(p) = \frac{2\pi^2}{p^3} A_\Phi, \quad (5.4.57)$$

где A_Φ - амплитуда возмущений, вращательно-инвариантные мультипольные коэффициенты имеют вид

$$C_l^E = \frac{729\pi^2}{50} \frac{A_\Phi}{(\eta_\infty - \eta_\Lambda)^2} \frac{l}{(l+1)} \times \\ \times \int_0^\infty d(pL) \frac{(pL)^{2l-1}}{2^{2l+1} \Gamma^2(l + \frac{3}{2})} {}_1F_2^2 \left(\frac{l+1}{2}, \frac{l+3}{2}, \frac{2l+3}{2}, -\frac{(pL)^2}{4} \right),$$

Запишем это выражение в несколько иных обозначениях:

$$C_l^E = \mu_0^2 \kappa_l, \quad (5.4.58)$$

где $\mu_0^2 = \frac{A_\Phi}{(\eta_\infty - \eta_\Lambda)^2}$. Для адиабатических скалярных возмущений амплитуда спектра известна из наблюдений анизотропии температуры космического микроволнового фона и составляет $A_\Phi = \frac{4}{9} A_R \approx 1,08 \cdot 10^{-9}$ [151], конформные моменты времени $\eta_\Lambda \approx 2.82 H_0^{-1}$, $\eta_\infty \approx 4.57 H_0^{-1}$ [86], хаббловское время $H_0^{-1} \approx 14$ млрд лет. В результате имеем $\mu_0^2 \approx 7.65 \cdot 10^{-8} (\text{мкс дуги/год})^2$. В частности, для дипольной электрической гармоники будет справедлива оценка $C_1^E \approx 2.07 \cdot 10^{-6} (\text{мкс дуги/год})^2$, а для квадрупольной $C_2^E \approx 1.49 \cdot 10^{-6} (\text{мкс дуги/год})^2$. Эти числа значительно меньше тех значений, которые получены в [217] на основании экспериментальных данных.

5.4.6 Заключение

В настоящей работе рассмотрен вклад скалярных возмущений в угловой спектр скоростей внегалактических источников в пространственно-плоской Вселенной. Вычислены мультипольные коэффициенты разложения поля

угловых скоростей на сфере по векторным сферическим функциям. Показано, что для Вселенной, заполненной пылью, такой вклад отсутствует, а в общем случае скалярные возмущения вносят вклад только в электрические мультипольные коэффициенты. Это находится в согласии с экспериментальными данными, согласно которым в электрических дипольной и квадрупольной гармониках имеется сигнал, который нельзя объяснить только случайными движениями внегалактических источников[217], и скалярные возмущения могут вносить вклад в этот сигнал.

В то же время вклад, вносимый адиабатическими скалярными возмущениями для Вселенной, в которой доминирующий вклад в плотность энергии вносит Λ -член, в мультипольный спектр угловых скоростей внегалактических источников, весьма мал. Характерные значения низших мультипольных коэффициентов, которые возникают вследствие наличия скалярных адиабатических возмущений, порядка 10^{-6} (мкс дуги/год)². Это не позволяет полностью объяснить наблюдаемый сигнал в электрических гармониках влиянием адиабатических скалярных возмущений, эволюционирующих на Λ -доминированной стадии.

На Рис. (5.11) представлена зависимость относительных величин электрических мультипольных коэффициентов в случае плоской волны от pL .

На Рис. (5.12) представлена зависимость относительных величин электрических мультипольных коэффициентов κ_l в случае плоского спектра Харрисона-Зельдовича от номера мультиполя.

5.5 Дополнительные источники кривизны Вселенной

Помимо тёмной энергии различных типов, возможные проявления которой были рассмотрены выше, существуют и альтернативные факторы влияния на глобальную динамику нашей Вселенной.

Было проанализировано распространение света во Вселенной, обладающей неоднородностями плотности (т.н. эффект Зельдовича), которые могут оказывать систематическое влияние на угловые расстояния и видимые звездные величины удаленных от наблюдателя источников. Эффект Зельдовича может быть представлен в терминах эффективной кривизны, которая пропорциональна величинам неоднородностей. Были оценены эффективная кривизна, радиус кривизны и среднее расстояние между точками сопряжения для тех случаев, когда в качестве неоднородностей плотности принимались звезды в Галактике, галактики, а также скопления галактик. Также была обсуждена возможность наблюдательных проверок такого эффекта.

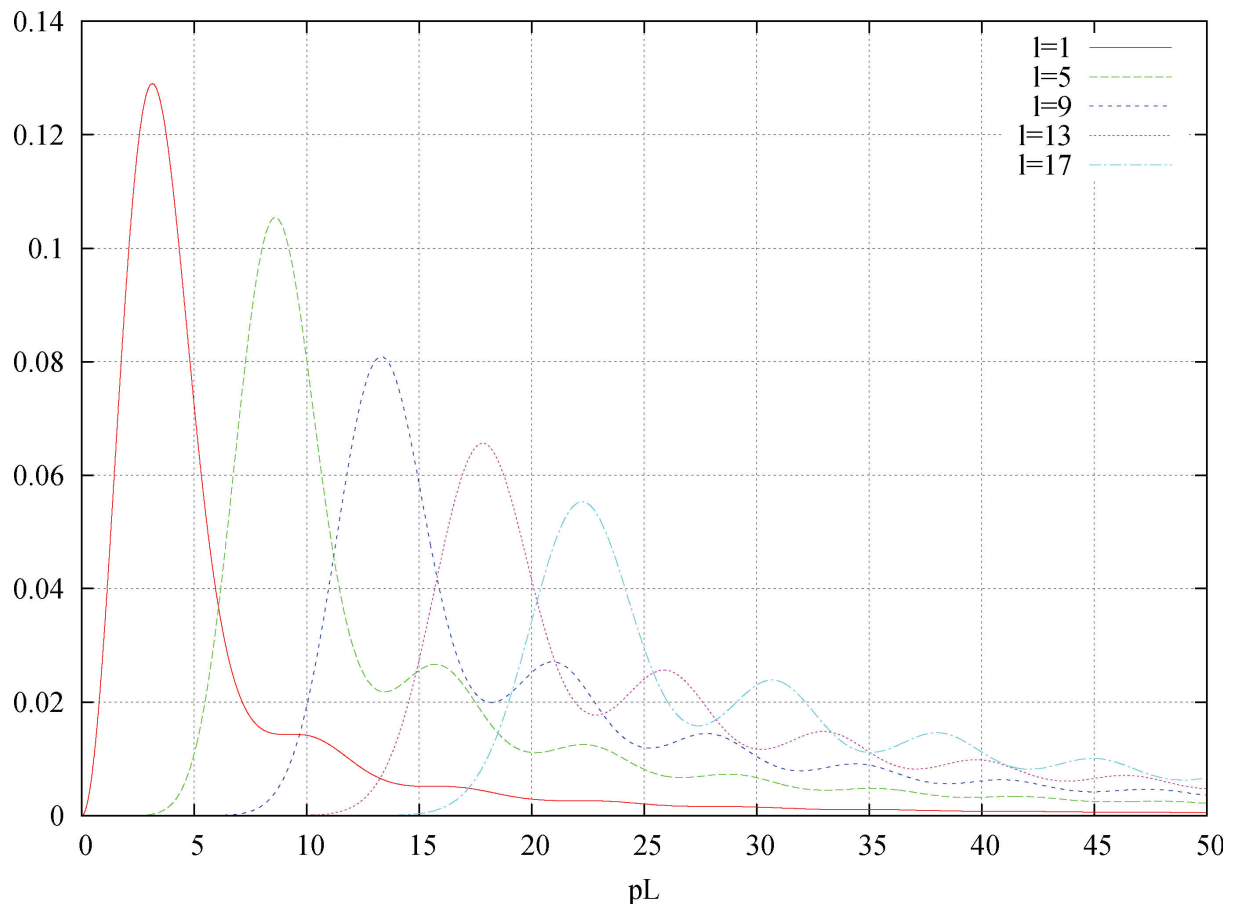


Рис. 5.11. На рисунке представлена зависимость относительных величин электрических мультипольных коэффициентов в случае плоской волны от pL .

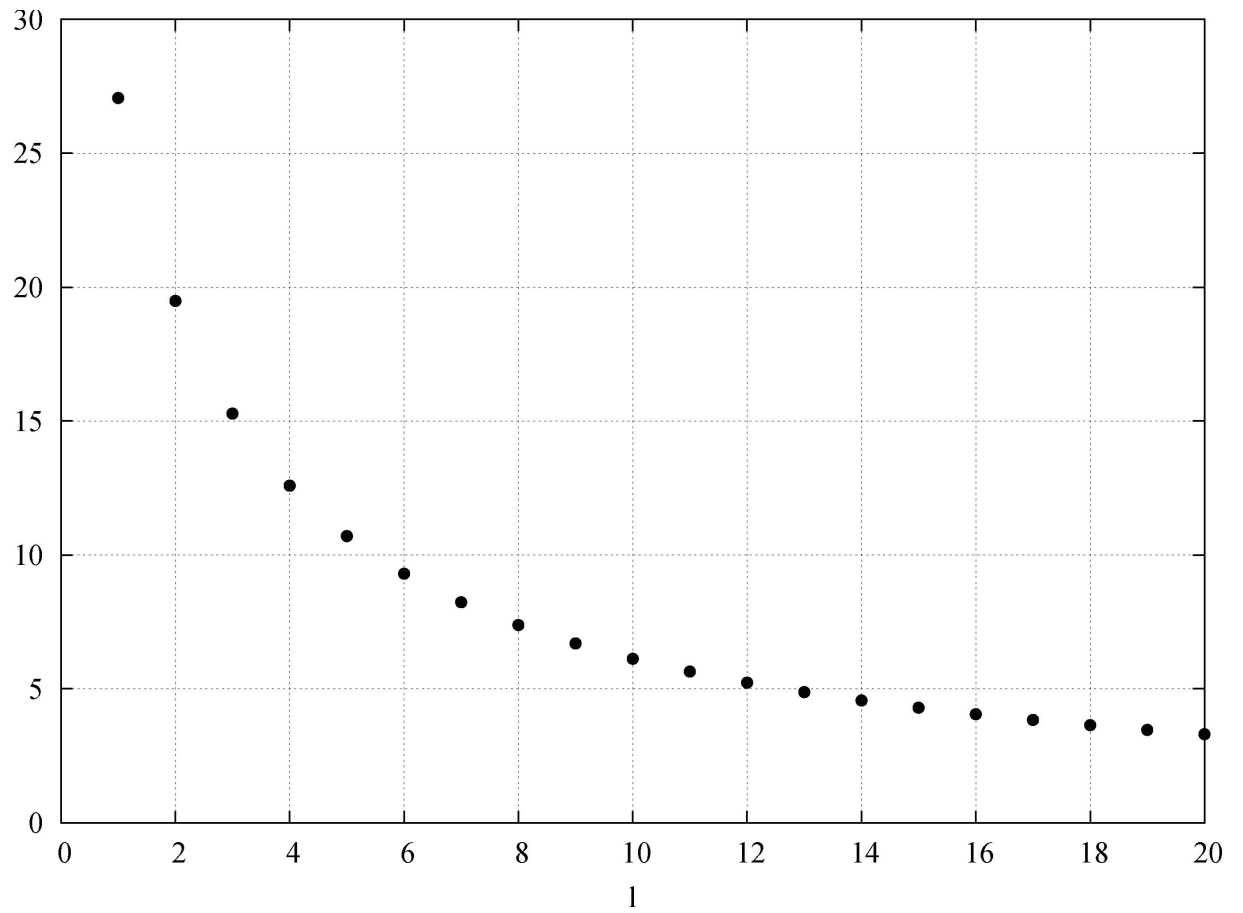


Рис. 5.12. На рисунке представлена зависимость относительных величин электрических мультипольных коэффициентов κ_l в случае плоского спектра Харрисона-Зельдовича от номера мультиполя.

Отклонения на малых масштабах от однородности и изотропии Вселенной, обусловленные объектами - звездами, галактиками, скоплениями галактик - способны производить систематические искажения в космологических тестах [223], [224]. В указанных работах был предложен корректирующий член, физический смысл которого заключается в том, что Вселенная, пространственное сечение которой обладает в среднем нулевой кривизной ($K = 0$), может проявлять себя как открытая Вселенная ($K < 0$). Однако этот эффект был представлен в форме малых поправок к наблюдаемым величинам (угловым размерам источников и видимым красным смещениям удаленных объектов), которые не могут быть записаны в терминах глобальных геометрических параметров Вселенной, например, кривизны сопутствующего пространства.

Эффект Зельдовича может быть записан в терминах современной стохастической теории. Распространение света во Вселенной, которая однородна только в среднем, может быть записано в виде решения уравнения Якоби:

$$y'' + K(x)y = 0 \quad (5.5.1)$$

с начальными условиями $y(0) = 0, y'(0) = 1$. Здесь y – величина отклонения от геодезической, а x – расстояние вдоль геодезической кривой Γ . Кривизна $K = \bar{K} + k(x)$ – кривизна в двумерном направлении, которая есть сумма средней кривизны $\bar{K}$ и случайных вариаций кривизны $k(x)$, связанных с отклонениями Вселенной от однородности и изотропии. Поведение среднего поля Якоби $Y = \langle y \rangle$ описывается уравнением:

$$Y'' + YK_{eff} = 0 \quad (5.5.2)$$

где

$$K_{eff} = \bar{K} - k^2\delta^2/3, \quad (5.5.3)$$

а $k = \sqrt{\langle k(x)^2 \rangle}$ – среднеквадратичное отклонение флуктуации кривизны, δ – корреляционная длина.

Таким образом, рассматриваемая модель следующая [225]: наблюдатель расположен во Вселенной с критической плотностью (следовательно, с нулевой кривизной) и с мелкомасштабными отклонениями от однородности и изотропии, как если бы Вселенная обладала отрицательной эффективной кривизной K_{eff} , которая пропорциональна амплитуде неоднородностей.

Пусть среднее значение кривизны $\bar{K} = 0$, а флуктуации плотности (и, следовательно, и возмущения кривизны малы). Согласно (5.5.3), Вселенная теперь будет характеризоваться отрицательной эффективной кривизной. Тем не менее, есть ненулевая вероятность, что множество областей

положительной кривизны достаточно велико, чтобы играть роль гравитационной линзы, или, в терминах геометрии, создавать точки сопряжения. Такой эффект есть результат кумулятивного действия большого числа случайно распределенных возмущений и вклад в эффект микролинзирования [226], [227], [25], [181], [126]. Образуются сопряженные точки как результат отклонения света индивидуальными массивными телами, которые выполняют роль гравитационных линз.

Среднее расстояние между такими сопряженными точками, создаваемыми объектом, в световом конусе которого расположены неоднородности, может быть оценен как [228]:

$$\Delta l \leq \frac{4\delta}{\nu}. \quad (5.5.4)$$

Здесь Δl – расстояние между сопряженными точками, подлежащее определению, δ – это среднее расстояние между случайными неоднородностями, а ν – угол отклонения от прямолинейной траектории луча света, проходящего вблизи индивидуальной неоднородности.

Цель данного исследования состоит в оценке (5.5.3) и (5.5.4) на основе наблюдательных данных. В модели предполагается, что средняя кривизна пространства $\bar{K} = 0$. В качестве источников неоднородности плотности, которые создают флуктуации кривизны, будут рассмотрены наша Галактика, другие галактики и скопления галактик.

5.5.1 Эффективная кривизна и радиус кривизны

5.5.1.1 Звезды

Для простоты оценок будем считать, что наша Галактика равномерно заполнена звездами солнечной массы ($m_{star} \sim M_{\odot}$) с радиусами $r_0 \sim 7 \cdot 10^{10}$ см, разделенные средним расстоянием $\delta \sim 4.6$ пк.

Используем для описания гравитационного поля рассматриваемых неоднородностей метрику Шварцшильда [229]. Тогда звезда на расстоянии r образует возмущение кривизны $k(r)$

$$k(r) = \frac{r_g}{r^3},$$

где r – расстояние от центра гравитационного поля до точки, где определяется кривизна, а $r_g = 2Gm_{star}/c^2$ есть гравитационный радиус звезды. Средняя кривизна в области радиуса δ есть

$$k = \frac{3}{\delta^3} \int_{r_0}^{\delta} \frac{r_g}{r} dr \sim 10^{-46} \text{ см}^{-1}$$

и

$$K_{eff} = -\frac{1}{3}k^2\delta^2 \sim -5 \cdot 10^{-55} \text{ см}^{-2}.$$

Соответствующий радиус кривизны есть

$$r_{eff} = \sqrt{\frac{1}{|K_{eff}|}} \sim 10^{27} \text{ см}.$$

Эта величина превышает размер нашей Галактики, $L \sim 6 \cdot 10^{22}$ см по крайней мере на пять порядков и является величиной порядка размера всей видимой Вселенной, $l_{ph} \sim 10^{28}$ см. Таким образом, вкладом в рассматриваемый эффект от звезд можно пренебречь.

5.5.1.2 Галактики

Теперь рассмотрим модель Вселенной, заполненной галактиками массы $m_{gal} \sim 10^{11} M_{\odot}$ (средняя масса галактики, исключая карликовые галактики и галактики-сверхгиганты) и радиуса $r_{gal} \sim 10^{22}$ см (средний радиус галактики). Параметр $\delta_{gal} \sim 5 \cdot 10^{24}$ см. Средняя флуктуация кривизны, которую порождает единичная галактика есть

$$k_{gal} = \frac{3}{\delta_{gal}^3} \int_{r_{gal}}^{\delta_{gal}} \frac{r_g}{r} dr \sim 4 \cdot 10^{-57} \text{ см}^{-2}.$$

Подставляя последнее выражение в (5.5.3), получаем

$$K_{eff} = -\frac{1}{3}k_{gal}^2\delta_{gal}^2 \sim -10^{-64} \text{ см}^{-2},$$

а соответствующий радиус кривизны –

$$r_{eff} \sim 10^{32} \text{ см},$$

что превышает радиус современной Вселенной.

5.5.1.3 Скопления галактик

Рассмотрим Вселенную, равномерно заполненную скоплениями галактик. Поскольку разброс характеристик таких скоплений велик (средний радиус скопления галактик (galaxy clusters) есть $r_{cl} \sim 1.5 \cdot 10^{24}$ см, в то время как массы этих объектов могут меняться от $10^{13} M_{\odot}$ до $10^{15} M_{\odot}$), то будут рассмотрены два отдельных случая, соответствующие различным значениям средних характеристик.

(А) Предположим, что Вселенная заполнена небольшими скоплениями галактик, с массами порядка $10^{13} M_{\odot}$ при среднем расстоянии между скоплениями порядка $\delta_{cl} \sim 4 \cdot 10^{25}$ см. В этом случае средняя флуктуация кривизны, которую создает один такой кластер, есть

$$k_{cl} = \frac{3}{\delta_{cl}^3} \int_{r_{cl}}^{\delta_{cl}} \frac{r_g}{r} dr \sim 5 \cdot 10^{-58} \text{ см}^{-2}.$$

Подставляя последнее выражение в 5.5.3, получаем

$$K_{eff} = -\frac{1}{3} k_{cl}^2 \delta_{cl}^2 \sim -10^{-64} \text{ см}^{-2},$$

а соответствующий радиус кривизны –

$$r_{eff} \sim 10^{32} \text{ см},$$

что превышает радиус современной Вселенной на четыре порядка.

(Б) Предположим, что Вселенная заполнена большими скоплениями галактик, с массами порядка $10^{15} M_{\odot}$ при среднем расстоянии между скоплениями порядка $\delta_{cl} \sim 4 \cdot 10^{26}$ см. В этом случае средняя флуктуация кривизны, которую создает один такой кластер, есть величина, на порядок большая, чем в случае (А):

$$k_{cl} = \frac{3}{\delta_{cl}^3} \int_{r_{cl}}^{\delta_{cl}} \frac{r_g}{r} dr \sim 5 \cdot 10^{-57} \text{ см}^{-2}.$$

Подставляя последнее выражение в (5.5.3), получаем

$$K_{eff} = -\frac{1}{3} k_{cl}^2 \delta_{cl}^2 \sim -10^{-62} \text{ см}^{-2},$$

а соответствующий радиус кривизны есть

$$r_{eff} \sim 10^{31} \text{ см},$$

что все равно превышает радиус современной Вселенной на три порядка.

5.5.2 Расстояние между точками сопряжения

5.5.2.1 Звезды

Оценим расстояние между точками сопряжения для объекта, в световом конусе которого расположены неоднородности. Как и раньше, сначала проведем оценки для звезд нашей Галактики. Вычислим угол отклонения ν

луча света, проходящего вблизи неоднородности [229], которая появляется в (5.5.4):

$$\nu = \frac{2r_g}{p}.$$

Здесь $p = t\theta$ есть динамический прицельный параметр для луча света, проходящего между двумя неоднородностями, которые распределены равномерно на интервале расстояний $[R_e, \delta]$, а $R_e = \sqrt{2r_g r}$ – физический размер конуса Эйнштейна, где r есть расстояние между звездой и наблюдателем. Для оценки расстояния между сопряженными точками, необходимо знать среднее значение угла отклонения ν , усредненного по прицельному параметру.

Вычислим среднее значение угла отклонения ν . Предположим, что прицельный параметр p равномерно распределен на интервале расстояний $[R_e, \delta]$. Распределение плотности $P_\nu(x)$ для угла отклонения (см. Рис. (5.13)) как функции прицельного параметра p имеет вид:

$$P_\nu(x) = \begin{cases} 0, & x < \frac{2r_g}{\delta}, \\ \frac{2r_g}{x^2(\delta - R_e)}, & \frac{2r_g}{\delta} \leq x \leq \frac{2r_g}{R_e}, \\ 0, & x > \frac{2r_g}{R_e}. \end{cases}$$

Поскольку расстояние r между звездой и наблюдателем, которое появляется в соотношении для R_e , должно быть много больше, чем расстояние между соседними звездами (см. Рис. (5.14)), то, учитывая размер нашей Галактики, это расстояние обладает как минимумом, так и максимумом. Минимум обусловлен толщиной диска нашей Галактики, 1 кпк, а максимум – радиусом его оптической составляющей, 15 кпк. Таким образом, соответствующие значения R_e есть величины порядка $4 \cdot 10^{13}$ см и $2 \cdot 10^{14}$ см соответственно. Подставляя выражения для плотности вероятности в формулу для вычисления среднего угла отклонения ν , получаем

$$\bar{\nu} = \int_{2r_g/\delta}^{2r_g/R_e} P_\nu(x) x dx = \frac{2r_g}{\delta - R_e} \ln \frac{R_e}{\delta} \sim 10^{-7}'' . \quad (5.5.5)$$

Стандартное отклонение

$$\begin{aligned} \Delta\nu &= \left(\int_{2r_g/\delta}^{2r_g/R_e} P_\nu(x) (x - \bar{\nu})^2 dx \right)^{1/2} = \\ &= \left(\frac{4r_g^2}{\delta R_e} + \frac{16r_g^2 \ln^2(R_e/\delta)}{(\delta - R_e)^2} \right)^{1/2} \sim 10^{-6}'' . \end{aligned} \quad (5.5.6)$$

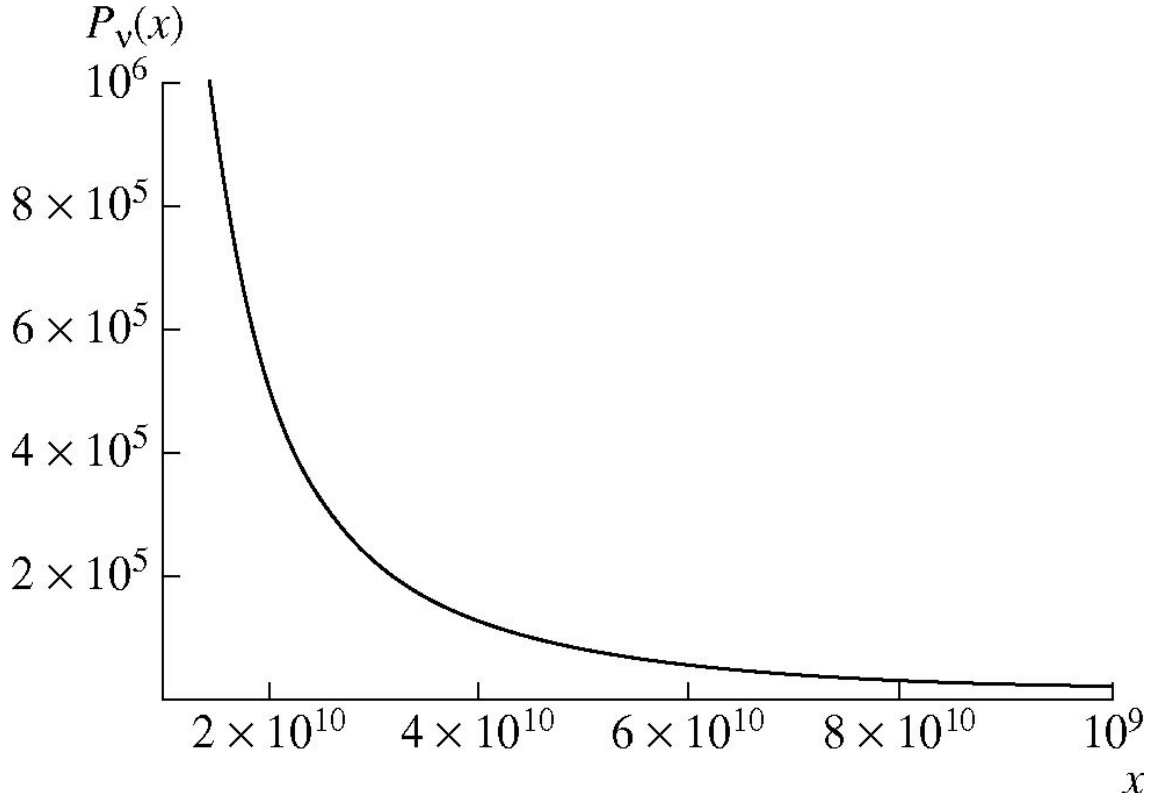


Рис. 5.13. Плотность распределения углов отклонения $P_\nu(x)$ как функция прицельного параметра p .

Подставляя r_g, δ и R_e в (5.5.5) и (5.5.6) получаем:

$$\bar{\nu} \sim 10^{-7''}$$

и

$$\Delta\nu \sim 7 \cdot 10^{-6''}$$

для $r = 1$ кпк и

$$\bar{\nu} \sim 10^{-7''}$$

и

$$\Delta\nu \sim 1.2 \cdot 10^{-5''}$$

для $r = 15$ кпк, что приводит к

$$\Delta l \sim 10^{32} \text{ см.}$$

Таким образом, точки сопряжения не наблюдаемы в современной Вселенной, поскольку

$$\frac{\Delta l}{l_{ph}} \sim 10^3.$$

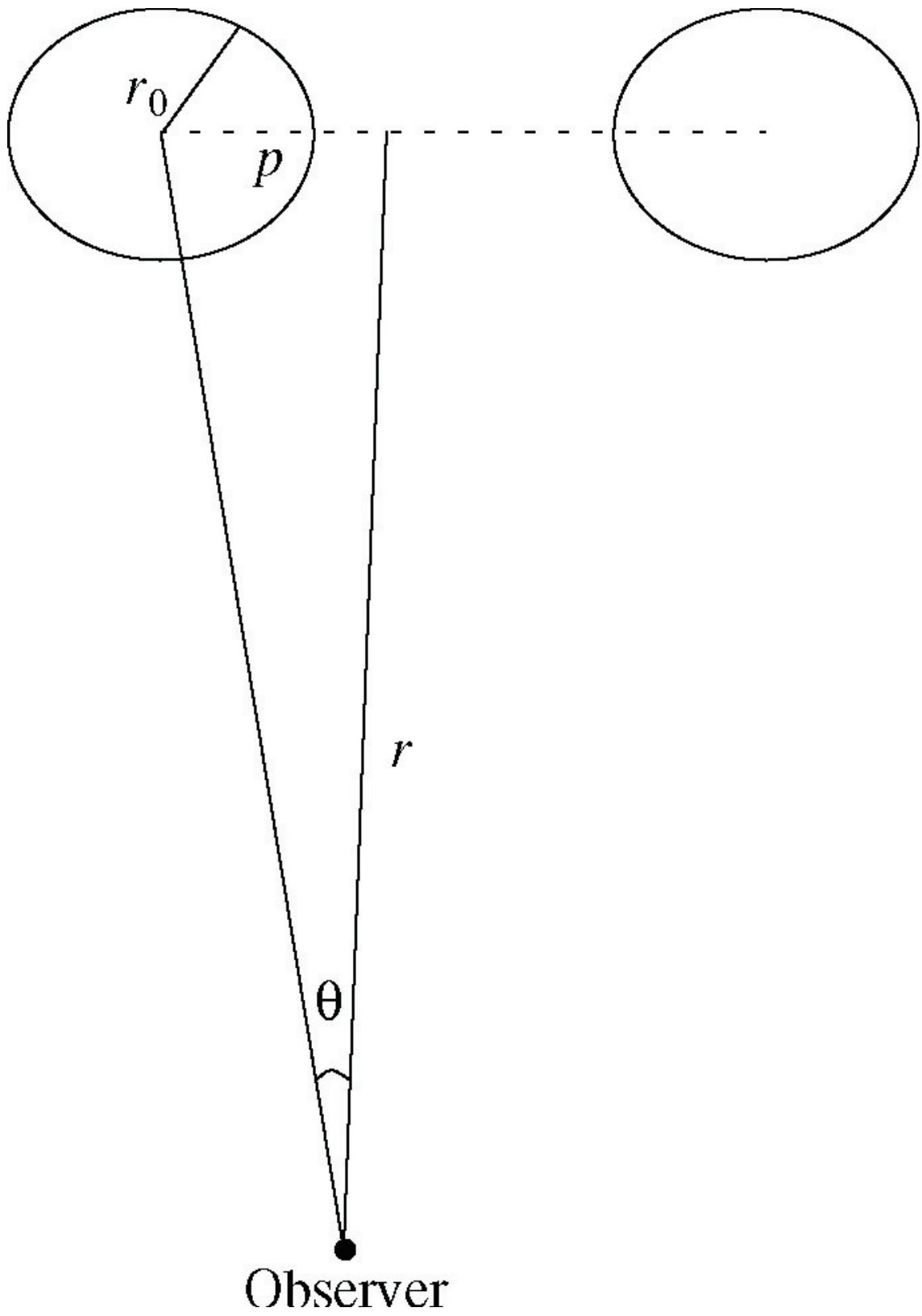


Рис. 5.14. Прицельный параметр p для луча света, проходящего вблизи звезды, которая считается неоднородностью в нашей Галактике.

5.5.2.2 Галактики

Аналогичные вычисления можно проделать и для случая галактик как источников неоднородностей. Луч света, проходя вблизи галактики, отклоняется на средний угол $\bar{\nu}$:

$$\bar{\nu} = \frac{2r_g}{\delta_{gal} - R_e} \ln \frac{R_e}{\delta_{gal}} \sim 0.02'',$$

и стандартное отклонение этого угла есть

$$D(\nu) = \left(\frac{4r_g^2}{\delta_{gal} R_e} + \frac{16r_g^2 \ln^2(R_e/\delta_{gal})}{(\delta_{gal} - R_e)^2} \right)^{1/2} \sim 0.08''.$$

Подставим среднее значение угла отклонения, $\bar{\nu}$, в (5.5.4) и найдем расстояние между точками сопряжения для объекта с галактиками в своем световом конусе:

$$\Delta_l \sim 10^{32},$$

что, также как и для случая звезд как источников неоднородностей, превышает радиус современной видимой Вселенной на четыре порядка, а потому является ненаблюдаемым эффектом.

5.5.2.3 Скопления галактик

Для оценки расстояния между сопряженными точками в случае неоднородностей – скоплений галактик, необходимо подставить соответствующие параметры для скоплений галактик в выражения (5.5.5) и (5.5.6).

(А) Если предположить, что Вселенная равномерно заполнена маломассивными скоплениями галактик, со средней массой порядка $10^{13} M_\odot$ при среднем расстоянии между скоплениями порядка $\delta_{cl} \sim 4 \cdot 10^{25}$ см, то среднее значения угла отклонения для света, проходящего вблизи скопления, есть

$$\bar{\nu} = \frac{2r_g}{\delta_{cl} - R_e} \ln \frac{R_e}{\delta_{cl}} \sim 0.2'',$$

и стандартное отклонение этого угла есть

$$D(\nu) = \left(\frac{4r_g^2}{\delta_{cl} R_e} + \frac{16r_g^2 \ln^2(R_e/\delta_{cl})}{(\delta_{cl} - R_e)^2} \right)^{1/2} \sim 0.6''.$$

Снова подставляя среднее значение угла отклонения, $\bar{\nu}$, в (5.5.4), находим расстояние между точками сопряжения для объекта с галактиками в своем световом конусе:

$$\Delta_l \sim 10^{32},$$

что, также как и для случая звезд и галактик как источников неоднородностей, превышает радиус современной видимой Вселенной на четыре порядка, а потому также является ненаблюдаемым эффектом.

(Б) Аналогично, если предположить, что Вселенная равномерно заполнена массивными скоплениями галактик, со средней массой порядка $10^{15} M_{\odot}$ при среднем расстоянии между скоплениями порядка $\delta_{cl} \sim 10^{26}$ см, то среднее значения угла отклонения для света, проходящего вблизи скопления, есть

$$\bar{\nu} = \frac{2r_g}{\delta_{cl} - R_e} \ln \frac{R_e}{\delta_{cl}} \sim 4'',$$

и стандартное отклонение это угла есть

$$D(\nu) = \left(\frac{4r_g^2}{\delta_{cl} R_e} + \frac{16r_g^2 \ln^2(R_e/\delta_{cl})}{(\delta_{cl} - R_e)^2} \right)^{1/2} \sim 9''.$$

Снова подставляя среднее значение угла отклонения, $\bar{\nu}$, в (5.5.4), находим расстояние между точками сопряжения для объекта с галактиками в своем световом конусе:

$$\Delta_l \sim 10^{31},$$

что, также превышает радиус современной видимой Вселенной (на три порядка), а потому также является ненаблюдаемым эффектом.

5.5.3 Обсуждение

Сделанные оценки эффективного радиуса кривизны и среднего расстояния между сопряженными точками показывает, что ни один из рассматриваемых эффектов не может быть наблюдаем в современной Вселенной. Тем не менее, данные расчеты важны для определения параметров неоднородностей, для которых эффект Зельдовича может быть наблюдаем.

Рассмотрим полученные оценки эффективного радиуса кривизны. Для определения соотношений между параметрами неоднородностей, m и δ , для которых соответствующий эффективный радиус не превышает критическое значение (равное размеру Галактики для случая звезд, $L \sim 6 \cdot 10^{22}$ см и равный радиусу видимой Вселенной для случая галактик и скоплений галактик, $l_{ph} \sim 10^{28}$ см), положим r_{eff} равным своему критическому значению. Далее определим функции, связывающие m и δ . Такая оценка приведет к выявлению пар m и δ , для которых эффект Зельдовича может быть наблюдаем.

Для случая, когда неоднородности есть звезды нашей Галактики, полагая r_{eff} равным размеру нашей Галактики, $L \sim 6 \cdot 10^{22}$ см, получаем следующую функцию $m(\delta)$, которая включает в себя как параметр размер

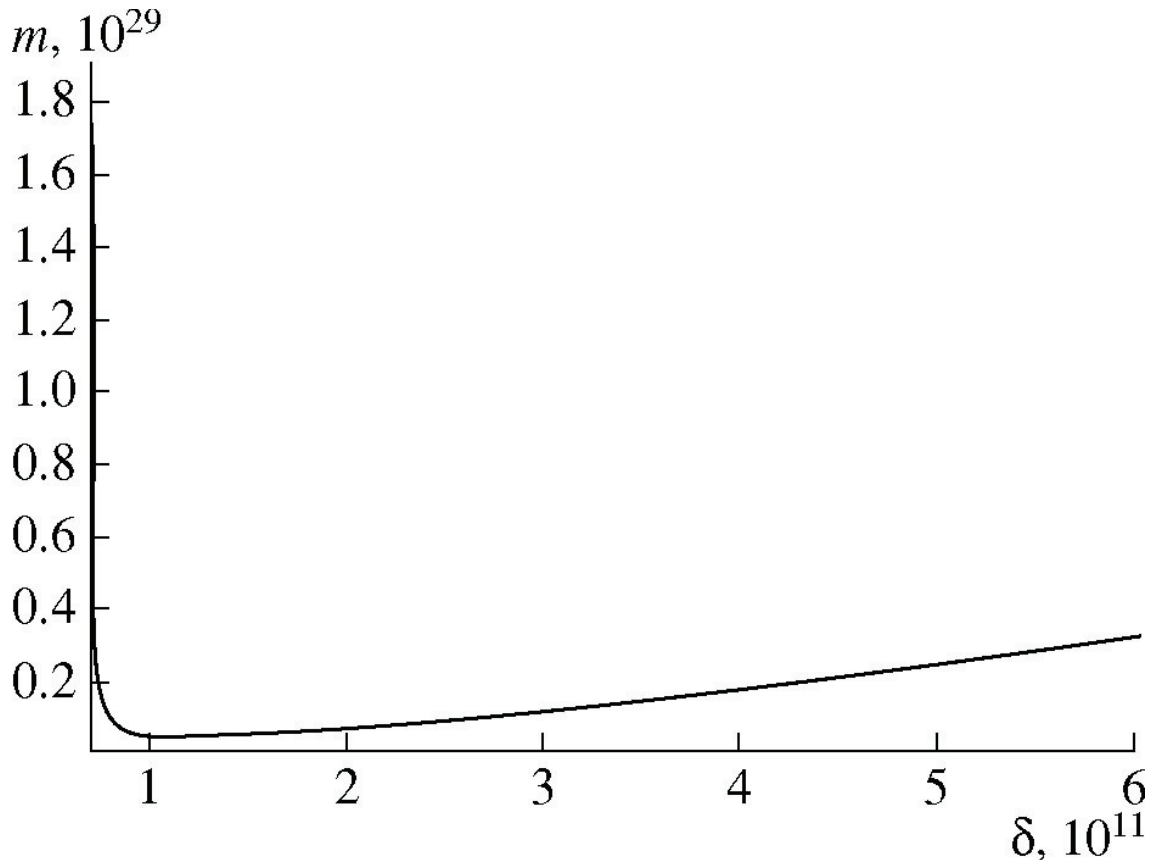


Рис. 5.15. Вид функции $m(\delta)$ для случая, когда в качестве неоднородностей рассматриваются звезды нашей Галактики.

неоднородностей r_0 :

$$m(\delta) = 2 \cdot 10^5 \text{ г/см}^2 \frac{\delta^2}{\ln(\delta/r_0)}.$$

Здесь $[m] = \text{г}$, $[\delta] = \text{см}$. Данная функция сингулярна при $\delta = r_0$. Возьмем r_0 в этом соотношении равным радиусу звезды для определения вида функции $m(\delta)$ (см. Рис. (5.15)). Форма кривой важна для определения пар m и δ , удовлетворяющих условию

$$r_{eff} \leq L.$$

Последнее условие удовлетворяется для всех пар, лежащих на кривой или под ней (см. Рис. (5.15)). Примем массу звезды $m_{star} = M_{\odot}$. Тогда соответствующее найденной зависимости расстояние $\delta \sim 3 \cdot 10^{15}$ см, в то время как среднее расстояние между звездами в нашей Галактике есть величина порядка 10^{19} см, что на четыре порядка больше. Таким образом, для возможности поиска наблюдательных проявлений эффекта Зельдовича для звезд как источников неоднородностей, расстояние между звездами должно быть в 10^4 раз меньше, чем современное среднее расстояние. Другой вариант не реалистичен – массы звезд должны быть порядка $10^{10} M_{\odot}$.

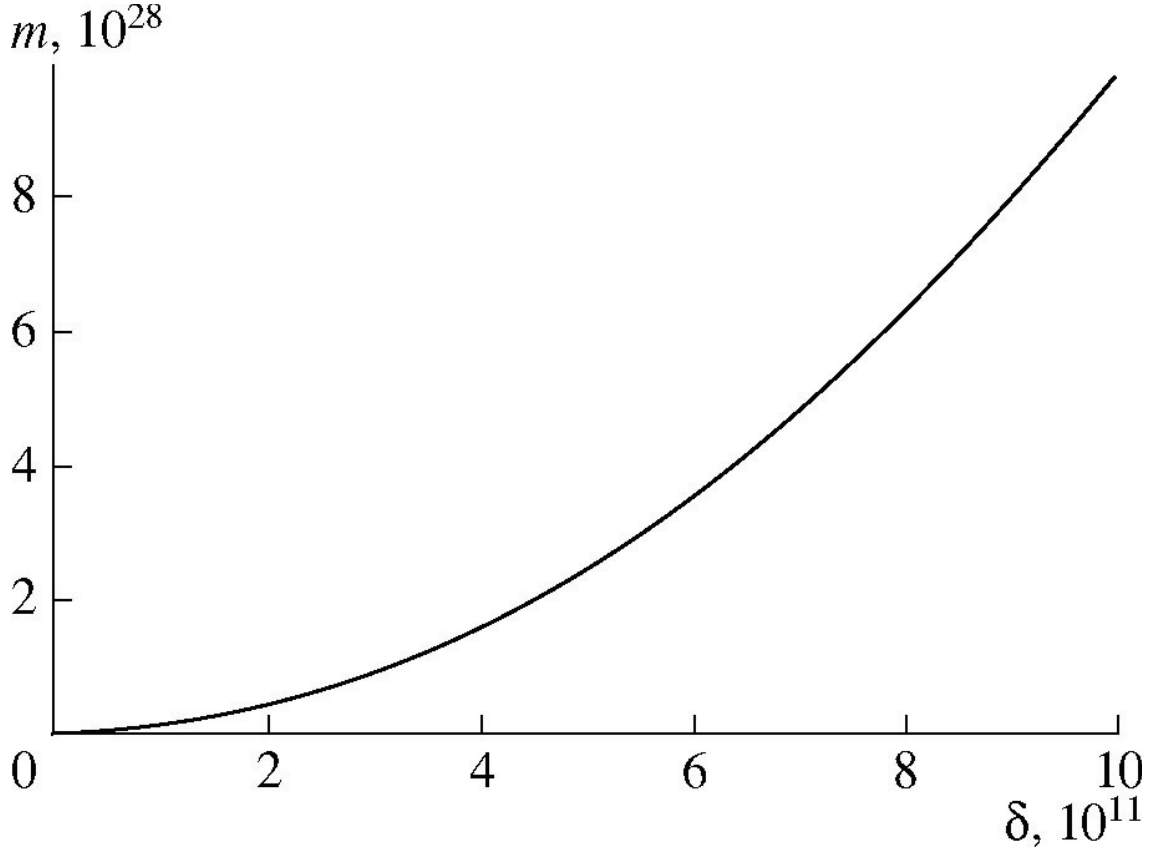


Рис. 5.16. Вид функции $m(\delta)$ для случая Вселенной, равномерно заполненной галактиками (см. текст).

Для Вселенной, равномерно заполненной галактиками, полагаем критический эффективный радиус сравнимым с радиусом горизонта видимой Вселенной, $r_{eff} = l_{ph} \sim 10^{28}$ см. Полагая r_0 равным среднему размеру галактики, получаем зависимость

$$m(\delta) = 0.2 e / c M^2 \frac{\delta_{gal}^2}{\ln(\delta_{gal}/1.5/10^{22})}.$$

Результат представлен на Рис. (5.16).

Для того, чтобы эффект Зельдовича можно было бы наблюдать в случае, когда в роли неоднородностей выступают галактики, среднее расстояние между галактиками (при средней массе галактики $m_{gal} \sim M_{\odot}$) должно быть примерно в 100 раз меньше, чем среднее расстояние между соседними галактиками, либо, при $\delta_{gal} \sim 5 \cdot 10^{24}$ см, массы галактик должны быть очень велики, порядка $10^{15} M_{\odot}$.

Наконец, проведем расчет для Вселенной, равномерно заполненной скоплениями галактик:

$$m(\delta) = 0.2 e / c M^2 \frac{\delta_{cl}^2}{\ln(\delta_{cl}/1.5/10^{24})}.$$

Для соотношений $m_{cl} \sim 10^{13} M_{\odot}$ и $\delta_{cl} \sim 10^{23}$ см или $m_{cl} \sim 10^{17} M_{\odot}$ и $\delta_{cl} \sim 10^{25}$ см возможны наблюдения эффекта Зельдовича.

Наконец, проведем оценки расстояния между точками сопряжения, Δl . В случае нашей Галактики, представленной для простоты равномерно заполненной звездами одинаковой средней массы, критическое условие $\Delta l = L$ приводит к (см. Рис. (5.16))

$$m\delta = 10^5 g/cm^2 \delta^2.$$

Примеры пар m и δ , для которых эффект Зельдовича был бы наблюдаем, есть: $m \sim M_{\odot}$ и $\delta \sim 10^{14}$ см или $m \sim 10^{10} M_{\odot}$ и $\delta \sim 10^{19}$.

Для случая Вселенной, равномерно заполненной галактиками или галактическими скоплениями, критическое значение расстояния есть размер видимой Вселенной (радиус горизонта частиц) $\Delta l = l_{ph}$, а соответствующая функция $m(\delta)$ есть:

$$m(\delta) = 1g/cm^2 \delta^2.$$

Эффект Зельдовича был бы наблюдаем для пар m и δ , таких что: $m \sim 10^{11} M_{\odot}$ и $\delta \sim 10^{22}$ см или $m \sim 10^{15} M_{\odot}$ и $\delta \sim 10^{24}$ см.

5.5.4 Заключение

Глобальные параметры современной Вселенной зависят от состава тёмной энергии, которая, в частности, определяет и ее кривизну. Поскольку плотность Вселенной близка к критической, то ее кривизна близка к нулю и для большинства космологических задач Вселенная принимается плоской (пространство-время Минковского). Однако в ряде случаев это может быть не так. Первый, рассмотренный подробно в других Главах, это наличие одной или нескольких космических струн внутри горизонта частиц Вселенной – в этом случае Вселенная становится конической. Еще одна возможность ненулевой кривизны Вселенной – обсуждаемый механизм гравитационного линзирования на неоднородностях, которые порождают флуктуации кривизны.

Были проанализированы два эффекта, связанные с мелкомасштабными отклонениями Вселенной от однородности и изотропии.

Первый эффект заключается в уменьшении кривизны (в отрицательную область) пространственного сечения Вселенной (эффект Зельдовича). Вселенная, со средней плотностью, равной критической, может проявлять себя в наблюдениях как обладающая небольшой отрицательной пространственной кривизной. Был проанализирован кумулятивный эффект многих случайно расположенных неоднородностей, генерирующих возмущение плотности, что приводит к появлению точек сопряжения, аналогично тому, как это происходит при механизме гравитационного линзирования.

Вычисления были проведены с использованием простейшей модели. Детали структуры и распределения неоднородностей не рассматривались. Распределение для простоты оценок полагалось равномерным. Однако даже простые оценки показали, что величина эффекта очень мала и опущенные в моделировании детали на величину эффекта принципиально не влияют.

Были оценены эффективная кривизна и радиус кривизны, а также среднее расстояние между искомыми точками сопряжения. В качестве неоднородностей рассматривались последовательно звезды нашей Галактики, другие галактики, скопления галактик. Вычисления показали, что величины всех указанных параметров малы и на современной стадии эволюции Вселенной не наблюдаемы.

Однако, несмотря на малую величину полученных оценок, эффект Зельдовича важен для космологии. Дело в том, что различие пространств с положительной, отрицательной и нулевой кривизнами носит не столько количественный, сколько качественный характер. Так, если средняя плотность Вселенной, обусловленная свойствами тёмной энергии, в точности совпадает с критической плотностью, а Вселенная, следовательно, обладает в точности нулевой кривизной, то даже малая добавка, индуцирующая отрицательную кривизну, может радикальным образом повлиять на глобальную эволюцию Вселенной.

В заключение кратко напомним идею Зельдовича о схеме решения уравнений Эйнштейна. Уравнения Эйнштейна выводятся в предположении наличия некой средней кривизны. Далее в найденные уравнения включаются возмущения по кривизне, соответствующие индивидуальным объектам. Далее предполагается решение возмущенных уравнений. Качественные различия между плоской геометрией и геометрией Лобачевского может означать, что такая стандартная процедура должна быть изменена.

Глава 6

Заключение

1. Создано новое научное направление по поиску космических струн современными методами астрономии.
 - (а) Разработаны методы поиска космических струн в оптическом диапазоне применительно к астрофизическим инструментам высокого углового разрешения (наземные телескопы Европейской южной обсерватории, космический телескоп Хаббла). Получена структура изображений протяженных внегалактических источников, появляющихся в результате гравитационного линзирования этих источников на космической струне. Выявлены спектроскопические и фотометрические характеристики гравитационно-линзовых изображений. Разработана исчерпывающая методика наблюдательного поиска кандидатов в гравитационно-линзовые события на космических струнах и анализа их свойств (объект CSL-1).
 - (б) Разработаны методы поиска космических струн в радио диапазоне. Разработана теория генерации анизотропии фонового микроволнового реликтового излучения (CMBR) на космических струнах. Впервые получена структура и характерные амплитуды анизотропии CMBR, генерируемой космической струной. Предложен и успешно применен алгоритм свертки реальных температурных карт анизотропии CMBR (полученных в результате 7-и лет работы космического аппарата WMAP) с модифицированными функциями Хаара с циклическим сдвигом для выделения слабого сигнала космической струны на фоне стандартного адиабатического шума CMBR на уровне от $10\mu K$ (при уровне адиабатических возмущений в $100\mu K$). По результатам обработки радио данных составлен список кандидатов в космические струны. Предложенный алгоритм в 8 – 10 раз чувствительнее к выявлению космических струн по сравнению с предложенными

другими авторами. Он также дает жесткое ограничение на допустимую наблюдательными данными амплитуду анизотропии космических струн: не существует космических струн, генерирующих анизотропию выше $40\mu K$ (в то время как предыдущие исследования, основанные на поисках негауссовости в данных анизотропии CMBR, давали ограничения на амплитуду анизотропии космических струн порядка $100\mu K$).

2. Предложен космологический тест по поиску современной тёмной энергии.

- (a) Количественно оценены возможные причины нестационарности пространства-времени, проявляющиеся в видимом движении внегалактических источников. Показано, что эффект гравитационного микролинзирования указанных источников на звездах Галактики и ее гало не могут объяснить массового субсветового и сверхсветового наблюдаемого видимого движения данных источников. Показано, что расстояние между сопряженными точками траекторий лучей света при учете гравитационных неоднородностей на различных масштабах Вселенной больше размеров видимого горизонта Вселенной и, следовательно данный эффект "вторичного линзирования" (эффект Зельдовича), не значим.
- (b) Предложен и разработан метод, позволяющий выявить влияние флуктуаций тёмной энергии на угловой спектр скоростей внегалактических источников. Показано, что флуктуации тёмной энергии генерируют скалярные возмущения, которые, в отличие от всех прочих указанных эффектов, влияющих на движение источников, дают вклад только в Е моду и не дают вклада в М моду. Данные моды есть векторные сферические гармоники, по которым производится разложение векторного поля угловых скоростей.

Публикации по теме диссертации

1. Sazhin, M. et al. (Khovanskaya, O. and 9 co-authors) CSL-1: chance projection effect or serendipitous discovery of a gravitational lens induced by a cosmic string? **MNRAS** 343 2 353-359 (2003);
2. M.V. Sazhin, O.S. Khovanskaya, et al. Gravitational lensing by cosmic strings: What we learn from the CSL-1 case. **MNRAS** 376: 1731-1739 (2007) e-Print: astro-ph/0611744 (2007);

3. M. Sazhin, M. Capaccioli, G. Longo, M. Paolillo, O. Khovanskaya. Further spectroscopic observations of the CSL-1 object. **Astrophys.J.** 636:L5-L8 (2005) e-Print: astro-ph/0506400 (2005);
4. Covone, G.; Paolillo, M.; et al. Gauging the Dark Matter Fraction in an L * S0 Galaxy at $z = 0.47$ Through Gravitational Lensing from Deep Hubble Space Telescope/Advanced Camera for Surveys Imaging. **Astrophys.J.** 691 1 531-536 (2009);
5. Libanov, M. V.; Rubakov, V. A.; Sazhina, O. S.; Sazhin, M. V. CMB anisotropy induced by tachyonic perturbations of dark energy. **Phys. Rev. D** 79 083521 (2009);
6. Sazhin M.V., Sazhina (Khovanskaya) O.S., Capaccioli M., Longo G., Paolillo M., and Riccio G. Gravitational Lens Images Generated by Cosmic Strings. **The Open Astronomy Journal** 3 200-206 (2010);
7. Sazhin, M. V.; Khovanskaya, O. S.; Capaccioli, M.; Longo, G. Possible Observation of a Cosmic String. **Gravitation and Cosmology** 11 3 223-225 (2005);
8. М.В. Сажин, О.С. Хованская, М. Капаччиоли, Дж. Лонго, Х.М. Алкала, Р. Сильвотти, М. Павлов Поиск гравитационных линз вблизи внегалактического двойного источника CSL-1. **ПАЖ** 31 2 83-90 (2005); eprint arXiv:astro-ph/0406516;
9. М.В.Сажин, О.С.Хованская Объект CSL-1: эффект проекции. **АЖ** 82 5 387-397 (2005);
10. Е.В.Иванова, О.С.Хованская Эффективная кривизна вселенной при наблюдении удаленных объектов. **АЖ** 82 10 867-873 (2005);
11. Сажин М.В., Сажина О.С., Пширков М.С. Видимые движения квазаров, вызванные микролинзированием. **АЖ** 88 11 1036-1044 (2011);
12. Сажин М.В., Сажина О.С., Маракулин А.О. Угловой спектр случайных скоростей источников ICRF. **АЖ** 88 11 1027-1035 (2011);
13. Сажина О.С., Сажин М.В., Семенцов В.Н. Анизотропия реликтового излучения, индуцированная движущейся прямой космической струной. **ЖЭТФ** 133 5 1005–1016 (2008);
14. Либанов М.В., Рубаков В.А., Сажина О.С., Сажин М.В. Анизотропия реликтового излучения, индуцированная тахионными флуктуациями тёмной энергии. **ЖЭТФ** 135 2 253-264 (2009);

15. Сажина О.С., Сажин М.В. Космические струны во Вселенной: достижения и перспективы исследования. **ЖЭТФ** 140 5 918-928 (2011);
16. А. О. Маракулин, О. С. Сажина, М. В. Сажин Вклад космологических скалярных возмущений в угловой спектр скоростей внегалактических источников. **ЖЭТФ** 141 6-8 (2012);
17. Сажина О.С. Вероятностные оценки числа космических струн во Вселенной. **ЖЭТФ** 143 1 1-11 (2013);
18. Сажина О.С. Применение функций Хаара с циклическим сдвигом для поиска космических струн. **Вестник МГУ** 6 588-592 (2011);
19. Сажина О.С., Сажин М.В., Капаччиоли М., Лонго Дж. Поиск космических струн методами оптической астрономии и радиоастрономии. **УФН** 181 10 1109-1114 (2011);
20. Sazhin, M.; Capaccioli, M.; Longo, G.; Khovanskaya, O. Csl-1: First Evidence for Lensing by a Cosmic String? **Observing, Thinking and Mining the Universe, Proceedings of the International Conference** Sorrento, Italy, 22-27 September 2003. Edited by G. Miele and G. Longo. ISBN 981-238-688-2. Published by World Scientific Publishing and Mainland Press, Singapore, 265 (2004);
21. Хованская О.С., Сажин М.В. и др. Исследование объекта CSL-1 (2003 – 2006) **Труды Института прикладной астрономии РАН** 18 247-253 (2008).

Глава 7

Приложения

7.1 Приложение А. Функции Хаара с циклическим сдвигом

Согласно общим теоремам для евклидовых пространств [230]-[231], в пространстве L_2 существуют полные ортогональные системы функций. В частности, Хааром [230] был предложен следующий набор функций, представляющий собой полную ортонормальную систему на отрезке $[0, 1]$:

$$\begin{aligned} &\phi_0 = 1, \\ &\phi_{01} \\ &\phi_{11}, \phi_{12} \\ &\phi_{21}, \phi_{22}, \phi_{23}, \phi_{24} \\ &\dots \\ &\phi_{n1}, \phi_{n2}, \phi_{n3}, \dots, \phi_{n2^n}. \end{aligned}$$

Серия номер n содержит 2^n функций. В общем случае

$$\phi_0 = 1 \tag{7.1.1}$$

$$\phi_{ni} = \begin{cases} 2^{\frac{n}{2}}, & \frac{i-1}{2^n} < x < \frac{i-1}{2^n} + \frac{1}{2^{n+1}}, \\ -2^{\frac{n}{2}}, & \frac{i-1}{2^n} + \frac{1}{2^{n+1}} < x < \frac{i}{2^n}, \\ 0, & x \notin \left[\frac{i-1}{2^n}; \frac{i}{2^n} \right], \end{cases} \tag{7.1.2}$$

$$n = 0, 1, \dots; i = 1, 2, \dots, 2^n.$$

В точках разрыва функции $\{\phi_{ni}\}$ системы Хаара могут быть определены произвольным образом.

Определим функции Хаара $\{\psi_{ni}\}$ с циклическим сдвигом. Для простоты рассмотрим такие функции на отрезке $[0, 1]$ с действительным циклическим сдвигом $a \in [0, 1/2]$. В зависимости от параметра a функции $\{\psi_{ni}\}$ делятся на четыре группы.

Если $0 < a < 1 - i/2^n$, то

$$\psi_{ni}^{(a)} = \begin{cases} 2^{\frac{n}{2}}, & \frac{i-1}{2^n} + a < x < \frac{i-1}{2^n} + a + \frac{1}{2^{n+1}}, \\ -2^{\frac{n}{2}}, & \frac{i-1}{2^n} + a + \frac{1}{2^{n+1}} < x < \frac{i}{2^n} + a, \\ 0, & x \notin \left[\frac{i-1}{2^n} + a; \frac{i}{2^n} + a \right]. \end{cases} \quad (7.1.3)$$

Если $1 - i/2^n < a < 1 - i/2^n + 1/2^{n+1}$, то

$$\psi_{ni}^{(b)} = \begin{cases} 2^{\frac{n}{2}}, & \frac{i-1}{2^n} + a < x < \frac{i-1}{2^n} + a + \frac{1}{2^{n+1}}, \\ -2^{\frac{n}{2}}, & \frac{i-1}{2^n} + a + \frac{1}{2^{n+1}} < x < 1 \cup 0 < x < \frac{i}{2^n} + a - 1, \\ 0, & x \in \left[\frac{i}{2^n} + a - 1; \frac{i-1}{2^n} + a \right]. \end{cases} \quad (7.1.4)$$

Если $1 - i/2^n + 1/2^{n+1} < a < 1 - i/2^n + 1/2^n$, то

$$\psi_{ni}^{(c)} = \begin{cases} 2^{\frac{n}{2}}, & \frac{i-1}{2^n} + a < x < 1 \cup 0 < x < \frac{i-1}{2^n} + a + \frac{1}{2^{n+1}} - 1, \\ -2^{\frac{n}{2}}, & \frac{i-1}{2^n} + a + \frac{1}{2^{n+1}} - 1 < x < \frac{i}{2^n} + a - 1, \\ 0, & x \in \left[\frac{i}{2^n} + a - 1; \frac{i-1}{2^n} + a \right]. \end{cases} \quad (7.1.5)$$

Если $1 - (i-1)/2^n < a < 1/2$, то

$$\psi_{ni}^{(d)} = \begin{cases} 2^{\frac{n}{2}}, & \frac{i-1}{2^n} + a - 1 < x < \frac{i-1}{2^n} + a - 1 + \frac{1}{2^{n+1}}, \\ -2^{\frac{n}{2}}, & \frac{i-1}{2^n} + a - 1 + \frac{1}{2^{n+1}} < x < \frac{i}{2^n} + a - 1, \\ 0, & x \notin \left[\frac{i-1}{2^n} + a - 1; \frac{i}{2^n} + a - 1 \right]. \end{cases} \quad (7.1.6)$$

Величина сдвига объясняется тем фактом, что функции Хаара с циклическим сдвигом $a \in (1/2, 1]$ могут быть легко получены из функций Хаара с циклическим сдвигом $a \in [0, 1/2]$ с помощью операции отражения относительно действительной оси.

Докажем, что для фиксированного сдвига a набор функций Хаара со сдвигом (7.1.3) – (7.1.6) является полным и ортонормальным, так же как и система классических функций Хаара (7.1.1) – (7.1.2).

7.1.1 Ортонормальность системы функций Хаара с циклическим сдвигом

Известно, что классическая система функций Хаара (вейвлеты Хаара) представляют собой полную ортонормальную систему [232]-[234].

Для удобства доказательства необходимой нам ортонормальности функций Хаара с циклическим сдвигом, сначала докажем, что система функций (7.1.1) – (7.1.2) является ортонормальной в пространстве функций $L_2[0, 1]$ и используем эту схему доказательства в дальнейшем:

$$(\phi_{ni}, \phi_{mj}) = \int_0^1 \phi_{ni}(x) \phi_{mj}(x) dx = \begin{cases} 0, & i \neq j, \\ 1, & i = j. \end{cases} \quad (7.1.7)$$

Пусть для определенности $m < n$. Для доказательства (7.1.7) докажем две вспомогательные леммы. Рассмотрим две серии функций $\{\phi_{ni}\}$ и $\{\phi_{mj}\}$, $i = 1, 2, \dots, 2^n$; $j = 1, 2, \dots, 2^m$.

Лемма 1

Расстояние $\Delta = |x_n - x_m|$, где

$$x_n = \frac{i-1}{2^n} + \frac{1}{2^{n+1}}, x_m = \frac{j-1}{2^m} + \frac{1}{2^{m+1}},$$

не меньше $\Delta^* = 2^{-(n+1)}$ для $i = 1, 2, \dots, 2^n$; $j = 1, 2, \dots, 2^m$ и $m < n$.

Доказательство:

Расстояние Δ определяется как

$$\Delta = \left| \frac{i-1}{2^n} + \frac{1}{2^{n+1}} - \frac{j-1}{2^m} - \frac{1}{2^{m+1}} \right| = \left| \frac{i}{2^n} - \frac{1}{2^{n+1}} - \frac{j}{2^m} + \frac{1}{2^{m+1}} \right| \quad (7.1.8)$$

Найдем, при каких i и j Δ достигает своего минимума. Это, очевидно, происходит тогда, когда выражение под знаком модуля равно нулю:

$$i = \frac{1}{2} + j \cdot 2^{n-m} - 2^{n-m-1}.$$

Однако i есть натуральное число, следовательно, Δ достигает минимума при

$$i_{1,2}^* = j \cdot 2^{n-m} - 2^{n-m-1}; j \cdot 2^{n-m} - 2^{n-m-1} + 1.$$

Подставляя оба выражения для i^* в (7.1.8), находим $\Delta^* = 2^{-(n+1)}$. Для любых $i > i^*$ выполняется $\Delta > \Delta^*$, что и требовалось доказать.

Лемма 2

Функции серий Хаара $\{\phi_{ni}\}$ и $\{\phi_{mj}\}$ для любых $i \neq j; i = 1, 2, \dots, 2^n; j = 1, 2, \dots, 2^m$ не меняют знак одновременно.

Доказательство:

По **Лемме 1** расстояние от конца интервала, на котором функция ϕ_{ni} не равна нулю, до конца интервала, на котором функция ϕ_{mj} не равна нулю, есть величина, не меньшая $\Delta^* = 2^{-(n+1)}$. Но Δ^* есть длина интервала, на котором функция ϕ_{ni} не меняет знак. Таким образом, когда функция ϕ_{ni} меняет знак, функция ϕ_{mj} знак не меняет, что и требовалось доказать.

Скалярное произведение (ϕ_{ni}, ϕ_{mj}) кусочно-постоянных функций распадается на сумму произведений на каждом из интервалов $2\Delta^*$. По **Лемме 2**:

$$(\phi_{ni}, \phi_{mj}) = \frac{2}{2^{n+1}} \begin{cases} \phi_{ni} \phi_{mj} + (-\phi_{ni}) \phi_{mj} \\ \phi_{ni} (-\phi_{mj}) + (-\phi_{ni}) (-\phi_{mj}) \end{cases} = 0.$$

Таким образом, функции Хаара представляют собой ортогональную систему. Докажем, что эта система является нормированной.

$$\|\phi_{ni}\|^2 = \int_0^1 \phi_{ni}(x)^2 dx = \left(2^{\frac{n}{2}}\right)^2 \cdot \frac{1}{2^{n+1}} + \left(-2^{\frac{n}{2}}\right)^2 \cdot \frac{1}{2^{n+1}} = 1.$$

Итак, доказано, что система функций Хаара является ортонормальной на отрезке $[0, 1]$ по норме пространства L_2 .

Рассмотрим теперь систему функций Хаара с циклическим сдвигом (7.1.3) – (7.1.6). Докажем для нее соотношение (7.1.7).

Лемма 1*

Расстояние $\Delta = |x_n - x_m|$, где

$$x_n = \begin{cases} \frac{i-1}{2^n} + \frac{1}{2^{n+1}} + a, & 0 < a < 1 - \frac{i}{2^n} + \frac{1}{2^{n+1}}, \\ \frac{i-1}{2^n} + \frac{1}{2^{n+1}} + a - 1, & 1 - \frac{i}{2^n} + \frac{1}{2^{n+1}} < a < \frac{1}{2}, \end{cases}$$

$$x_m = \begin{cases} \frac{j-1}{2^m} + \frac{1}{2^{m+1}} + a, & 0 < a < 1 - \frac{j}{2^m} + \frac{1}{2^{m+1}}, \\ \frac{j-1}{2^m} + \frac{1}{2^{m+1}} + a - 1, & 1 - \frac{j}{2^m} + \frac{1}{2^{m+1}} < a < \frac{1}{2}, \end{cases}$$

не меньше $\Delta^* = 2^{-(n+1)}$ для $i = 1, 2, \dots, 2^n; j = 1, 2, \dots, 2^m$ и $m < n$.

Доказательство:

Доказательство для случаев

$$x_n = \frac{i-1}{2^n} + \frac{1}{2^{n+1}} + a, x_m = \frac{j-1}{2^m} + \frac{1}{2^{m+1}} + a$$

и

$$x_n = \frac{i-1}{2^n} + \frac{1}{2^{n+1}} + a - 1, x_m = \frac{j-1}{2^m} + \frac{1}{2^{m+1}} + a - 1$$

полностью аналогично доказательству **Леммы 1**, поскольку сдвиг a , одинаковый для одного набора функций, не влияет на величину рассматриваемого интервала.

Рассмотрим для определенности случай

$$x_n = \frac{i-1}{2^n} + \frac{1}{2^{n+1}} + a, x_m = \frac{j-1}{2^m} + \frac{1}{2^{m+1}} + a - 1,$$

поскольку

$$x_n = \frac{i-1}{2^n} + \frac{1}{2^{n+1}} + a - 1, x_m = \frac{j-1}{2^m} + \frac{1}{2^{m+1}} + a,$$

очевидно, аналогичен.

$$\Delta = \left| \frac{i-1}{2^n} + \frac{1}{2^{n+1}} + a - \frac{j-1}{2^m} - a - \frac{1}{2^{m+1}} + 1 \right| = \left| \frac{i}{2^n} - \frac{1}{2^{n+1}} - \frac{j}{2^m} + \frac{1}{2^{m+1}} + 1 \right|$$

Минимальное значение модуля есть

$$\Delta = \frac{1}{2^{n+1}} + \frac{1}{2^{m+1}} > \Delta^*,$$

что и требовалось доказать.

Аналогично рассуждениям для классической системы Хаара, из **Леммы 1*** заключаем, что функции серий Хаара с циклическим сдвигом не меняют знак одновременно. Отсюда следует, что скалярное произведение кусочно-постоянных функций системы (7.1.3) – (7.1.6) распадается на сумму произведений на каждом из интервалов $2\Delta^*$, причем:

$$(\psi_{ni}, \psi_{mj}) = \frac{2}{2^{n+1}} \begin{cases} \psi_{ni} \psi_{mj} + (-\psi_{ni}) \psi_{mj} \\ \psi_{ni} (-\psi_{mj}) + (-\psi_{ni}) (-\psi_{mj}) \end{cases} = 0.$$

Таким образом, функции Хаара с циклическим сдвигом представляют собой ортогональную систему.

Докажем, что эта система является нормированной.

$$\left\| \psi_{ni}^{(a)} \right\|^2 = \int_0^1 \psi_{ni}^{(a)}(x)^2 dx = \left(2^{\frac{n}{2}} \right)^2 \cdot \frac{1}{2^{n+1}} + \left(-2^{\frac{n}{2}} \right)^2 \cdot \frac{1}{2^{n+1}} = 1,$$

$$\begin{aligned} \left\| \psi_{ni}^{(b)} \right\|^2 &= \int_0^1 \psi_{ni}^{(b)}(x)^2 dx = \left(2^{\frac{n}{2}} \right)^2 \cdot \frac{1}{2^{n+1}} + \left(-2^{\frac{n}{2}} \right)^2 \cdot \left(1 - \frac{i-1}{2^n} - a - \frac{1}{2^{n+1}} + \frac{i}{2^n} + a - 1 \right) \\ &= \left(2^{\frac{n}{2}} \right)^2 \cdot \frac{1}{2^{n+1}} + \left(-2^{\frac{n}{2}} \right)^2 \cdot \frac{1}{2^{n+1}} = 1, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \left\| \psi_{ni}^{(c)} \right\|^2 &= \int_0^1 \psi_{ni}^{(c)}(x)^2 dx = \left(2^{\frac{n}{2}} \right)^2 \cdot \left(1 - \frac{i-1}{2^n} - a + \frac{i-1}{2^n} + a + \frac{1}{2^{n+1}} - 1 \right) \\ &+ \left(-2^{\frac{n}{2}} \right)^2 \cdot \frac{1}{2^{n+1}} = \left(2^{\frac{n}{2}} \right)^2 \cdot \frac{1}{2^{n+1}} + \left(-2^{\frac{n}{2}} \right)^2 \cdot \frac{1}{2^{n+1}} = 1, \end{aligned}$$

$$\left\| \psi_{ni}^{(d)} \right\|^2 = \int_0^1 \psi_{ni}^{(d)}(x)^2 dx = \left(2^{\frac{n}{2}} \right)^2 \cdot \frac{1}{2^{n+1}} + \left(-2^{\frac{n}{2}} \right)^2 \cdot \frac{1}{2^{n+1}} = 1.$$

Итак, доказано, что система функций Хаара с действительным циклическим сдвигом является ортонормальной на отрезке $[0, 1]$ по норме пространства L_2 .

7.1.2 Полнота системы функций Хаара с циклическим сдвигом

Пользуясь указаниями в книге [230], докажем, что система (7.1.3) – (7.1.6) является полной.

Построим вспомогательное пространство $M_{n+1}(\epsilon)$ следующим образом. Пусть $M_{n+1}(\epsilon)$ есть множество всех функций, сохраняющих постоянное значение на каждом из интервалов Δ_i :

$$\Delta_1 = 1/2^{n+1} - \epsilon,$$

$$\Delta_i = 1/2^{n+1} (i = 2, \dots, n),$$

$$\Delta_{n+1} = 1/2^{n+1} + \epsilon,$$

полученных разбиением отрезка $[0, 1]$. Величина $\epsilon \in [0, 1/2^{n+1}]$ задает циклический сдвиг a системы Хаара (7.1.3) – (7.1.6):

$$a = \epsilon + p \cdot 1/2^{n+1},$$

где $0 \leq p \leq 2^n$ – целое число.

Для любых двух функций $f_1 \in M_{n+1}(\epsilon)$ и $f_2 \in M_{n+1}(\epsilon)$ их линейная комбинация $\alpha f_1 + \beta f_2 \in M_{n+1}(\epsilon)$ для $\forall \alpha, \beta$. Таким образом, $M_{n+1}(\epsilon)$ есть линейное пространство размерности 2^{n+1} . Любая непрерывная функция может быть представлена как предел равномерно сходящейся последовательности многочленов, состоящих из функций, принадлежащих пространству $M_{n+1}(\epsilon)$ (т.е., последовательности линейных комбинаций функций из $M_{n+1}(\epsilon)$). Другими словами, при достаточно большом n любую непрерывную функцию можно аппроксимировать с любой заданной точностью функциями из пространства $M_{n+1}(\epsilon)$.

Функции системы Хаара со сдвигом (7.1.3) – (7.1.6) принадлежат пространству $M_{n+1}(\epsilon)$, ($i = 1, 2, \dots, 2^n$). Эти функции, как было доказано выше, представляют собой ортонормальную систему. Их количество есть

$$1 + \sum_{k=0}^n 2^k = 2^{n+1}.$$

Следовательно, функции $\{\psi_{ni}\}$ линейно независимы, из чего в свою очередь следует, что они порождают пространство $M_{n+1}(\epsilon)$. Исходя из указанных выше свойств пространства $M_{n+1}(\epsilon)$, функции $\{\psi_{ni}\}$ представляют собой полную систему.

7.2 Приложение Б. Геометрическая вероятность пересечения струной заданной площадки

Найдем геометрическую вероятность нахождения в площадке s размера θ_0^2 сегмента прямой струны длины θ_c :

$$p_{cross}(\theta_0, \Psi, \sin \beta, z, \theta_c) = p_0(\theta_0, \theta_c) \cdot \frac{d\Theta}{dz} \cdot \sin \beta,$$

где $p_0(\theta_0, \theta_c)$ – вероятность, рассчитанная для струны единичной длины, перпендикулярной лучу зрения. Угол β – угол между лучом зрения и реальным расположением струны. Телесный угол Θ определяется красным смещением струны z и параметром плотности струн Ψ .

$$\frac{d\Theta}{dz} = \frac{d\Theta}{dV} \cdot \frac{dV}{dz},$$

где объем пространства, ограниченный красным смещением z , есть

$$V = \frac{4}{3}\pi \left[r(z) \right]^3,$$

а расстояние от наблюдателя до объекта с красным смещением z есть

$$r(z) = \frac{c}{H_0} \int_0^z \frac{d\hat{z}}{\sqrt{\Omega_m(1+\hat{z})^3 + \Omega_\Lambda}}.$$

Рассматривается Стандартная космологическая модель, где $\Omega_m = 0.27$, $\Omega_\Lambda = 0.73$, H_0 – современное значение параметра Хаббла, 71 км/с/Мпк. Интегрируя объем по красному смещению, получаем:

$$\frac{dV}{dz} = 4\pi \left[r(z) \right]^2 \cdot \frac{dr(z)}{dz} = \frac{4\pi c}{H_0} \frac{(1+z)^2 \left[D(z) \right]^2}{\sqrt{\Omega_m(1+z)^3 + \Omega_\Lambda}},$$

где

$$D(z) = \frac{1}{1+z} r(z)$$

есть расстояние углового диаметра (ADD – angular diameter distance, [1]).

Величина $d\Theta/dV$ представляет собой концентрацию струн в телесном угле $d\Theta$:

$$\frac{D(z)d\Theta}{dV} = \frac{d_{phys}}{dV} = \frac{\rho_s}{\mu},$$

где d_{phys} – физический линейный размер струны, а μ – ее линейная плотность. Другими словами,

$$dm_{strings} = d_{phys} \cdot \mu = \rho_s dV.$$

$$\frac{d\Theta}{dV} = \Psi \frac{G\mu}{c^2} \cdot \rho_m \cdot \frac{1}{D(z)\mu} = \Psi \cdot \frac{3}{8} \frac{H_0^2}{\pi c^2} \Omega_m \cdot \frac{1}{D(z)}.$$

Таким образом,

$$\frac{d\Theta}{dz} = \Psi \cdot \frac{3}{2} \frac{\Omega_m H_0}{c} \cdot \frac{D(z)(1+z)^2}{\sqrt{\Omega_m(1+z)^3 + \Omega_\Lambda}}$$

и

$$\begin{aligned} p_{cross} &= p_0 \cdot \sin \beta \cdot \Psi \cdot \frac{3}{2} \frac{\Omega_m H_0}{c} \cdot \frac{D(z)(1+z)^2}{\sqrt{\Omega_m(1+z)^3 + \Omega_\Lambda}} = \\ &= p_0 \cdot \sin \beta \cdot \Psi \cdot \frac{3}{2} \frac{\Omega_m H_0}{c} \cdot F(z), \end{aligned} \quad (7.2.1)$$

где

$$F(z) = \frac{1+z}{\sqrt{\Omega_m(1+z)^3 + \Omega_\Lambda}} \cdot \int_0^z \frac{dz}{\sqrt{\Omega_m(1+z)^3 + \Omega_\Lambda}}.$$

Геометрическая вероятность p_0 в выражении (7.2.1) есть отношение меры сегмента струны длиной θ_c в площадке θ_0^2 к площади поверхности небесной сферы. Эта мера определяется через δ -функцию в силу одномерности струны. Учитывая также симметрию пересечения струной площадки, получаем:

$$p_0 = 4 \cdot \frac{\frac{1}{\pi} \int_0^{\theta^*(\phi)} d\theta \int_0^{\pi/2} d\phi \cdot \delta[\hat{\theta}(\theta, \phi) - \theta_c]}{4\pi}. \quad (7.2.2)$$

Вычисление вероятности (7.2.2) распадается на два случая разной конфигурации струны относительно площадки. Первый случай возникает, когда струна пересекает две смежные стороны площадки, а второй случай возникает, когда струна пересекает две противоположные стороны площадки:

$$p_0 = p_0(1) + p_0(2).$$

7.2.1 Пересечение струной двух смежных сторон площадки, $p_0(1)$

Введем для удобства расчетов переменную ψ – угол между перпендикуляром к одной из сторон площадки и перпендикуляром, опущенным на струну, и θ – расстояние от центра площадки до струны (см. рис. 1).

$$p_0(1) = \frac{1}{\pi^2} \left(\int_{\phi_{min}}^{\phi_{max}} d\phi \int_{\theta_0}^{\sqrt{2}\theta_0} d\theta \cdot \delta[\hat{\theta}(\theta, \phi) - \theta_c] + \int_0^{\pi/2} d\phi \int_0^{\theta_0} d\theta \cdot \delta[\hat{\theta}(\theta, \phi) - \theta_c] \right),$$

где $\cos \phi_{min} = \theta_0/\theta_c$, $\sin \phi_{max} = \theta_0/\theta_c$.

Вычислим величину $\hat{\theta}(\theta, \phi)$, которая есть длина отрезка струны, находящаяся внутри площадки θ_0^2 . Из тригонометрических соотношений внутри квадрата находим:

$$\hat{\theta}(\theta, \phi) = \frac{\frac{1}{2}\theta_0 - \theta \cos \phi}{\sin \phi} + \frac{\frac{1}{2}\theta_0 - \theta \sin \phi}{\cos \phi} = \frac{\sqrt{2}\theta_0 \sin(\phi + \pi/4) - 2\theta}{\sin 2\phi}.$$

$$\begin{aligned}
p_0(1) &= \frac{1}{\pi^2} \int_{\arccos \frac{\theta_0}{\theta_c}}^{\arcsin \frac{\theta_0}{\theta_c}} d\phi \int_{\theta_0}^{\sqrt{2}\theta_0} d\theta \cdot \delta \left[\frac{\sqrt{2}\theta_0 \sin(\phi + \pi/4) - 2\theta}{\sin 2\phi} - \theta_c \right] + \\
&+ \frac{1}{\pi^2} \int_0^{\pi/2} d\phi \int_0^{\theta_0} d\theta \cdot \delta \left[\frac{\sqrt{2}\theta_0 \sin(\phi + \pi/4) - 2\theta}{\sin 2\phi} - \theta_c \right] = \\
&= \begin{cases} \frac{1}{\pi^2} \int_0^{\pi/2} d\phi \frac{1}{2} \sin 2\phi, & 0 < \theta_c < \theta_0 \\ \frac{1}{\pi^2} \int_{\arccos \frac{\theta_0}{\theta_c}}^{\arcsin \frac{\theta_0}{\theta_c}} d\phi \frac{1}{2} \sin 2\phi, & \theta_0 < \theta_c < \sqrt{2}\theta_0. \end{cases} \\
&= \begin{cases} \frac{1}{2\pi^2}, & 0 < \theta_c < \theta_0 \\ \frac{1}{2\pi^2} \left(2 \left(\frac{\theta_0}{\theta_c} \right)^2 - 1 \right), & \theta_0 < \theta_c < \sqrt{2}\theta_0. \end{cases} \quad (7.2.3)
\end{aligned}$$

7.2.2 Пересечение струной двух противоположных сторон площадки, $p_0(2)$

Аналогично предыдущему пункту вводим переменную ψ – угол между перпендикуляром к одной из сторон площадки и перпендикуляром, опущенным на струну, и θ – расстояние от центра площадки до струны (см. рис. 1).

$$p_0(2) = \frac{1}{\pi^2} \int_0^{\pi/4} d\phi \int_0^{\theta^*} d\theta \cdot \delta \left[\hat{\theta}(\theta, \phi) - \theta_c \right], \quad (7.2.4)$$

где максимально возможное расстояние от центра площадки до струны зависит от угла наклона струны и есть $\theta^* = (1/2)\theta_0(\cos \phi - \sin \phi)$.

Вычислим величину $\hat{\theta}(\theta, \phi)$, которая есть длина отрезка струны, находящаяся внутри площадки θ_0^2 . Из тригонометрических соотношений внутри квадрата находим:

$$\hat{\theta}(\theta, \phi) = \theta_0 / \cos \phi.$$

Выражение под интегралом в (7.2.4) не зависит от θ , следовательно

$$p_0(2) = \frac{1}{\pi^2} \int_0^{\pi/4} d\phi \delta\left(\frac{\theta_0}{\cos \phi} - \theta_c\right) \cdot \frac{1}{2} \theta_0 (\cos \phi - \sin \phi).$$

Вводим замену переменной $y = \theta_0 / \cos \phi$ и учитывая, что $\theta_0 < \theta_c < \sqrt{2}\theta_0$, получаем:

$$\begin{aligned} p_0(2) &= \frac{1}{\pi^2} \int_{\theta_0}^{\sqrt{2}\theta_0} \frac{dy}{y \sqrt{\left(\frac{y}{\theta_0}\right)^2 - 1}} \delta(y - \theta_c) \cdot \frac{1}{2} \theta_0 \left(\frac{\theta_0}{y} - \sqrt{1 - \left(\frac{\theta_0}{y}\right)^2}\right) = \\ &= \frac{1}{2\pi^2} \frac{\frac{\theta_0}{\theta_c} \left(\frac{\theta_0}{\theta_c} - \sqrt{1 - \left(\frac{\theta_0}{\theta_c}\right)^2}\right)}{\sqrt{\left(\frac{\theta_c}{\theta_0}\right)^2 - 1}}. \end{aligned} \quad (7.2.5)$$

7.2.3 Вычисление общей вероятности, p_0

Суммируя вычисленные вероятности $p_0(1)$ и $p_0(2)$, находим общую геометрическую вероятность попадания прямого сегмента струны длины θ_c и ориентированного произвольным образом в площадку θ_0^2 :

$$p_0(\theta_c) = \frac{1}{2\pi^2} \begin{cases} 1, & 0 < \theta_c < \theta_0 \\ \frac{(\theta_0/\theta_c)^3}{\sqrt{1-(\theta_0/\theta_c)^2}} + (\theta_0/\theta_c)^2 - 1, & \theta_0 < \theta_c < \sqrt{2}\theta_0. \end{cases} \quad (7.2.6)$$

Полученное соотношение полностью соответствует частному случаю соотношения, выведенного в работе [94]. Отметим неточность автора: для выполнения условия $p_0(\theta_c) \leq 1$ в соотношении (7.2.5) необходимо исключить из рассмотрения малую область изменения параметра θ_c : $\theta_0 \leq \theta_c \leq \theta_0 + 0.3\%(\sqrt{2}\theta_0 - \theta_0)$. Это ограничение соответствует тому, что для вычисления вероятности в случае пересечения струной двух противоположных сторон рассматриваемого поля, исключается из рассмотрения малая область изменения угла ϕ : $0 \leq \phi \leq 2.75$ градусов. Данное ограничение можно устранить путем введения угла ϕ^* с другим началом отсчета, однако мы не будем приводить соответствующие громоздкие вычисления в силу того, что указанное ограничение – в силу своей малости – не влияет на сходимость интегралов и на окончательный результат об ожидаемом количестве струн.

7.3 Приложение В. Система программирования HEALPix

HEALPix является системой разбиения поверхности сферы на пикселы равной площади, которые расположены на постоянной широте. HEALPix представляет собой систему с многогранной структурой, обладающей сопутствующей библиотекой программ на нескольких общепринятых языках программирования (Fortran, C++, IDL). Это математическое обеспечение позволяет производить как вычисления с астрономическими данными, так и представлять их в удобном для восприятия, для больших и очень больших объемов данных. Первоначально эта система была разработана для космологических экспериментов по изучению анизотропии реликтового излучения и использовалась в таких экспериментах как COBE, BOOMERanG, WMAP. Эта система будет использоваться также при обработке данных в текущем проекте ПЛАНК, посвященном изучению анизотропии реликтового излучения.

Для поиска космических струн в радиообзорах всего неба эта система представляется особенно привлекательной, поскольку данные радиообзора WMAP представлены в виде HEALPix данных и поскольку в этой системе предусмотрены возможности проводить быструю свертку с ортогональными функциями любого вида. Кроме того, мощная система математической поддержки позволяет достаточно экономно писать коды для вычислительных процессов.

7.3.1 Принципы дискретизации сферы в системе HEALPix

Математический анализ на многообразиях со сферической топологией играет важную роль, как в обычной физике, так и в астрофизике и астрономии. Во многих случаях это диктуется либо самим объектом изучения (как в случае астрономии), либо сферической симметрией задачи, которая позволяет значительно упростить математический анализ проблемы и применить мощные методы приближенного анализа. Ограниченность чисто аналитических методов математического анализа настоятельно требует разработки вычислительных методов для эффективного и точного вычисления на сфере.

Кажущаяся простота сферы вводит в заблуждение об анализе на сфере и приводит иногда к искаженным выводам. До сих пор неизвестен набор площадок на сфере, который был бы полным аналогом однородного разбиения евклидовой плоскости на площадки равного размера, что позволяет проводить в евклидовом пространстве быстрое и эффективное разложение

по ортогональным функциям (хотя и с ограниченной полосой пространственных волновых векторов). Существующие методы практических схем при дискретизации сферы и анализа функций на сфере, заключаются в том, что неизбежно вводятся (к счастью, малые) систематические ошибки, которые зависят от глобальных свойств системы площадок, осуществляющих дискретизацию сферы. Одной из целей в методе дискретизация является минимизация таких ошибок, а также по возможности адекватное представление детерминированных и случайных функций на множестве площадок (вместо сферы) и эффективная работа с фурье-образами таких функций. Всюду ниже мы будем обсуждать только дискретизацию сферы. Поэтому иногда будем опускать слово сфера.

Эффективность системы HEALPix была многократно проверена в ходе обработки и представления результатов миссий по исследованию анизотропии реликтового излучения. Эта система применялась при обработке данных эксперимента COBE (NASA USA), WMAP (NASA USA), BOOMERanG (Italy), DASI (USA) и других. Эта же система будет использоваться при обработке данных и представлении результатов проекта PLANCK.

7.3.2 Требования к методу разбиения сферы на площадки (пикселы)

Численный анализ функций на сфере должен включать следующее:

- 1) Класс математических операций, объектами которых являются:
- 2) дискретные карты, т.е. дискретизация независимых функций в соответствии с выбранной сотовой структурой дискретизации (деление сферы на площадки конечной площади).

В дальнейшем мы будем обсуждать только небесные карты, сделанные в радио обзоре всей небесной сферы WMAP, хотя следует заметить, что все утверждения, которые будут высказаны ниже, относятся к любой функции, заданной на сфере.

Вначале рассмотрим утверждение (1). Стандартные операции численного анализа, которые в принципе могут выполняться на сфере включают: свертку функций с локальными и глобальными ядрами, фурье-анализ со сферическими гармониками разных типов (скалярными, векторными, тензорными и т.п.), оценка спектра мощности сигнала на сфере при разложении по сферическим гармоникам, разложение по вэйвлетам, методы, связанные с поиском соседнего пиксела, топологический анализ, который включает в себя оценку выбросов случайной функции выше определенного значения, поиск максимумов и минимумов случайной функции, заданной на сфере, а также поиск седлообразных точек таких случайных функций,

вычисление функционалов Минковского. Кроме того, возникают вопросы связанные с численным дифференцированием и интегрированием функций на сфере по траекториям и решения дифференциальных уравнений. Большинство из этих операций становятся невыполнимыми при выборе неправильного разбиения сферы на пикселы. В этом случае они требуют очень большого объема вычислительных ресурсов или невозможно большого времени счета.

Что касается второго утверждения (2), то здесь следует отметить, что в типичном эксперименте по радио обзору всей небесной сферы должны выполняться следующие условия:

(а) сигнал, который наблюдают в эксперименте, обладает ограниченной полосой частот (пространственной полосой частот) из-за диаграммы направленности радио антенны и

(б) проекции на элемент карты (или пиксел) шума инструмента, который осуществляет наблюдение. В каждом пикселе этот шум должен быть случайным и (по крайней мере, в полосе частот, близкой к обратному значению частоты дискретизации) может быть белым шумом.

Исходя из этих требований авторы HEALPix'a предложили список требований, которым должна удовлетворять система работы и представления с большими и сверхбольшими объемами данных.

1. Иерархическое структура данных

Такая структура данных уже использовалась в больших и сверхбольших базах данных. Простой аргумент в пользу такого построения структуры данных заключается в том, что данные, заданные в элементах, которые расположены в соседних точках многомерного пространства (например, на сфере) находятся близко друг от друга в древесной структуре представления данных. Это свойство сильно упрощает топологический и связанные с топологическим методы анализа данных. Это свойство также способствует упрощению преобразований типа вэйвлетов быстрым распознаванием соседнего пиксела.

2. Одинаковая площадь пикселов

Это свойство дает особенно много преимуществ, поскольку белый шум инструмента на частоте запроса данных дает белый шум в пространстве пикселов. Поэтому сигнал с небесной сферы дискретизируется вне зависимости от района сферы (например, полярной шапки, как имеет место в проекции Меркатора).

3. Распределение площадок по линиям равных широт

Это свойство является особенно важным при вычислениях со сферическими функциями. Поскольку в численных методах присоединен-

ные полиномы Лежандра задаются в виде рекурсии, любое отклонение вычислительной сетки от линий равных широт сильно понижает скорость вычисления, причем уменьшение скорости растет с ростом числа точек сетки.

Известно очень много способов разбиения сферы на площадки для численного счета и представления поверхности сферы в виде двумерной эвклидовой поверхности (ограниченной площади). Не будем упоминать методов, принятых в картографии, перечислим только способы, применявшиеся для пикселизации небесной сферы в экспериментах по изучению анизотропии реликтового излучения.

- Эквидистантная цилиндрическая проекция.
Очень распространенный способ представления данных в геофизике и климатологии. Более 10 лет назад этот метод рассматривался в приложении к исследованию анизотропии реликтового излучения [235]. Этот метод удовлетворяет условиям 1 и 3, но не удовлетворяет условию 2. Это представляет значительные трудности при приложении этого метода ко всей небесной сфере из-за неэкономного перекрытия пикселей вблизи полюсов.
- Гексагональная сетка с икосаэдральной симметрией.
Хорошо удовлетворяет условия однородности покрытия сферы и удовлетворяет условию 2, но не удовлетворяет условиям 1 и 3.
- Разбиение типа «иглу».
В таком методе разбиения сферы можно удовлетворить условию 2 с достаточно хорошей степенью точности, если количество пикселей велико. К сожалению, условия 1 и 3 не удовлетворяются [236].
- GLESP.
Имеет большое преимущество при сравнении с другими методами разбиения сферы при вычислении интегралов (сверток) на сфере методом Гаусса-Лежандра [237], что позволяет экономно выполнять точное интегрирование. Однако этот метод содержит нерегулярные вариации площади пикселей и не может содержать иерархическую структуру представления данных. Это не позволяет устанавливать соотношения между картами с различным угловым разрешением.

7.3.3 Метод разбиения сферы в HEALPix

Все три условия удовлетворяются в системе HEALPix.

Прежде всего предположим, что мы разбили сферу на некоторое число четырехугольников, которые осуществляют базовое разбиение сферы. Если существует отображение каждого базового элемента в квадрат :

$$S_q = [0, 1] \times [0, 1],$$

то тогда гнездовое разбиение квадрата во множество квадратов с меньшими размерами осуществляется тривиально, отсюда же следует иерархическая структура получаемой базы данных.

Вначале рассмотрим принципы базового разбиения сферы на пикселы. Разбиение сферы характеризуется двумя основными числами. Первое это N_θ – число базовых слоев между северным и южным полюсами и N_ϕ – число интервалов, на которые разбит экватор сферы. Соответственно, полное количество пикселов на сфере есть $N_{pix} = N_\theta \times N_\phi$. Площадь каждого пиксела есть:

$$\Omega_{pix} = \frac{4\pi}{N_\theta \times N_\phi}$$

В качестве базового разбиения можно выбрать несколько видов. Полное число возможных разбиений ограничено 6 типами:

1. Первое $N_\theta = 2$ $N_\phi = 3$, полное число пикселов $N_{pix} = 6$.
2. Второе $N_\theta = 2$ $N_\phi = 4$, полное число пикселов $N_{pix} = 8$.
3. Третье $N_\theta = 3$ $N_\phi = 3$, полное число пикселов $N_{pix} = 9$.
4. Четвертое $N_\theta = 3$ $N_\phi = 4$, полное число пикселов $N_{pix} = 12$.
5. Пятое $N_\theta = 4$ $N_\phi = 4$, полное число пикселов $N_{pix} = 16$.
6. Шестое $N_\theta = 4$ $N_\phi = 5$, полное число пикселов $N_{pix} = 20$.

Авторы системы HEALPix выбрали четвертый вариант разбиения, $N_\theta = 3$, $N_\phi = 4$, где полное число базовых пикселов $N_{pix} = 12$. Все пикселы обладают одинаковой площадью и служат базами для дальнейшего разбиения сферы. На Рис. (7.1) показано расположение базовых пикселов на сфере в проекции Меркатора. Ортографическая проекция базовых пикселов показана на Рис. (7.2). Для представления разбиения сферы на базовые пикселы мы выбрали наиболее распространенные формы представления карт – проекцию Меркатора и ортографическую проекцию. Однако в нашей работе, посвященной поиску струн, мы будем пользоваться несколько более экзотической, хотя и очень удобной для наших целей, проекцией Мольвейде. Разбиение сферы на базовые пикселы в проекции Мольвейде показано на Рис. (7.3).

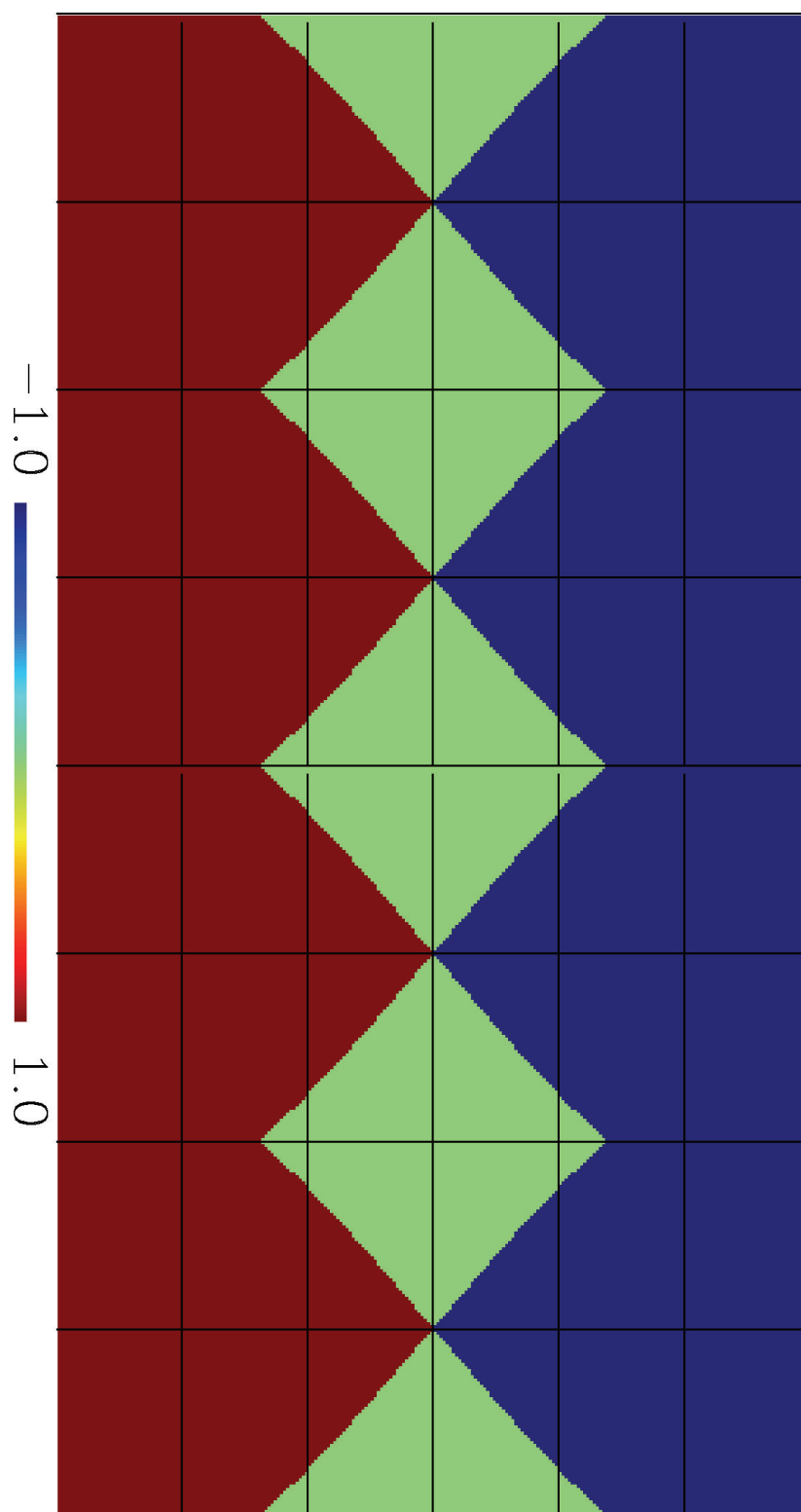


Рис. 7.1. На рисунке представлено разбиение сферы на 12 базовых пикселей, выбранное для системы HEALPix в проекции Меркатора. Синим цветом обозначены пиксели, которые формируют северную полярную шапку. Зеленым – пиксели, которые формируют северный и южных экваториальные пояса. Красным – базовые пиксели, которые формируют южную полярную шапку.

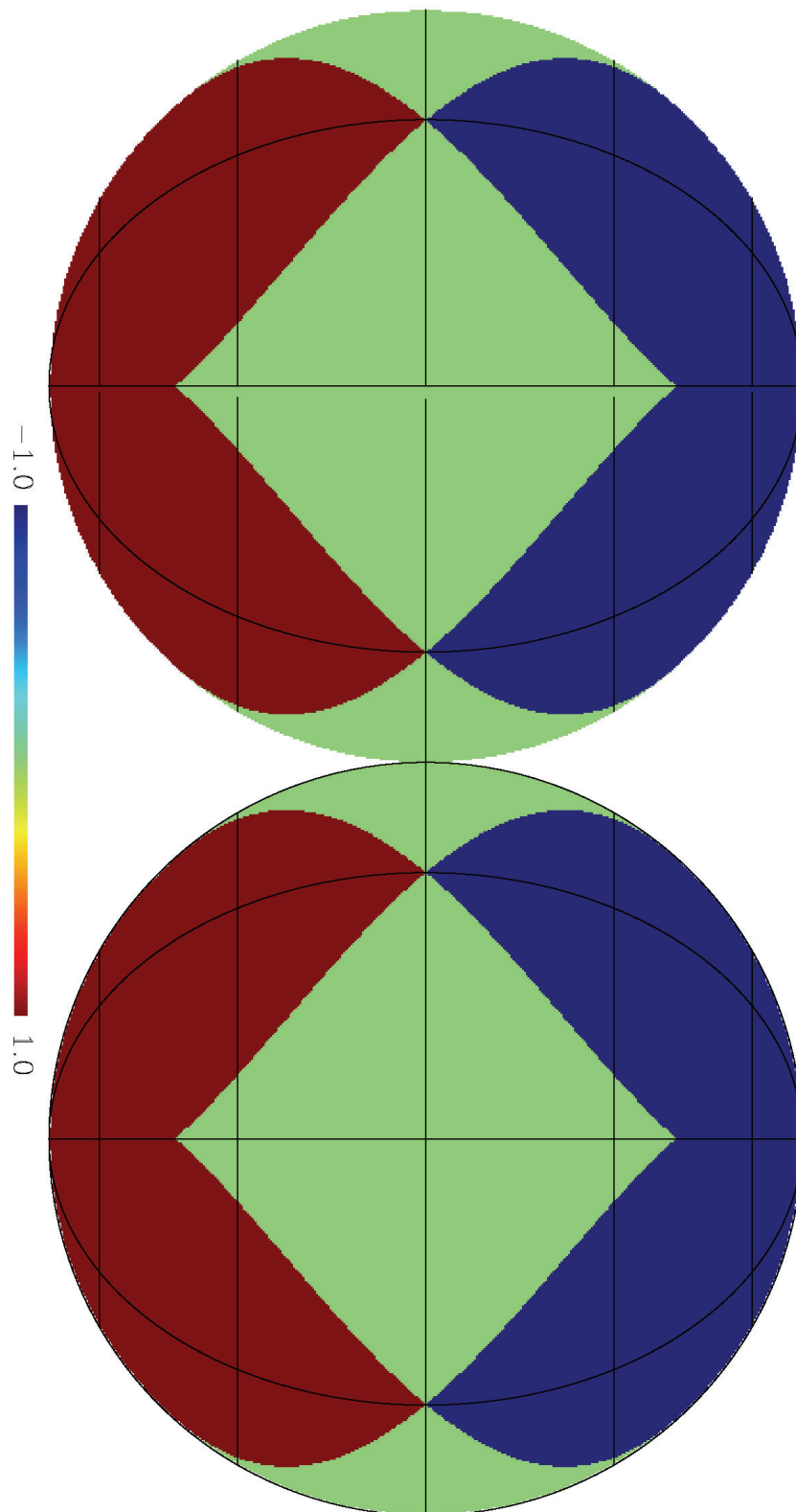


Рис. 7.2. На рисунке представлена ортографическая проекция сферы при разбиении на 12 базовых пикселей, выбранное для системы HEALPix. Цвет пикселей такой же как и на предыдущем рисунке.

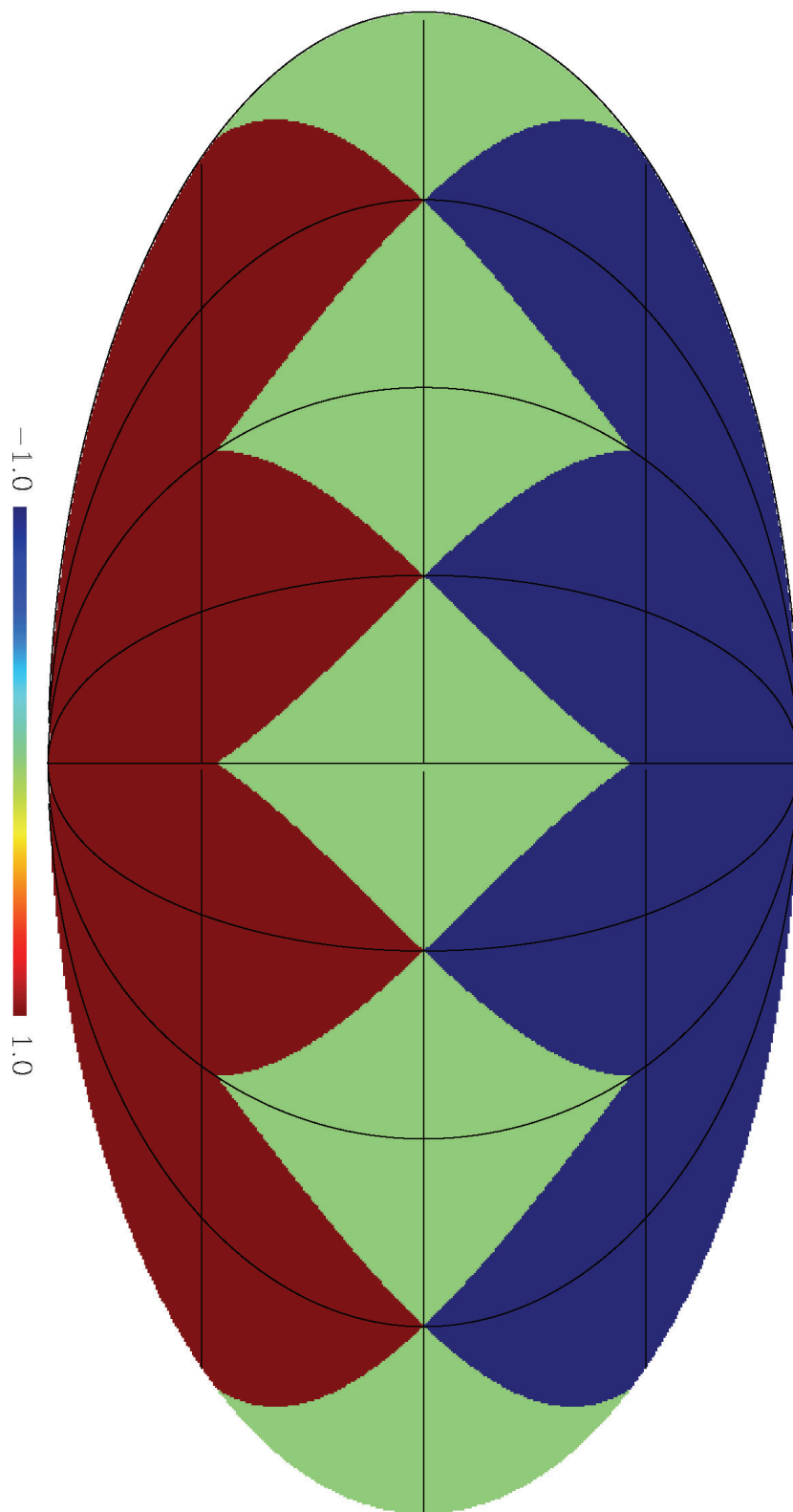


Рис. 7.3. На рисунке представлено разбиение сферы на 12 базовых пикселей, выбранное для системы HEALPix в проекции Мольвейде. Как и прежде синим цветом обозначены пиксели, которые формируют северную полярную шапку. Зеленым – пиксели, которые формируют северный и южных экваториальные пояса. Красным – базовые пиксели, которые формируют южную полярную шапку.

7.3.4 Сетка системы HEALPix

Базовые пиксели расположены в трех основных кольцах – северном полярном, экваториальном и южном полярном. Разрешение сетки регулируется параметром N_{side} , который определяет число делений базового пиксела на более мелкие. Это разбиение необходимо, чтобы достигнуть желаемого разделения сферы на мелкие пиксели. Центры всех пикселей расположены вдоль кольца постоянной широты и являются равноудаленными от полюса. Кольца пикселей расположенные между верхними и нижними вершинами экваториальных пикселей (т.е. расположенных в пределах $-2/3 < \cos \theta < 2/3$) или в экваториальной зоне подразделяются на одинаковое количество пикселей: $N_{eq} = 4 \times N_{side}$. Остальные кольца располагаются в полярных шапках ($|\cos \theta| > 2/3$) и содержат переменное число пикселей, которое нарастает от кольца к кольцу при удалении кольца от полюса.

Карта с параметром $N_{side} = 2$, соответствующая общему количеству пикселей 48, показана на Рис. (7.4)

С увеличением параметра N_{side} увеличивается разрешение карты. Карта, разделенная на сетку, принятую в системе HEALPix, имеет $N_{pix} = 12N_{side}^2$ пикселей с площадью каждого пиксела, равной:

$$\Omega_{pix} = \frac{4\pi}{12N_{side}^2}$$

В системе HEALPix параметр N_{side} пробегает значения, являющиеся степенью числа 2. Это вызвано тем, что при увеличении разрешения на карте, каждый пиксел разбивается на 4 новых пиксела, а сторона каждого пиксела разбивается на два новых интервала. Параметр N_{side} – число разбиений базового пиксела на ячейки вплоть до нужной степени разрешения. Этот параметр выбирается как $N_{side} = 2^k$, где величина k принадлежит натуральному ряду чисел. В Таблице (7.1) приведены следующие значения: параметр k , число разбиений базового пиксела N_{side} , число пикселей на сфере N_{pix} и угловой размер каждого пиксела. Угловой размер показывает степень разрешения карты.

Стандартные карты, представленные, например, группой WMAP, имеют параметр $N_{side} = 512$, что соответствует разрешению примерно в 7 угловых минут. Однако, например, карта ILC (Internal Linear Combination), хотя и представлена с параметром $N_{side} = 512$, имеет угловое разрешение примерно 1° полученное за счет сглаживания карты.

Таблица 7.1. Параметры разбиения сферы в HEALPIX

Параметр k	$N_{side} = 2^k$	$N_{pix} = 12N_{side}^2$	$\theta_{pix} = \sqrt{\Omega_{pix}}$
0	1	12	58°

Таблица 7.1(продолжение)

Параметр k	$N_{side} = 2^k$	$N_{pix} = 12N_{side}^2$	$\theta_{pix} = \sqrt{\Omega_{pix}}$
1	2	48	30°
2	4	192	14°
3	8	768	$7fdg33$
4	16	3072	$3fdg66$
5	32	12288	$1fdg83$
6	64	49152	$55farcm0$
7	128	196608	$27farcm5$
8	256	786432	$13farcm7$
9	512	3145728	$6farcm87$

В системе HEALPix существуют два способа нумерации пикселей. Первый – кольцевой способ, второй – гнездовой. При кольцевом способе нумерации пиксели нумеруются вдоль колец, начиная с первого кольца от северного полюса. В этом способе нумерации все пиксели разделены на $4N_{side} - 1$ колец, расположенных при одинаковой широте. В северной полярной шапке содержится $N_{side} - 1$ кольцо. Индекс i , нумерующий кольца, принадлежит интервалу значений $1 \leq i < N_{side}$. А индекс j нумерующий пиксел вдоль кольца принадлежит интервалу $1 \leq j \leq 4i$. Номер пикселя p связан с индексами кольца i и пикселя в кольце j по правилу: $p = 2i(i - 1) - 1 + j$. Последний пиксел в северной полярной шапке есть $p = 2N_{side}^2 + 2N_{side} - 1$. Номер первого пикселя в экваториальном поясе, соответственно есть $p = 2N_{side}^2 + 2N_{side}$. В экваториальных поясах кольца также нумеруются индексом i , который меняется в интервале $N_{side} \leq i \leq 2N_{side}$ в северном полярном поясе и в интервале $2N_{side} \leq i \leq 3N_{side}$ в южном полярном поясе. Число пикселей в кольце принадлежит интервалу $1 \leq j \leq 4N_{side}$. В экваториальных поясах номер пикселя выражается через индекс кольца и индекс пикселя в кольце как $p = 6N_{side}^2 + 2N_{side} + 4N_{side}(i - 2N_{side}) + j - 1$ и т.п.

Второй способ – гнездовой. Мы не использовали гнездовой способ нумерации и не будем обсуждать его здесь.

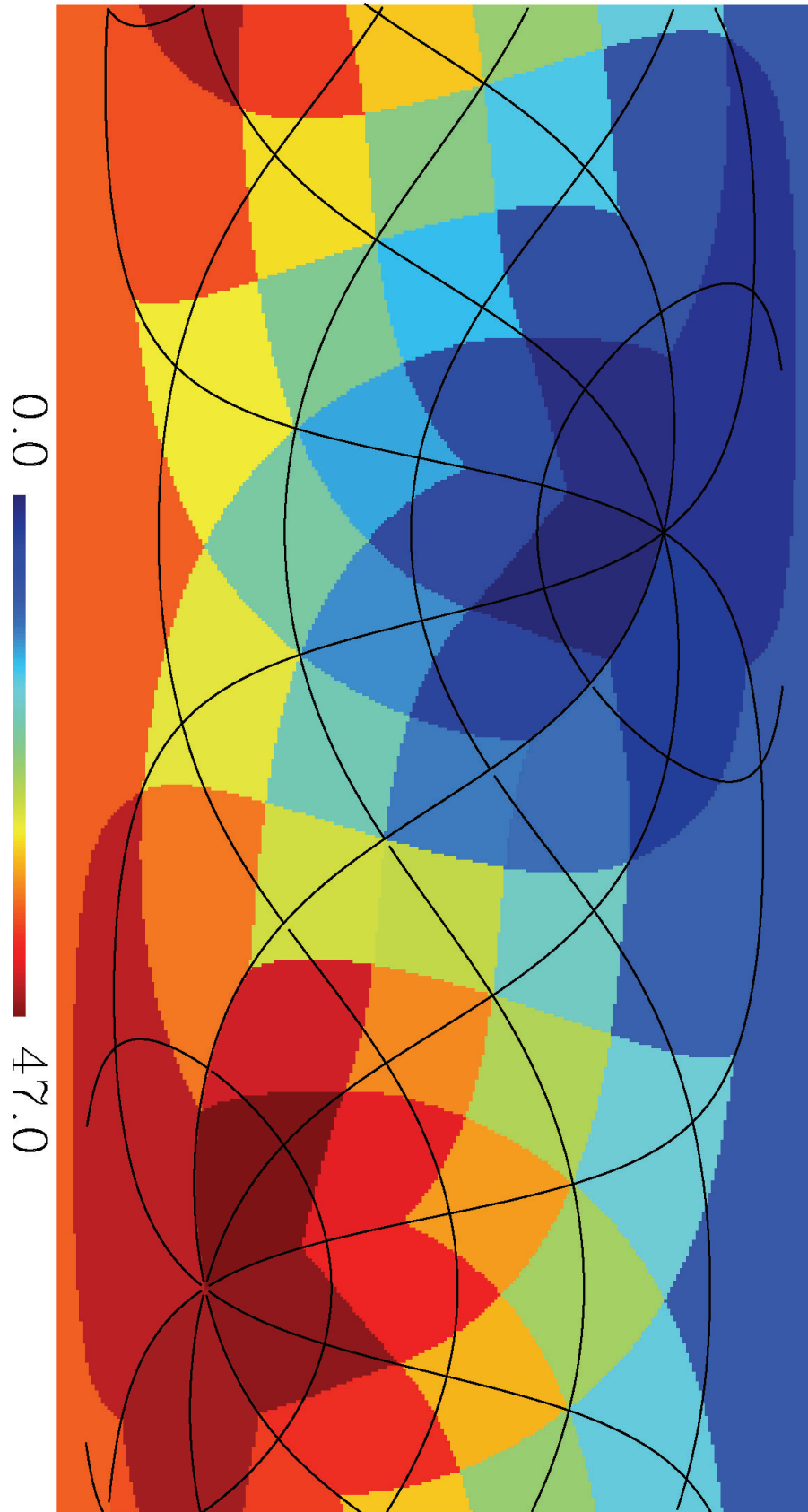


Рис. 7.4. На рисунке представлено разбиение сферы на 48 пикселей в проекции Меркатора. Как и прежде синим цветом обозначены пиксели, которые формируют северную полярную шапку. Зеленым – пиксели, которые формируют северный и южных экваториальные пояса. Красным – базовые пиксели, которые формируют южную полярную шапку. Полюса сдвинуты, для того, чтобы выделить их явно.

Литература

- [1] Д.С. Горбунов, В.А. Рубаков, Введение в теорию ранней Вселенной. в 2-х томах. URSS, Москва (2008, 2010), с. 557, 543.
- [2] S. Weinberg, Cosmology. Oxford University Press 612 p. (2008).
- [3] A. Vilenkin, E.P.S. Shellard, Cosmic strings and other topological defects. Cambridge Univ.Press., Cambridge (1994), p. 517.
- [4] A. Hindmarsh, in: The Formation and Evolution of Cosmic Strings, ed. by G.Gibbons, S.W.Hawking, and T.Vachaspathi, Cambridge Univ.Press., Cambridge (1990).
- [5] A.-C. Davis and T.W.B. Kibble, Fundamental cosmic strings. Contemporary Phys. 46 5 313-322 (2005); E-print archives, hep-th 0505050.
- [6] E.J. Copeland, R.C. Myers, J. Polchinski, Cosmic F- and D-strings. Journal of High Energy Phys. 06 013 (2004); E-print archives, hep-th 0312067.
- [7] T.W.B. Kibble, Topology of cosmic domains and strings. J. Phys. A: Math and Gen. 9 1387 (1976).
- [8] Ya.B. Zeldovich, Cosmological fluctuations produced near a singularity. MNRAS 192 663 (1980).
- [9] A. Vilenkin, Gravitational field of vacuum domain walls and strings. Phys. Rev. D 23 852 (1981).
- [10] A. Vilenkin, Cosmic strings as gravitational lenses. Ap. J. 289 L51 (1984).
- [11] F. Bernardeau, J.-P. Uzan, Cosmic string lens phenomenology: Model of Poisson energy distribution. Phys. Rev. D 63 2 023005 (2001).
- [12] A.A. de Laix, T. Vachaspati, Gravitational lensing by cosmic string loops. Phys.Rev. D 54 4780 (1996).

- [13] D.P. Bennett, F.R. Bouchet, High Resolution Simulations of Cosmic String Evolution I: Network Evolution. *Phys. Rev. D* 41 2408 (1990).
- [14] B. Allen, E.P.S. Shellard, Cosmic String Evolution: A Numerical Simulation. *Phys. Rev. Lett.* 64 119 (1990).
- [15] C.J.A.P. Martins, E.P.S. Shellard, Fractal Properties and Small scale Structure of Cosmic String Networks. *Phys. Rev. D* 73 043515 arXiv:astro-ph 0511792 (2005).
- [16] C. Ringeval, M. Sakellariadou, F.R. Bouchet, Cosmological Evolution of Cosmic String Loops. *JCAP* 0702 023 arXiv:astro-ph 0511646 (2007).
- [17] A. Zakharov, Lensing by exotic objects. *Gen Relativ Gravit* 42 2301 (2010.)
- [18] E.Komatsu et al., Five-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe Observations: Cosmological Interpretation. [WMAP Collaboration]. *The Astr.J.Suppl.* 180 2 330-376 (2009); arXiv:0803.0547 [astro-ph].
- [19] V.Sahni, A.Shafieloo and A.A.Starobinsky, Two new diagnostics of dark energy. *Phys.Rev.D* 78 10 103502 (2008); arXiv:0807.3548 [astro-ph].
- [20] J.Q.Xia, H.Li, G.B.Zhao and X.Zhang, Determining cosmological parameters with the latest observational data. *Phys.Rev.D* 78 8 083524 arXiv:0807.3878 [astro-ph].
- [21] R.R.Caldwell, A phantom menace? Cosmological consequences of a dark energy component with super-negative equation of state. *Phys. Lett. B* 545 23 (2002).
- [22] Ж. Ковалевский, Современная астрометрия. Век-2 Фрязино (2004).
- [23] В.Е. Жаров, Сферическая астрономия. Век-2 Фрязино (2006).
- [24] М.В. Сажин, Фундаментальный предел точности астрометрических измерений. *ПАЖ* 22 643 (1996).
- [25] M.V. Sazhin, V.E. Zharov, A.V. Volynkin, T.A. Kalinina, Microarcsecond instability of the celestial reference frame. *MNRAS* 300 287 (1998).
- [26] D.A. Kirzhnits, Weinberg Model in the Hot Universe. *JETP Lett.* 15 529 (1972).
- [27] D.A. Kirzhnits, A. Linde, Macroscopic Consequences of the Weinberg Model. *Phys. Lett. B* 42 471 (1972).

- [28] D.A. Kirzhnits, A. Linde, A Relativistic Phase Transition. Sov. Phys. JEPT 40 628 (1974).
- [29] M.B. Hindmarsh, T.W.B. Kibble, Cosmic Strings. Rept. Prog. Phys. 58 477 arXiv:hep-ph/9411342 (1994).
- [30] M. Majumdar, A Tutorial on Links between Cosmic String Theory and Superstring Theory. Notes for various lectures at COSLAB 2004 E-print archives, hep-th/0512062 (2005).
- [31] Grats, Y., Garcia, A., Topological interactions in $(2 + 1)$ -gravity: classical fields. Classical and Quantum Gravity 13 2 189-197 (1996).
- [32] Bezerra de Mello, E. R.; Bezerra, V. B.; Grats, Yu V., Self-forces in the spacetime of multiple cosmic strings. Classical and Quantum Gravity 15 7 1915-1925 (1998).
- [33] A. Fowler and F. Hoyle, Nuclear Cosmochronology. Astrophys. J. 132 565 (1960).
- [34] A. Sandage and G. A. Tammann, Steps toward the Hubble constant. VIII - The global value. Astrophys. J. 256 339 (1982).
- [35] C. T. Kowal, Absolute magnitudes of supernovae. Astron. J. 73 1021 (1968).
- [36] D. Branch, Type IA Supernovae and the Hubble Constant. Ann. Rev. Astron. and Astrophys. 36 17 (1998).
- [37] P. Hoflich, C. Gerardy, E. Linder, and H. Marion, in Stellar Candles, eds. W. Gieren et al. (Lecture Notes in Physics) [astro-ph/0301334].
- [38] S. Perlmutter et al., Measurements of Omega and Lambda from 42 High-Redshift Supernovae. Astrophys. J. 517 565 (1999) [astro-ph/9812133].
- [39] S. Perlmutter et al., Discovery of a supernova explosion at half the age of the universe. Nature 391 51 (1998) [astro-ph/9712212].
- [40] A. G. Riess et al., Observational Evidence from Supernovae for an Accelerating Universe and a Cosmological Constant. Astron. J. 116 1009 (1998) [astro-ph/9805201].
- [41] B. Schmidt et al., The High-Z Supernova Search: Measuring Cosmic Deceleration and Global Curvature of the Universe Using Type IA Supernovae. Astrophys. J. 507 46 (1998) [astro-ph/9805200].

- [42] A. G. Riess et al., The Farthest Known Supernova: Support for an Accelerating Universe and a Glimpse of the Epoch of Deceleration. *Astrophys. J.* 560 49 (2001) [astro-ph/0104455].
- [43] R. L. Gilliland, P. E. Nugent, and M. M. Phillips, High-Redshift Supernovae in the Hubble Deep Field. *Astrophys. J.* 521 30 (1999).
- [44] A. G. Riess et al., Type Ia Supernova Discoveries at $z > 1$ from the Hubble Space Telescope: Evidence for Past Deceleration and Constraints on Dark Energy Evolution. *Astrophys. J.* 607 665 (2004) [astro-ph/0402512].
- [45] P. Astier, et al., The Supernova Legacy Survey: measurement of Ω_M , Ω_Λ and w from the first year data set. *Astron. Astrophys.* 447 31 (2006) [astro-ph/0510447].
- [46] M. Wood-Vasey et al., Observational Constraints on the Nature of the Dark Energy: First Cosmological Results from the ESSENCE Supernova Survey. *Astrophys.J.* 666:694-715 (2007) astro-ph/0701041.
- [47] L. Senatore, Tilted ghost inflation. *Phys. Rev. D* 71 043512 (2005) [arXiv;astro-ph/0406187].
- [48] P. Creminelli, M. A. Luty, A. Nicolis and L. Senatore, Starting the Universe: stable violation of the null energy condition and non-standard cosmologies. *JHEP* 12 080 (2006) [arXiv:hep-th/0606090].
- [49] V. A. Rubakov, Phantom without pathologies in the ultraviolet domain. *Theor. Math. Phys.* 149, 1651 (2006) [*Teor. Mat. Fiz.* 149 409 (2006)] [arXiv:hep-th/0604153].
- [50] M. Libanov, V. Rubakov, E. Papantonopoulos, M. Sami and S. Tsujikawa, Ultraviolet stable, Lorentz-violating dark energy with transient phantom era. *JCAP* 0708, 010 (2007) [arXiv:0704.1848 [hep-th]].
- [51] Libanov, M. V.; Rubakov, V. A.; Sazhina, O. S.; Sazhin, M. V., CMB anisotropy induced by tachyonic perturbations of dark energy. *Phys. Rev.D*, 79 8 083521 (2009).
- [52] Libanov, M. V.; Rubakov, V. A.; Sazhina, O. S.; Sazhin, M. V., CMB anisotropy induced by tachyonic perturbations of dark energy *JETP* 108 2 226 (2009).
- [53] A. Sergienko, V. Rubakov, Phantom dark energy with tachyonic instability: metric perturbations, 2008 [arXiv:0803.3163 [hep-th]].

- [54] A. D. Linde, Elementary Particle Physics and Inflationary Cosmology. Nauka, Moscow (1981).
- [55] Долгов А.Д., Зельдович Я.Б., Сажин М.В., Космология ранней Вселенной. Москва Изд-во МГУ (1988).
- [56] V. Mukhanov, Physical Foundations of Cosmology (Cambridge University Press, Cambridge, England) (2005)
- [57] M. R. Nolta et al., Five-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe Observations: Angular Power Spectra. (WMAP Collaboration), *Astrophys. J. Suppl. Ser.* 180 296 (2009).
- [58] M. Giovannini, Theoretical Tools for CMB Physics. *Int. J. Mod. Phys. D* 14 (2005) 363 [arXiv:astro-ph/0412601].
- [59] [http : //lambda.gsfc.nasa.gov/toolbox/tb_cmbfast_form.cfm](http://lambda.gsfc.nasa.gov/toolbox/tb_cmbfast_form.cfm).
- [60] J. Dunkley et al., Five-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe Observations: Likelihoods and Parameters from the WMAP Data. [WMAP Collaboration], *Astrophys. J. Suppl. Ser.* 180 306 (2009).
- [61] Hinshaw, G.; Nolta, M. R.; Bennett, C. L. et al. Three-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Temperature Analysis. *The Aph. J. Supp.* 170 288-334 (2007).
- [62] L. P. Grishchuk and Ya.B. Zeldovich, Long-wavelength perturbations of a Friedmann universe, and anisotropy of the microwave background radiation. *Sov. Astron.* 22 125 (1978).
- [63] B. Paczynski and T. Piran, A dipole moment of the microwave background as a cosmological effect. *Astrophys. J.* 364 341 (1990).
- [64] M. S. Turner, Tilted Universe and other remnants of the preinflationary Universe. *Phys. Rev. D* 44 3737 (1991).
- [65] Langlois D., Piran, T., Cosmic microwave background dipole from an entropy gradient. *Phys. Rev. D.* 53 2908 (1996).
- [66] Langlois D., CMBR dipole from ultra large scale isocurvature perturbations. *Phys. Rev. D.* 54 2447 (1996).
- [67] Langlois D., Cosmological CMBR dipole in open universes? *Phys. Rev. D.* 55 7389 (1997).

- [68] M. Kamionkowski and L. Knox, Aspects of the cosmic microwave background dipole. *Phys. Rev. D* 67, 063001 (2003).
- [69] C. Gordon, K. Land, and A. Slosar, Cosmological Constraints from Type Ia Supernovae Peculiar Velocity Measurements. *Physical Review Letters*, vol. 99, Issue 8, id. 081301 arXiv:0711.4196 (2007).
- [70] О.С. Сажина, М.В. Сажин, В.Н. Семенцов, Анизотропия реликтового излучения. индуцированная движущейся прямой космической струной. *ЖЭТФ* 133, 5, 1005-1016 (2008).
- [71] Sazhin, M. V.; Khovanskaya, O. S.; Capaccioli, M.; Longo, G.; Paolillo, M.; Covone, G.; Grogin, N. A.; Schreier, E. J, Gravitational lensing by cosmic strings: what we learn from the CSL-1 case. *MNRAS* 376, 1731, E-print archives, astro-ph/0611744 (2007).
- [72] S. Veeraraghavan and A. Stebbins, Large-scale microwave anisotropy from gravitating seeds. *Astrophys. J.* 395, L55 (1992).
- [73] L. Perivolaropoulos, Spectral Analysis of Microwave Background Perturbations Induced by Cosmic Strings. *Astrophys. J.* 451, 429 (1995).
- [74] A. Stebbins, Cosmic strings and the microwave sky. I - Anisotropy from moving strings. *Ap. J.* 327, 584 (1988).
- [75] I. Shklovsky, On the Nature of "standard" Absorption Spectrum of the Quasi-Stellar Objects. *Astrophys. J.* 150 L1 (1967).
- [76] N. Kardashev, LEMAITRE'S Universe and Observations. *Astrophys. J.* 150 L135 (1967).
- [77] A. Vilenkin, Looking for cosmic strings. *Nature* 322, 613 (1986).
- [78] J.L. Christiansen, E. Albin, and T. Fletcher, J. Goldman, I.P.W. Teng, M. Foley, G.F. Smoot, Search for Cosmic Strings in the COSMOS Survey. *Phys. Rev. D* 83, 122004, arXiv:1008.0426 [astro-ph.CO] (2011).
- [79] [http : //lambda.gsfc.nasa.gov/product /map/dr4/best_params.cfm](http://lambda.gsfc.nasa.gov/product/map/dr4/best_params.cfm)
- [80] D.J. Eisenstein et al., Detection of the Baryon Acoustic Peak in the Large-Scale Correlation Function of SDSS Luminous Red Galaxies. *Astrophys. J.* 633 560 (2005).
- [81] N. Bevis, M. Hindmarsh, M. Kunz, J. Urrestilla, CMB power spectrum contribution from cosmic strings using field-evolution simulations of the Abelian Higgs model. *Phys. Rev. D* 75, 065015, arXiv:astro-ph/0605018 (2007).

- [82] N. Bevis, M. Hindmarsh, M. Kunz, J. Urrestilla, CMB power spectra from cosmic strings: Predictions for the Planck satellite and beyond. *Phys. Rev. D* 82, 065004, arXiv:1005.2663 [astro-ph.CO] (2010).
- [83] M. Hindmarsh, Signals of Inflationary Models with Cosmic Strings. arXiv:1106.0391 [astro-ph.CO], (2011).
- [84] R.R. Caldwell, A phantom menace? Cosmological consequences of a dark energy component with super-negative equation of state. *Phys.Lett. B* 545 23 (2002).
- [85] E. J. Copeland, M. Sami and S. Tsujikawa, Dynamics of Dark Energy. *Int. J. Mod. Phys. D* 15 (2006) 1753 [arXiv:hep-th/0603057].
- [86] M.V. Sazhin, O.S. Sazhina and U. Chadayammuri, The Scale Factor in the Universe with Dark Energy. E-print archives, astro-ph/1109.2258v1 (2011).
- [87] B. Allen, R.R. Caldwell, E.P.S. Shellard, A. Stebbins, S. Veeraraghavan, Large Angular Scale Anisotropy in Cosmic Microwave Background Induced by Cosmic Strings. *Phys. Rev. Lett.* 77 3061 arXiv:astro-ph/9609038 (1996).
- [88] E.P.S. Shellard, B. Allen, On the Evolution of Cosmic String, in *Formation and Evolution of Cosmic Strings*, G.W. Gibbons, S.W. Hawking, T. Vachaspati, Cambridge University Press (1990).
- [89] R. Battye, A. Moss, Updated Constraints on the Cosmic String Tension. *Phys. Rev. D* 82, 023521, arXiv:1005.0479 [astro-ph.CO] (2010).
- [90] J.J. Blanco-Pillado, K.D. Olum, B. Shlaer, Large Parallel Cosmic String Simulations: New Results on Loop Production, arXiv:1101.5173v2 [astro-ph.CO] (2011).
- [91] S.F. Shandarin, Ia.B. Zeldovich, Topological mapping properties of collisionless potential and vortex motion. *Phys.Rev.Lett* 52 1488 (1984).
- [92] M.V. Sazhin et al., CSL-1: chance projection effect or serendipitous discovery of a gravitational lens induced by a cosmic string? *MNRAS* 343 353 (2003).
- [93] M.V. Sazhin et al., Further Spectroscopic Observations of the CSL 1 Object. *Astrophys.J.* 636: L5-L8 (2006).

- [94] E. Morganson et al., Direct observation of cosmic strings via their strong gravitational lensing effect - II. Results from the HST/ACS image archive. *MNRAS* 406 4 2452 (2010).
- [95] Sazhin M.V., Sazhina (Khovanskaya) O.S., Capaccioli M., Longo G., Paolillo M., and Riccio G. Gravitational Lens Images Generated by Cosmic Strings. *The Open Astronomy Journal* 3 200-206 (2010).
- [96] E.Jeong, C.Baccigalupi, G.F.Smoot, J. Probing cosmic strings with satellite CMB measurements. *Cosmology and Astroparticle Phys* 09 018 (2010).
- [97] Сажина О.С., Сажин М.В., Капаччиоли М., Лонго Дж. Поиск космических струн методами оптической астрономии и радиоастрономии. *УФН* 181 10 1109-1114 (2011).
- [98] Сажина О.С., Сажин М.В. Космические струны во Вселенной: достижения и перспективы исследования. *ЖЭТФ* 140 5 918-928 (2011).
- [99] R. Consiglio et al., On the Number of Cosmic Strings in Dark Energy Cosmologies. E-print archives, arXiv:1112.5186v1 (2011).
- [100] М.В. Сажин, О.С. Хованская, М. Капаччиоли и др., Поиск гравитационных линз вблизи внегалактического двойного объекта CSL-1. *ПАЖ* 31 2 83-90 (2005), E-print archives, astro-ph/0406516.
- [101] Kibble, T.W.B. Cosmic strings reborn? 16 pp, Invited Lecture at COSLAB 2004, held at Ambleside, Cumbria, United Kingdom, from 10 to 17 September (2004); arXiv:astro-ph/0410073.
- [102] T. Vachaspati and A. Vilenkin, Formation and evolution of cosmic strings. *Phys. Rev. D* 30 2036 (1984).
- [103] А.И. Кобзарь, Прикладная математическая статистика. Москва Физматлит (2006), с. 92.
- [104] A.Leauthaud et al., Weak Gravitational Lensing with COSMOS: Galaxy Selection and Shape Measurements. *ApJS* 172 219 (2007).
- [105] C.M. Baugh and G.Efstathiou, The Three-Dimensional Power Spectrum Measured from the APM Galaxy Survey - Part One - Use of the Angular Correlation Function. *MNRAS* 265 145 (1993).
- [106] Broadhurst T.J., Ellis R.S. Shanks T., The Durham/Anglo-Australian Telescope faint galaxy redshift survey. *MNRAS* 235 827 (1988).

- [107] M.J.Colless et al., Faint blue galaxies - High or low redshift? MNRAS 261, 19 (1993).
- [108] О.С. Сажина, Применение функций Хаара с циклическим сдвигом для поиска космических струн. Вестник МГУ 6 588-592 (2011).
- [109] Capaccioli M., Alcalá J.M., Silvotti., et al., ESO Press Release 15a-f/01, <http://www.eso.org/outreach/press-rel/pr-2001/phot-15-01.html>
- [110] Alcalá J.M., Radovich M., Silvotti R., et al., in Proc. of the SPIE Meeting on: Survey and other telescope technologies and discoveries. Waikoloa-Hawaii, 4836 406 (2002).
- [111] Schneider P., Ehlers J., Falco E.E., Gravitational Lenses. Springer: Heidelberg (1999).
- [112] de Vaucouleurs G., Recherches sur les Nebuleuses Extragalactiques. Ann. d'Astrop. 11 247 (1948).
- [113] Lorenz H., Richter G.M., Capaccioli M., Longo G., Adaptive Filtering in Astronomical Image Processing – Part One – Basic Considerations and Examples. A.&Ap., 277 321 (1993).
- [114] Jackson N., Helbi P., Browne I., et al., Lensing galaxies: light or dark? A&Ap. 334 L33 (1998).
- [115] Hildebrand R.H., The Determination of Cloud Masses and Dust Characteristics from Submillimetre Thermal Emission. Quarterly J.R. Astron. Soc., 24, 267 (1983).
- [116] Ferrari F., Pastoriza M.G., Macchetto F.D., et al., Survey of the ISM in early-type galaxies. IV. The hot dust component. A&Ap 389 355 (2002).
- [117] Chini R., Mezger P.G., Kreysa E., et al., One-millimeter continuum observations of galactic and extragalactic sources; One-millimeter continuum observations of IRAS and FIRSSE sources. A.&Ap. 135 L14; 137 117 (1984).
- [118] D.L.Block et al., Reflection of Bulge Light from a 2 Kiloparsec Segment of Dust Lane in the Galaxy NGC 2841. Astron.J. 522 L25-L27 (1999).
- [119] Falco, E. E. et al., The CASTLES gravitational lensing tool. Электронный архив: eprint arXiv:astro-ph/9910025 (1999).
- [120] М.В.Сажин, О.С.Хованская, Объект CSL-1 - эффект проекции. Астрономический Журнал 82 5 387-397 (2005).

- [121] Е.А. Евстигнеева, V.P. Reshetnikov, and N.Ya. Sotnikova, JENAM-2000, Секция: Морфология и динамика звездных систем: скопления звезд, рукава галактик и кольца (2000).
- [122] P.G. van Dokkum, S.A. Stanford, B.P. Holden, et al., The Galaxy Population of Cluster RX J0848+4453 at $Z=1.27$. *Astrophys.J.* 552 L101 (2001).
- [123] Г.Н. Дубошин, Небесная механика. Основные задачи и методы. Москва Наука (1971).
- [124] Я.Б. Зельдович, И.Д.Новиков, Теория тяготения и эволюция звезд, Москва Наука (1971).
- [125] В.А. Крат, Фигуры равновесия небесных тел. Москва Гостехиздат (1950).
- [126] А.Ф. Захаров, М.В. Сажин, Гравитационное линзирование. *УФН* 168 1041 (1998).
- [127] E. Hawkins et al., The 2dF Galaxy Redshift Survey: correlation functions, peculiar velocities and the matter density of the Universe. *MNRAS* 346 1 78-96 (2003).
- [128] [http : //www.eso.org/paranal](http://www.eso.org/paranal)
- [129] [http : //www.sdss.org](http://www.sdss.org)
- [130] I. Zehavi et al., The Luminosity and Color Dependence of the Galaxy Correlation Function. *ApJ* 630 1 (2005).
- [131] Сажин М.В., Хлопов М.Ю. Космологические нити и эффекты гравитационной линзы. *АЖ* 66 191-193 (1989).
- [132] R.E.Schild, I.S.Masnyak, B.I.Hnatyk, and B.I.Zdanov, Anomalous fluctuations in observations of Q0957+561 A,B: Smoking gun of a cosmic string? *Astronomy and Astrophysics*, v.422, p.477-482 (2004).
- [133] M.W. Kummel and S.J. Wagner, A wide field survey at the Northern Ecliptic Pole. II. Number counts and galaxy colours in B_j , R , and K . *Astronomy and Astrophysics*, 370, 384-397 (2001).
- [134] J.P. Gardner, R.M.Sharples, B.E. Carraso, and C.S. Frenk, A wide-field K-band survey - I. Galaxy counts in B, V, I and K. *MNRAS* 282 L1 (1996).

- [135] R.I.Thomson, L.J.Storrie-Lombardi, R.Weymann, et al., Near-Infrared Camera and Multi-Object Spectrometer Observations of the Hubble Deep Field: Observations, Data Reduction, and Galaxy Photometry. *Astron.J.* 117 17 (1999).
- [136] J.P.Gardner, An Extendable Galaxy Number Count Model. *Astron.Soc. of the Pacific* 110, 291 1998
- [137] M. Fukugita, T. Futamase, T. Kasai, and E.L. Turner, Statistical properties of gravitational lenses with a nonzero cosmological constant *Astrophys.J.* 393 3 (1992).
- [138] C.S. Kochanek, Analytic results for the gravitational lens statistics of singular isothermal spheres in general cosmologies. *MNRAS* 261 453 1993
- [139] M. Chiba and Yu. Yoshi, New Limits on a Cosmological Constant from Statistics of Gravitational Lensing. *Astrophys.J.* 510 42 (1999).
- [140] E.O. Ofek, H-W. Rix, and D. Maoz, The redshift distribution of gravitational lenses revisited: constraints on galaxy mass evolution. *MNRAS* 343, 639 2003
- [141] Covone, G.; Sereno, M.; de Ritis, R., The statistics of gravitational lenses in a clumpy Universe. *MNRAS* 357 2 773 (2004).
- [142] R.E. Williams et al., The Hubble Deep Field: Observations, Data Reduction, and Galaxy Photometry. *AJ* 112 1335 (1996).
- [143] P. Schneider, J. Ehlers, E.E. Falco. *Gravitational Lenses*. Berlin, New York, Springer Verlag, (1992).
- [144] D. Huterer and T. Vachaspati, Gravitational Lensing by Cosmic Strings in the Era of Wide-Field Surveys. *astro-ph/0305006* (2003).
- [145] M. Sazhin, M. Capaccioli, G. Longo et al., The true nature of CSL-1. *arXiv:astro-ph/0601494* (2006).
- [146] E.Agol, C.J. Hogan, and R.M. Plotkin, Hubble Imaging Excludes Cosmic String Lens. *arXiv:astro-ph/0603838v2* (2006).
- [147] A.M. Koekemoer, A.S. Fruchter, R.N. Hook, W. Hack, in S. Arribas, A.M. Koekemoer, B. Whitmore eds., *Proc. Space Telescope Science Institute Workshop*. Baltimore, 17 Oct. 337 (2002).
- [148] [http : //www.stsci.edu/hst/acs /documents/handbooks/cycle15/cover.html](http://www.stsci.edu/hst/acs/documents/handbooks/cycle15/cover.html)

- [149] S. Casertano et al., WFPC2 Observations of the Hubble Deep Field South. AJ 120 2747 (2000).
- [150] A.S. Fruchter, R.N. Hook Drizzle: A Method for the Linear Reconstruction of Undersampled Images. PASP 114 144 (2002).
- [151] D. Larson, J. Dunkley, G. Hinshaw et al., Seven-year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Power Spectra and WMAP-derived Parameters. Astroph. J. Suppl. Ser. 192 16 (2011).
- [152] Jarosik, N. et.al., Seven-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Sky Maps, Systematic Errors, and Basic Results. ApJS 192 14 (2011).
- [153] Gold, B. et.al., Seven-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Galactic Foreground Emission. ApJS 192 15 (2011).
- [154] Larson, D. et.al., Seven-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Power Spectra and WMAP-Derived Parameters. ApJS 192 16 (2011).
- [155] Bennett, C. et.al., Seven-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Are There Cosmic Microwave Background Anomalies? ApJS 192 17 (2011).
- [156] Komatsu, E. et.al., Seven-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Cosmological Interpretation. ApJS 192 18 (2011).
- [157] Weiland, J. et.al., Seven-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Planets and Celestial Calibration Sources. ApJS 192 19 (2011).
- [158] [http : //www.thphys.uni - heidelberg.de /robbers/cmbeasy](http://www.thphys.uni-heidelberg.de/robbers/cmbeasy)
- [159] [http : //www.cfa.harvard.edu/mzaldarr /CMBFAST/cmbfast.html](http://www.cfa.harvard.edu/mzaldarr/CMBFAST/cmbfast.html)
- [160] Jeong E., Smoot G.F., Search for Cosmic Strings in Cosmic Microwave Background Anisotropies. The Astroph.J. 624 1 21 (2005).
- [161] Jeong E., Smoot G.F., The Validity of the Cosmic String Pattern Search with the Cosmic Microwave Background. The Astroph.J. 661 1 L1-L4 (2007).

- [162] BONNAREL F.; FERNIQUE P.; BIENAYME O.; EGRET D.; GENOVA F.; LOUYS M.; OCHSENBEIN F.; WENGER M.; BARTLETT J.G. The ALADIN interactive sky atlas. A reference tool for identification of astronomical sources. *Astron. Astrophys., Suppl. Ser.*, 143 33-40 (2000).
- [163] Paturel, G.; Petit, C.; Prugniel, P.; Theureau, G.; Rousseau, J.; Brouty, M.; Dubois, P.; Cambresy, L. HYPERLEDA. I. Identification and designation of galaxies. *Astronomy and Astrophysics*, 412 45-55 (2003).
- [164] Riess A.G., Nugent P., Filippenko A.V., Kirshner R.P., Perlmutter S., Snapshot Distances to Type IA Supernovae: All in “One” Night’s Work. *ApJ*. 504 935 (1998).
- [165] Sahni, V., Starobinsky, A., The Case for a Positive Cosmological Λ -Term. *International Journal of Modern Physics D*, 9 04 373-443 (2000).
- [166] J. Frieman, M. Turner and D. Huterer, Dark Energy and the Accelerating Universe. *Annual Review of Astronomy and Astrophysics* 46 1 385-432 (2008).
- [167] V. Gorini, U. Moschella, A. Kamenshchik, and V. Pasquier, The Chaplygin gas, a model for dark energy in cosmology. *AIP Conf. Proc.* – March 16, 2005 – Volume 751, pp. 108-125 GENERAL RELATIVITY AND GRAVITATIONAL PHYSICS: 16th SIGRAV Conference on General Relativity and Gravitational Physics (2005).
- [168] T. Padmanabhan, Cosmological Constant - the Weight of the Vacuum. *Phys. Rept.* 380 (2003) 235 [arXiv:hep-th/0212290].
- [169] E. Kolb, M. Turner, *The Early Universe*. (1994) Westview Press.
- [170] Градштейн И.С., Рыжик И.М. Таблицы интегралов сумм, рядов и произведений. Москва Физматгиз (1963). (формула N 3.166-22).
- [171] Бэйтмен Г., Эрдейи А., *Высшие трансцендентные функции*, т.3. Москва Физматгиз (1967) (формулы на стр.29); т.1, Гл.2, Гипергеометрические функции, параграф 2.3.2
- [172] В.Е. Жаров, *Сферическая астрономия*. Москва. Век-2 (2006).
- [173] C. Ma, E.F. Arias, T.M. Eubanks et al., The International Celestial Reference Frame as Realized by Very Long Baseline Interferometry. *Astron. J.* 116 516 (1998).

- [174] D.C. MacMillan, Future Directions in High Resolution Astronomy, eds. J.D. Romney, M.J. Reid. The 10th Anniversary of the VLBI ASP Conference series (2003).
- [175] R.D. Blandford R.D. A. Königl, Relativistic jets as compact radio sources. *Astrophys. J.* 232 34 (1979).
- [176] M.C. Begelman, R.D. Blandford, M.J. Rees, Theory of extragalactic radio sources. *Rev. Mod. Phys.* 56 255 (1984).
- [177] M.V.Sazhin, D.G.Blair and S.K.Jones. Gravitational Radiation Detection by VLBI Radio Astronomy. in: Marcel Grossman Proc. 1829 (1990).
- [178] T.Pyne et al., Gravitational Radiation and Very Long Baseline Interferometry. *Aph.J.* 465 566 (1996).
- [179] O.Titov. Proper motion of reference radio sources. e-ArXive: 0804.1403, 2008.
- [180] O.Titov, Systematic effects in proper motion of radio sources. Systematic effects in apparent proper motion of radio sources. e-ArXive: 0805.1099 (2008).
- [181] M.V. Sazhin, V.E. Zharov, T.A. Kalinina, Parallax distortion by the weak microlensing effect. *MNRAS* 323 952-964 (2001).
- [182] М.В. Сажин М.В. В.Е. Жаров, К.В. Куимов и др. гл. 3. Исследование влияния нестационарности пространства-времени на решение задач астрометрии микросекундного уровня точности. в кн: Космический астрометрический эксперимент ОЗИРИС, ред. Л.В. Рыхлова и К.В. Куимов, Москва. Век-2 57 (2005).
- [183] B. Paczynski, Gravitational microlensing by the galactic halo. *ApJ* 304 1 (1986).
- [184] C. Alcock et al., Possible gravitational microlensing of a star in the Large Magellanic Cloud. *Nature* 365 621 (1993).
- [185] E. Aubourg et al., Evidence for gravitational microlensing by dark objects in the Galactic halo. *Nature* 365 623 (1993).
- [186] A. Udalski et al., The optical gravitational lensing experiment: The discovery of three further microlensing events in the direction of the galactic bulge. *ApJ Lett.* 426 L69 (1994).

- [187] П.В. Блюх, А.А. Минаков, Гравитационные линзы. Киев, Наукова Думка (1989).
- [188] А.Ф. Захаров, Гравитационные линзы и микролинзы. Москва Янус (1997).
- [189] А.Ф.Захаров, О возможностях исследования микролинзирования удаленных квазаров с помощью космического интерферометра РАДИО-АСТРОН. АЖ 83 99–112 (2006).
- [190] A.F. Zakharov, Gravitational lensing: From micro to nano. *New Astronomy Reviews* 53 202 (2009).
- [191] M. Moniez, Microlensing as a probe of the Galactic structure: 20 years of microlensing optical depth studies. *Gen Relativ Gravit* 42 2047 (2010).
- [192] В.И.Жданов, Е.В.Федорова, А.Н.Александров, Гравитационное движение изображений удаленных источников, обусловленное полем звезд Галактики. *Кинематика физ.небесных тел* 20 422-429 (2004); arXiv:astro-ph/0409129.
- [193] K. Griest, Galactic microlensing as a method of detecting massive compact halo objects. *Astrophys. J.* 366 412 (1991).
- [194] C. Alcock et al. The MACHO Project: Microlensing Results from 5.7 Years of Large Magellanic Cloud Observations. *ApJ*, 542 281 (2000).
- [195] P. Popowski et al., Microlensing Optical Depth toward the Galactic Bulge Using Clump Giants from the MACHO Survey. *ApJ* 631 879-905 (2005).
- [196] C. Afonso et al., Bulge microlensing optical depth from EROS 2 observations *Astron and Astrophys*, 404 145 (2003).
- [197] С. Вейнберг, Гравитация и космология. Москва Мир (1975).
- [198] G. Hinshaw et al., Five-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe Observations: Data Processing, Sky Maps, and Basic Results. *Astrophys Journ. Suppl.* 180 2 225-245 (2009).
- [199] В. Е. Жаров, М.В. Сажин, В.Н. Семенцов, К.В. Куимов, О.С. Сажина, *Астрон журн*, 86 1 (2009).
- [200] Rubakov V.A., Sazhin M.V., Veryaskin A.V. 162. Graviton creation in the inflationary universe and the grand unification scale. *Phys.Lett. B* 115 189 (1982).

- [201] Gwinn, C. R., T. M. Eubanks, T. Pyne, et al., Quasar proper motions and low-frequency gravitational waves. *AJ* 485 87-91 (1997).
- [202] Sovers, O. J., Fanselow J. L., & Jacobs C. S. Astrometry and geodesy with radio interferometry: experiments, models, results. *Rev. Mod. Phys.* 70 1393-1454 (1998).
- [203] Kovalevsky, J. Aberration in proper motions. *AA* 404 743-747 (2003).
- [204] Klioner, S. A practical relativistic model of microarcsecond astrometry in space. *AA* 125 1580-1597 (2003).
- [205] Kopeikin, S. M., V.V. Makarov, Astrometric effects of secular aberration. *AJ* 131 1471-1478 (2006).
- [206] The Second Realization of the International Celestial Reference Frame by Very Long Baseline Interferometry., Eds. A.L.Fey, D.Gordon, C.S.Jacobs, Verlag des BKG. Frankfurt am Main (2009).
- [207] А.Ф.Никифоров, В.В.Уваров. Основы теории специальных функций. Москва Наука (1974).
- [208] И.М.Гельфанд, Р.А.Минлос, З.Я.Шапиро. Представления группы вращений и группы Лоренца. Москва ФИЗМАТЛИТ (1958).
- [209] А.И.Ахиезер, В.Б.Берестецкий. Квантовая электродинамика. Москва Наука (1969).
- [210] Дж. Джексон, Классическая электродинамика. Москва Мир (1965).
- [211] O.Titov, Z.Malkin. Effect of asymmetry of the radio source distribution on the apparent motion kinematic analysis. *Astronomy and Astrophysics*, 506 3 1477-1485 (2009).
- [212] М.В.Сажин. Анизотропия и поляризация реликтового излучения. Последние данные. *УФН* 174 2 197 (2004).
- [213] М.В.Сажин, А.А.Брюханов, И.А.Струков, Д.П.Скулачев, Анизотропия реликтового излучения и измеряемые величины. *ПАЖ* 21 6 403-412 (1995).
- [214] O. Titov, S. B. Lambert, and A.-M. Gontier. VLBI measurement of the secular aberration drift. *Astronomy and Astrophysics*, 529 A91 (2011).
- [215] V.B.Braginsky, N.S.Kardashev, A.G.Polnarev, I.D.Novikov, Propagation of electromagnetic radiation in a random field of gravitational waves and space radio interferometry. *Nuovo Cimento* 105 10 1141-1158 (1990).

- [216] Сажин М.В., Сажина О.С., Пширков М.С. Видимые движения квазаров, вызванные микролинзированием. АЖ 88 11 1036-1044 (2011).
- [217] Сажин М.В., Сажина О.С., Маракулин А.О. Угловой спектр случайных скоростей источников ICRF. АЖ 88 11 1027-1035 (2011).
- [218] М. В. Сажин, 170. Возможности детектирования сверхдлинных гравитационных волн. АЖ 55 1 65-68 (1978).
- [219] S. Detweiler, Pulsar timing measurements and the search for gravitational waves. *Astroph. J.* 234 1100 (1979).
- [220] T. Pyne and M. Birkinshaw, Null Geodesics in Perturbed Spacetimes *Astroph. J.* 415 459 (1993).
- [221] А. П. Прудников, Ю. А. Брычков, О. И. Маричев, Интегралы и ряды. Специальные функции. Физматлит, Москва (1983).
- [222] Электронный ресурс: Generalized hypergeometric function ${}_1F_2$, 07.22.06.0012.01. <http://functions.wolfram.com/PDF/Hypergeometric1F2.pdf>.
- [223] Я.Б.Зельдович, Наблюдательные эффекты в космологии АЖ 41 1 19-24 (1964).
- [224] Я.Б.Зельдович, И.Д.Новиков, "Релятивистская астрофизика". Москва Наука (1967).
- [225] Е.В. Иванова, О.С. Хованская, Эффективная кривизна вселенной при наблюдении удаленных объектов. АЖ 82 10 867-873 (2005).
- [226] Жаров В.Е., Сажин М.В., Чуйкова Н.А. 42. Влияние неустойчивости земной и небесной систем координат на определение параметров ориентации Земли. АЖ 77 2 144-160 (2000).
- [227] M. Sazhin, Quasi-Inertiality of the Celestial Reference Frame. *Gravit. Cosmol.* 6 214 (2000).
- [228] V.Lambert, D.Sokoloff, V.Tutubalin, Light propagation in a universe with spatial inhomogeneities. *Astrophysics and Space Science*, 298 3 409-418 (2005).
- [229] L. D. Landau and E. M. Lifshitz, Course of Theoretical Physics, Vol. 2: The Classical Theory of Fields (Nauka, Moscow, 1988; Pergamon, Oxford, 1975).

- [230] А.Н. Колмогоров, С.В. Фомин, Элементы теории функций и функционального анализа. Физматлит, Москва (2006), с. 570.
- [231] В.С. Пугачев, Лекции по функциональному анализу. МАИ, Москва (1996), с. 743.
- [232] D.K. Ruch and P.J. Van Fleet Wavelet Theory, An Elementary Approach with Applications, A Wiley publ. (2009), p. 479.
- [233] И.М. Дремин, О.В. Иванов, В.А. Нечитайло. Вейвлеты и их использование. УФН 171 5 475-501 (2001).
- [234] И.М. Соболев, Многомерные квадратные формулы и функции Хаара. Наука, Москва (1969), с. 288.
- [235] Muciaccia P.F., Natoli P, Vittorio N., Fast Spherical Harmonic Analysis: A Quick Algorithm for Generating and(or) Inverting Full-Sky, High-Resolution Cosmic Microwave Background Anisotropy Maps. Astrophysical Journal Letters 488 L63 (1998).
- [236] Crittenden R., Turok N.G., Exactly Azimuthal Pixelizations of the Sky. (1998); astro-ph/9806374
- [237] Doroshkevich A.G. et al., Gauss – Legendre Sky Pixelization (GLESP) for CMB maps. Int. J. Mod. Phys. D. 14, 275 (2005); astro-ph/0305537