

Н.В.Емельянов

**ДИНАМИКА ЕСТЕСТВЕННЫХ СПУТНИКОВ ПЛАНЕТ
НА ОСНОВЕ НАБЛЮДЕНИЙ**

ГАИШ МГУ - 2019



ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ ЭФЕМЕРИД СПУТНИКОВ ПЛАНЕТ

Резюме

При публикации в астрономических ежегодниках вообще не упоминалось о точности эфемерид. На самом деле точность эфемерид ограничена, поскольку они вычисляются по модели движения спутника, основанной на результатах наблюдений, содержащих ошибки.

Оценка точности эфемерид представляет собой непростую задачу. Именно этой задаче посвящена данная глава.

Трудность в решении поставленной задачи порождена тем обстоятельством, что точность наблюдений нам заранее неизвестна. Как выкручиваться в этих условиях и дать достоверные оценки точности эфемерид, описано в этой главе.

Автором настоящей книги разработаны методы, основные идеи которых взяты из работ других авторов. Оригинальными являются конкретные алгоритмы действий в случае эфемерид естественных спутников планет. В этой главе описаны алгоритмы для трех методов. Рассказывается об их преимуществах и недостатках.

Важно то, что здесь описаны конкретные применения методов при реальных наблюдениях для всех далеких спутников больших планет. Важность задачи подчеркивается тем фактом, что точность эфемерид нескольких спутников в настоящее время оказывается столь низкой, что эти спутники следует считать потерянными.

8.1. Факторы, определяющие точность эфемерид

Прежде всего отметим, что под эфемеридами подразумеваются координаты спутника, вычисленные на заданный момент времени. В понятие эфемерид мы включаем также средство вычисления координат. Основой эфемерид всегда являются наблюдения. Создание эфемерид на основе наблюдений делается согласно схеме и методам, изложенным в предыдущих главах.

Вопрос о том, какова точность эфемерид, оказывается не простым. Заметим, что люди, использующие эфемериды, не всегда задают себе такой вопрос. Эфемериды, публикуемые в астрономических ежегодниках, не снабжаются данными о точности. Часто подразумевается, что данные ежегодника совершенно точны, а сомнению подвергается точность того, что мы сравниваем с эфемеридами. На самом деле точность эфемерид ограничена и во многих случаях просто неизвестна.

Рассмотрим причины ошибок предвычисления координат спутников. Погрешности допускаются на разных этапах получения эфемерид. Прежде всего, мы имеем ошибки наблюдений, происходящие из неточности измерений. Далее, данные, которые мы рассматриваем как результаты наблюдений, на самом деле получаются в процессе некоторой обработки измеренных величин. На этом этапе вносятся определенные погрешности, порождаемые неточностью метода обработки. Потом строится модель движения спутника. Если выполняется численное интегрирование дифференциальных уравнений движения, то возникает вычислительная погрешность интегрирования. При построении аналитической теории движения в разложениях решения по степеням различных малых параметров берут ограниченное число членов, остальные отбрасывают. Так вносится погрешность теории. Для связи измеряемых величин с координатами спутника создается некоторая модель, в которой принимаются те или иные упрощения, порождающие дополнительные ошибки. Зависимость измеряемых величин от параметров движения может быть близка к вырожденным случаям, когда одноковую близость теоретических положений спутника к реальным наблюдаемым обеспечивает целое семейство возможных значений параметров. В этих ситуациях достоверность оценки точности эфемерид становится невысокой.

Орбитальное движение небесных тел имеет одну особенность. Движение происходит вблизи некоторой плоскости. В проекции

траектории на эту плоскость радиус-вектор вращается с почти постоянной угловой скоростью. Угол между радиусом-вектором и некоторым фиксированным направлением λ называется орбитальной долготой. Этот угол монотонно и почти равномерно увеличивается со временем, постоянно «накручивая» обороты. Допустим, что на некотором интервале времени (t_1, t_2) выполняются наблюдения, из которых можно определить значения λ на эти крайние моменты времени с некоторой погрешностью σ_λ . По этим значениям можно определить эфемеридное значение орбитальной долготы на некоторый момент t_f с какой-то погрешностью Δ_λ . Свойства орбитального движения позволяют вывести приближенную формулу зависимости точности эфемериды Δ_λ от интервалов времени между начальным t_1 и конечным t_2 моментами наблюдений и моментом t_f , для которого вычисляется эфемерида. Эта формула имеет вид:

$$\Delta_\lambda = \frac{t_f - \frac{t_1 + t_2}{2}}{t_2 - t_1} \sigma_\lambda. \quad (8.1)$$

Очевидно, что мы не можем измерять орбитальную долготу непосредственно при наблюдениях. Мы наблюдаем лишь проекцию орбитального движения на картинную плоскость. Однако приведенная здесь приближенная формула относительно долготы позволяет сделать некоторые выводы. Точность эфемерид пропорциональна точности наблюдений, но также обратно пропорциональна интервалу времени наблюдений.

Из приведенного анализа ясно, что именно нужно делать для улучшения точности эфемерид. Необходимо повышать точность наблюдений. Необходимо продолжать регулярные наблюдения, пусть даже с прежней точностью.

Формула (8.1) дает лишь общее приближенное представление о главных факторах, от которых зависит точность эфемерид. На практике нас интересует более детальное описание точности эфемерид именно для тех величин, которые мы измеряем или тех координат спутников, которые мы используем. При этом необходимы статистически обоснованные оценки.

Только в конце прошлого и начале текущего века были проведены специальные исследования точности эфемерид небесных тел. Оказалось, что методы, дающие более-менее достоверные и точные оценки, довольно сложны. Здесь процитируем некоторые значительные работы по данной задаче. Muinonen and Bowell (1993)

предложили специальный статистический подход к проблеме определения орбит из наблюдений. Milani (1999) предложил новый алгоритм для определения области возможного нахождения потерянных астероидов. Virtanen et al. (2001) изучили апостериорное распределение орбит астероидов и предложили метод для поиска потерянных астероидов в главном поясе и астероидов, сближающихся с Землей.

В работе (Desmars, 2009) были получены некоторые результаты оценки точности эфемерид для двух главных спутников Сатурна на основе искусственно сформированного массива наблюдений. При мерно в это же время Emelyanov (2010) исследовал точность эфемерид всех далеких спутников больших планет. В этой работе применялись три различных статистических метода оценки точности эфемерид. Все они основаны на вариациях данных наблюдений. Можно считать эти методы основными в данной проблеме. Рассмотрим их подробнее в следующих разделах.

8.2. Оценка точности эфемерид путем вариации ошибок наблюдений методом Монте-Карло

Прием в предлагаемом методе достаточно прост. Общая схема такова. Формируем большое число вариантов одних и тех же наблюдений, отличающихся от реально выполненных набором погрешностей, которые генерируются методом Монте-Карло. Для каждого варианта заново определяем орбиту, по которой вычисляем эфемериду на заданный момент времени. Статистические оценки вариаций эфемерид среди этих вариантов дают оценку точности.

Рассмотрим метод подробнее. Пусть имеется набор реальных наблюдений спутника. Требуется оценить точность эфемериды, построенной на основе этих наблюдений и вычисленной на заданный момент времени. Алгоритм состоит из следующих этапов.

1. Выполняем уточнение параметров движения на основе имеющихся наблюдений.
2. После уточнения параметров получается среднеквадратичная величина σ отклонений измеренных значений от вычисленных на основе модели движения.
3. По найденным параметрам вычисляем эфемериду спутника на заданный момент времени, то есть координаты, точность которых требуется определить. Назовем эту эфемериду опорной.

4. По найденным значениям параметров вычисляем значения измеряемых координат на моменты наблюдений. Назовем этот набор опорными наблюдениями.
5. Создаем набор искусственных наблюдений, путем прибавления к опорным наблюдениям случайных ошибок, распределенных по нормальному закону, с заданной среднеквадратичной величиной σ . Случайные величины получаем в вычислительной программе с помощью датчика случайных чисел. Назовем этот набор наблюдениями с вариациями ошибок.
6. Определяем методом дифференциального уточнения параметры движения спутника на основе набора наблюдений с вариациями ошибок.
7. По найденным параметрам вычисляем эфемериду на заданный момент времени, то есть координаты, точность которых требуется определить. Вычисляем и запоминаем отклонения Δ_x этих координат от опорной эфемериды.
8. Переходим к пункту 5 с новым набором случайных чисел.
9. После выполнения перехода к пункту 5 большое число раз выходим из этого цикла и делаем статистический анализ вычисленных отклонений Δ_x по всем вариантам вариаций ошибок наблюдений.
10. Среднеквадратичную величину отклонений Δ_x принимаем за точность эфемериды.

В этом методе набор опорных наблюдений получен на моменты реальных наблюдений по параметрам движения, заранее найденным по реальным наблюдениям. Этот набор опорных наблюдений рассматривается как вариант точных наблюдений. К точным значениям измеряемых величин прибавляются искусственно созданные случайные ошибки.

Схема описанного алгоритма изображена на рис. 8.1. Вычисление опорной эфемериды выполняется одновременно с вычислением опорных наблюдений. Операции «прибавление к опорным наблюдениям вариаций ошибок», «уточнение параметров», «вычисление эфемериды» делаются в цикле много раз. Вычисление отклонения от опорной эфемериды и среднеквадратичной величины отклонений производится одновременно с вычислением эфемериды. Среднеквадратичная величина отклонений вычисляется по рекуррентной формуле, которая приведена в разделе 6.6 (Глава 6). При выходе из цикла точность эфемериды как среднеквадратичная величина отклонений оказывается уже вычисленной. Оценку

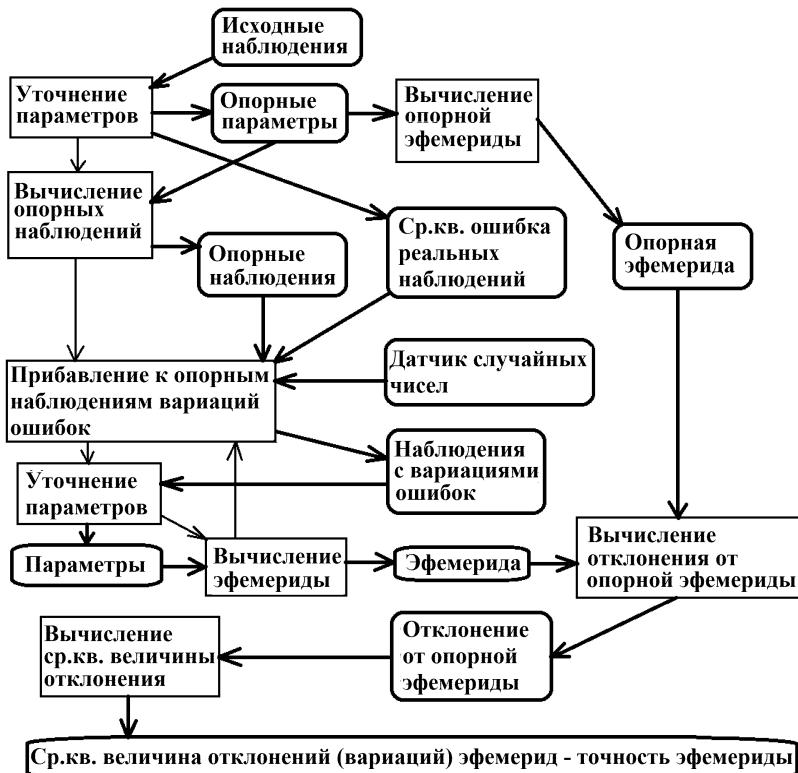


Рис. 8.1. Схема алгоритма вариации ошибок наблюдений. Толстыми линиями показаны данные и потоки данных. Тонкими линиями обозначены действия алгоритма и переходы между операциями.

точности эфемерид можно делать одновременно на целый ряд моментов времени. Затем можно построить график зависимости точности эфемерид от времени. Запоминая отклонения эфемериды от опорной на некоторый момент времени в процессе вычислений в отдельном файле, можно построить распределение отклонений по их значениям.

Рассмотренный алгоритм имеет две существенные особенности. Необходимо выполнить оценки точности наблюдений, чтобы задать вариации ошибок. Эти оценки могут оказаться не совсем достоверными, особенно если наблюдения неравноточные. Вторая особен-

ность состоит в значительных затратах времени вычислений, поскольку для хорошей статистической оценки точности эфемериды следует вычислить отклонение эфемериды от опорной достаточно много раз.

8.3. Оценка точности эфемерид методом вариации состава наблюдений с помощью «бутстреп»-выборок

Общая схема этого метода похожа на схему вариации ошибок наблюдений методом Монте-Карло. Формируем большое число вариантов случайных выборок из набора реальных наблюдений. Выборки делаются «бутстреп»-методом с помощью датчика случайных чисел. Для каждого варианта заново определяем орбиту, по которой вычисляем эфемериду на заданный момент времени. Статистические оценки вариаций эфемерид среди этих вариантов дают оценку точности.

Рассмотрим метод подробнее. Пусть имеется набор реальных наблюдений спутника. Требуется оценить точность эфемериды, построенной на основе этих наблюдений и вычисленной на заданный момент времени. Алгоритм решения задачи состоит из следующих этапов.

1. Выполняем уточнение параметров движения на основе имеющихся наблюдений.
2. По найденным параметрам вычисляем эфемериду спутника на заданный момент времени, то есть координаты, точность которых требуется определить. Назовем эту эфемериду опорной.
3. Делаем случайную выборку наблюдений из набора реальных наблюдений методом «бутстреп». Назовем этот набор «бутстреп»-выборкой наблюдений.
4. Методом дифференциального уточнения определяем параметры движения спутника на основе «бутстреп»-выборки наблюдений.
5. По найденным параметрам вычисляем эфемериду на заданный момент времени, то есть координаты, точность которых требуется определить. Вычисляем и запоминаем отклонения Δ_x этих координат от опорной эфемериды.
6. Переходим к пункту 3 с новым набором случайных чисел.
7. После выполнения перехода к пункту 3 большое число раз выходим из этого цикла и делаем статистический анализ вычисленных

отклонений Δ_x по всем вариантам вариаций ошибок наблюдений.

8. Среднеквадратичную величину отклонений Δ_x принимаем за точность эфемериды.

В этом методе набор опорных наблюдений рассматривается как вариант выборки. При статистическом анализе отклонений Δ_x сначала вычисляют среднее значение и среднеквадратичную величину отклонения от среднего. Можно не вычислять среднее значение предварительно, а определять эти две величины по ходу вычислений с помощью рекуррентных соотношений, приведенных в разделе 6.6 (Глава 6).

Схема описанного алгоритма изображена на рис. 8.2. Вычисление опорной эфемериды выполняется одновременно с вычислением опорных наблюдений. Операции «формирование бутстреп-выборки наблюдений», «уточнение параметров», «вычисление эфемериды» делаются в цикле много раз. Вычисление отклонения от опорной эфемериды и среднеквадратичной величины отклонений производится одновременно с вычислением эфемериды. Среднеквадратичная величина отклонений вычисляется по рекуррентной формуле, приведенной в разделе 6.6 (Глава 6). При выходе из цикла точность эфемериды как среднеквадратичная величина отклонений оказывается уже вычисленной. Оценку точности эфемерид можно делать одновременно на целый ряд моментов времени. Затем можно построить график зависимости точности эфемерид от времени. Запоминая отклонения эфемериды от опорной на некоторый момент времени в процессе вычислений в отдельном файле, можно построить распределение отклонений по их значениям.

Рассмотренный алгоритм имеет одно преимущество по сравнению с вариацией ошибок наблюдений. Для реализации метода не нужны никакие данные о точности наблюдений.

Поясним здесь, что такое «бутстреп»-выборка. Пусть имеется набор каких-либо пронумерованных элементов в количестве N штук. Представим себе случайную величину, которая может принимать значения от 1 до N с постоянной плотностью вероятности. Будем задавать эту случайную величину N раз. В каждом случае получаем некоторое значение n случайной величины в диапазоне от 1 до N , затем выбираем из исходного набора элемент с номером n . Помещаем этот элемент в результирующий набор. В итоге получим снова N элементов. Однако в результирующем наборе некоторые элементы из исходного набора могут оказаться выбранными



Рис. 8.2. Схема алгоритма оценки точности эфемерид с помощью «бутстреп»-выборок наблюдений. Толстыми линиями показаны данные и потоки данных. Тонкими линиями обозначены действия алгоритма и переходы между операциями.

несколько раз, а некоторые — ни разу. Такой способ еще называют выборкой с возвращением. В нашем случае каждая «бутстреп»-выборка из N исходных наблюдений спутника дает нам снова набор из N наблюдений, который и участвует в алгоритме оценки точности эфемериды.

При применении описанного здесь метода «бутстреп»-выборок наблюдений следует учитывать его специфическое свойство — варьируются не отдельные ошибки наблюдений, а полностью их состав. Поскольку в некоторых выборках могут отсутствовать наблюдения на краях интервала времени наблюдений, сокращенный интервал может приводить к ухудшению точности параметров и точности эфемерид. Исправление этого недостатка метода можно сделать следующим путем. Нужно вычислить сначала все ошибки на-

блудений, то есть отклонения реальных наблюдений от опорных, полученных путем вычисления эфемерид на моменты наблюдений по уточненным параметрам. Затем в процессе вычислений делать «бутстреп»-выборки не самих наблюдений, а только их ошибок. Таким образом, все моменты наблюдений будут сохранены. Однако ошибки одних наблюдений могут быть присвоены другим. При этом некоторые ошибки наблюдений могут быть увеличены в несколько раз, а некоторые будут положены равными нулю. Такой прием был испытан автором данной книги и привел к положительным результатам.

8.4. Оценка точности эфемерид методом вариации параметров движения

Основная идея этого метода заключается в следующем. На основе исходного набора наблюдений выполняем определение параметров движения небесного тела методом дифференциального уточнения. При этом получаются вектор-столбец найденных параметров \mathbf{P}_0 и соответствующая ковариационная матрица ошибок параметров \mathbf{D} , как описано в Главе 6. Вектор определяемых параметров содержит n элементов. Матрица \mathbf{D} имеет размерность $(n \times n)$. По значениям параметров \mathbf{P}_0 вычисляем опорную эфемериду. С помощью датчика случайных чисел создаем вариант значений параметров \mathbf{P} , отличающийся от \mathbf{P}_0 на некоторый вектор случайных величин. Формируем таким образом большое число вариантов случайных значений параметров движения. Для каждого варианта вычисляем эфемериду на заданный момент времени. Статистические оценки вариаций эфемерид среди этих вариантов дают оценку точности.

Здесь возникает важный вопрос о том, как сформировать случайную вариацию параметров. Метод, обоснованный теорией вероятностей, состоит в следующем. Для известной ковариационной матрицы ошибок параметров \mathbf{D} определяем матрицу декомпозиции Холецкого \mathbf{L} на основе соотношения

$$\mathbf{L}\mathbf{L}^T = \mathbf{D}.$$

С помощью датчика случайных чисел формируем случайный вектор η , состоящий из n компонент. Каждая компонента должна независимо от других принимать случайные значения с плотностью

вероятности, распределенной по нормальному закону, с нулевым математическим ожиданием и дисперсией, равной единице. Набор случайных значений параметров вычисляем затем по формуле

$$\mathbf{P} = \mathbf{P}_0 + \mathbf{L}\eta.$$

Заметим, что матрица \mathbf{L} оказывается нижней треугольной матрицей. Для ее вычисления имеются специальные программы в известных математических пакетах программ MATLAB, Maple, Mathematica и других. Можно использовать программу, составленную на языке программирования Си и приведенную в Приложении 5.

Рассмотрим подробнее алгоритм решения этой задачи. Пусть имеется набор реальных наблюдений спутника. Требуется оценить точность эфемериды, построенной на основе этих наблюдений и вычисленной на заданный момент времени.

1. Выполняем уточнение параметров движения на основе имеющихся наблюдений. Получаем вектор параметров \mathbf{P}_0 и соответствующую ковариационную матрицу ошибок параметров \mathbf{D} .
2. По найденным параметрам вычисляем эфемериду спутника на заданный момент времени, то есть его координаты, точность которых требуется определить. Назовем эту эфемериду опорной.
3. Находим случайный вариант вектора параметров \mathbf{P} описанным выше способом с помощью датчика случайных чисел.
5. По найденным параметрам вычисляем эфемериду на заданный момент времени, то есть координаты, точность которых требуется определить. Вычисляем и запоминаем отклонения Δ_x этих координат от опорной эфемериды.
6. Переходим к пункту 3 с новым набором случайных чисел.
7. После выполнения перехода к пункту 3 большое число раз выходим из этого цикла и делаем статистический анализ вычисленных отклонений Δ_x по всем вариантам вариаций ошибок наблюдений.
8. Среднеквадратичную величину отклонений Δ_x принимаем за точность эфемериды.

При статистическом анализе отклонений Δ_x опорная эфемерида рассматривается как точная, поскольку она была вычислена на основе набора реальных наблюдений. Среднеквадратичную величину отклонений Δ_x можно определять по ходу вычислений с помощью рекуррентного соотношения, приведенного в разделе 6.6 (Глава 6).

Схема описанного алгоритма изображена на рис. 8.3. Вычисление опорной эфемериды выполняется одновременно с вычисле-

нием опорных наблюдений. Операции «вычисление варианта параметров с вариациями» и «вычисление эфемериды» делаются в цикле много раз. Вычисление отклонения от опорной эфемериды и среднеквадратичной величины отклонений производится по рекурентной формуле одновременно с вычислением эфемериды. При выходе из цикла точность эфемериды как среднеквадратичная величина отклонений оказывается уже вычисленной. Оценку точности эфемерид можно делать одновременно на целый ряд моментов времени. Затем можно построить график зависимости точности от времени. Запоминая отклонения эфемериды от опорной на некоторый момент времени в процессе вычислений в отдельном файле, можно построить распределение отклонений по их значениям.

Рассмотренный алгоритм имеет преимущество по сравнению с другими рассмотренными выше методами. Значительно сокращается время вычислений, поскольку уточнение параметров из наблюдений нужно сделать только один раз. Другое преимущество заключается в том, что статистические характеристики ошибок наблюдений автоматически принимаются во внимание, благодаря использованию ковариационной матрицы ошибок параметров.

8.5. Точность эфемерид далеких спутников больших планет

Далекие спутники больших планет представляют большой интерес для динамики Солнечной системы. Знание орбит этих спутников помогает установить картину эволюции системы и дает информацию для подтверждения гипотез о происхождении спутников.

Далекие спутники планет подвержены сильным возмущениям со стороны Солнца. Определение этих возмущений аналитическими методами весьма затруднено, хотя в прошлых веках такие попытки делались.

Много новых далеких спутников планет было открыто в конце XX века и начале XXI. Общее число известных далеких спутников увеличилось за последнее время с 10 до 128. Эфемериды этих спутников необходимы для контроля выполненных и проведения новых наблюдений. Для этих целей надо знать априори точность эфемерид.

Расстояния далеких спутников от планеты заключаются в пределах от 10 до 30 млн км, а периоды обращения составляют от 2 до 4

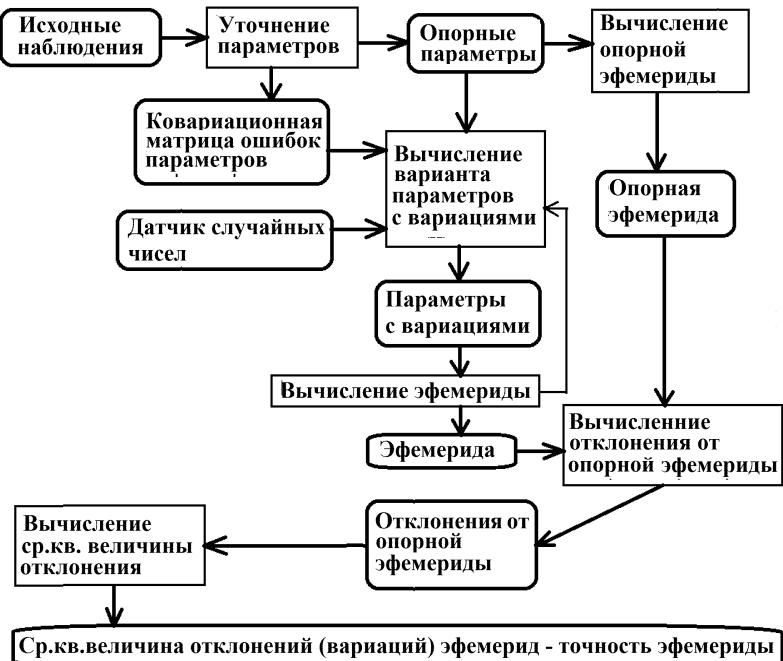


Рис. 8.3. Схема алгоритма оценки точности эфемериды с помощью вариаций ошибок параметров. Толстыми стрелками показаны данные и потоки данных. Тонкими стрелками обозначены действия алгоритма и переходы между операциями.

лет. Лишь два далеких спутника Нептуна движутся на расстоянии 46 млн км от своей планеты.

Эфемериды далеких спутников планет разрабатываются в нескольких мировых научных центрах. Результаты работ (Jacobson, 2000; Brozovic, Jacobson, 2009) использовались для производства эфемерид, доступных на сервере эфемерид JPL (Giorgini et al., 1997). Модели движения и эфемерид далеких спутников больших планет строились в работах (Emelyanov, 2005, 2007; Емельянов, Кантер, 2005). Наиболее точная модель движения и эфемерид спутника Сатурна Фебы были построены в работе (Desmars et al., 2013). Для далекого спутника Нептуна Нереиды модель движе-

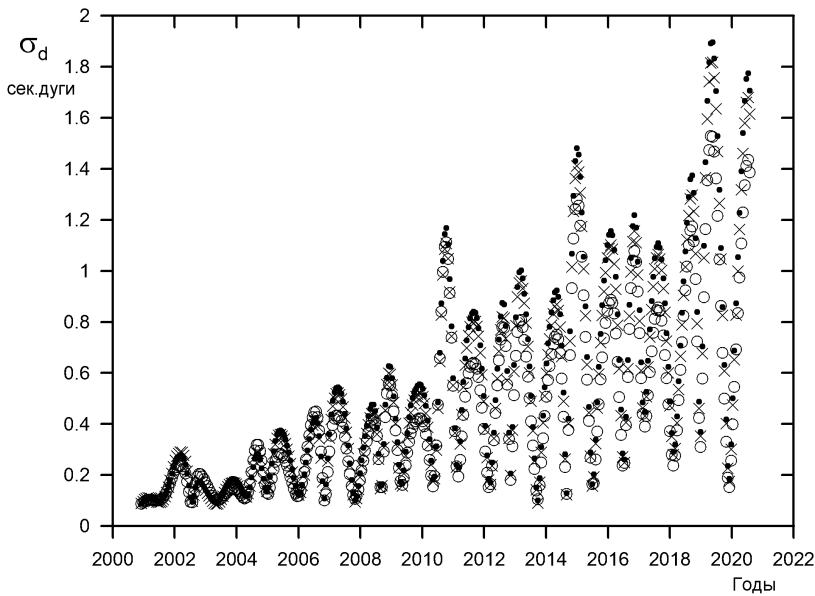


Рис. 8.4. Оценки точности эфемерид спутника Юпитера J23 Калике тремя методами: точки — вариации ошибок наблюдений, кружки — «бутстреп»-выборки, крестики — вариации ошибок параметров. Отношение интервала наблюдений к периоду обращения спутника равно 1.52.

ния построена в работе (Emelyanov, Arlot, 2011). Все эти эфемериды доступны на сервере эфемерид спутников планет MULTI-SAT (Emelyanov, Arlot, 2008).

Все новые спутники, открытые после 1997 года, имеют малую яркость. Их звездные величины заключаются в пределах 21–24. Спутники эти могут наблюдаться только с помощью очень мощных телескопов.

Анализ показывает, что по всем спутникам и по всем наземным обсерваториям точность наблюдений в основном составляет 0.2–0.6 секунд дуги.(Emelyanov, 2005, 2007; Емельянов, Кантер, 2005).

Впервые точность эфемерид всех далеких спутников больших планет была определена на основе наблюдений в работе (Emelyanov, 2010). В этой работе подробно описаны методы и даны результаты оценок. Для многих из далеких спутников орбиты были уточнены

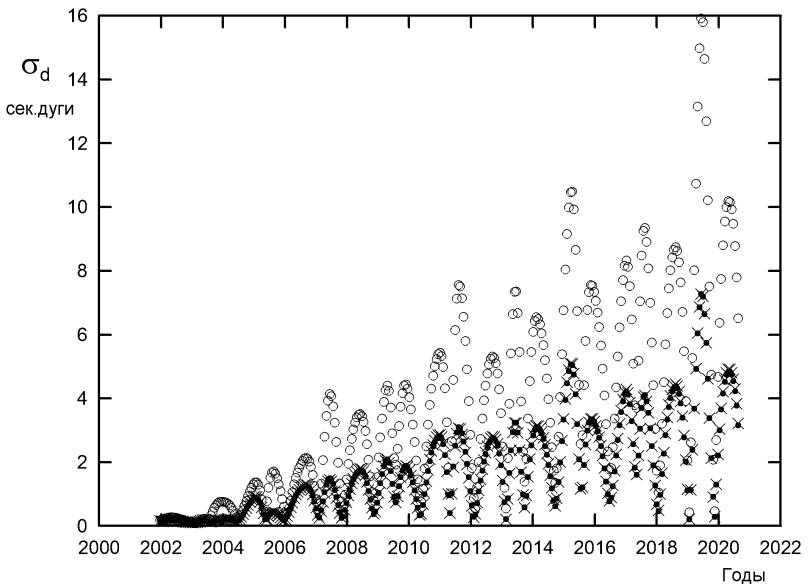


Рис. 8.5. Оценки точности эфемерид спутника Юпитера J31. Этне тремя методами: точки — вариации ошибок наблюдений, кружки — «бутстреп»-выборки, крестики — вариации ошибок параметров. Отношение интервала наблюдений к периоду обращения спутника равно 1.02 .

на основе более длинного ряда наблюдений по сравнению с теми, что использовались в предыдущих опубликованных работах.

Оказалось, что для далеких спутников, открытых в начале и середине XX века, точность эфемерид сохраняется на уровне 0.06 секунд дуги до 2020 года. Для других спутников точность эфемерид значительно хуже и резко падает с уменьшением интервала времени наблюдений. Есть спутники, для которых интервал времени наблюдений равен 30 суток, что составляет 0.04-0.07 периода их орбитального обращения. Для некоторых из таких спутников точность эфемерид сравнима с видимыми размерами орбиты. Это означает, что эти спутники можно считать потерянными. Их нужно искать и открывать заново. Согласно результатам работы (Emelyanov, 2010) таких спутников оказалось 21.

Точность эфемерид спутников в работе (Emelyanov, 2010) определялась для большого ряда моментов времени до 2020 года и в большинстве случаев включала интервал времени наблюдений. Для

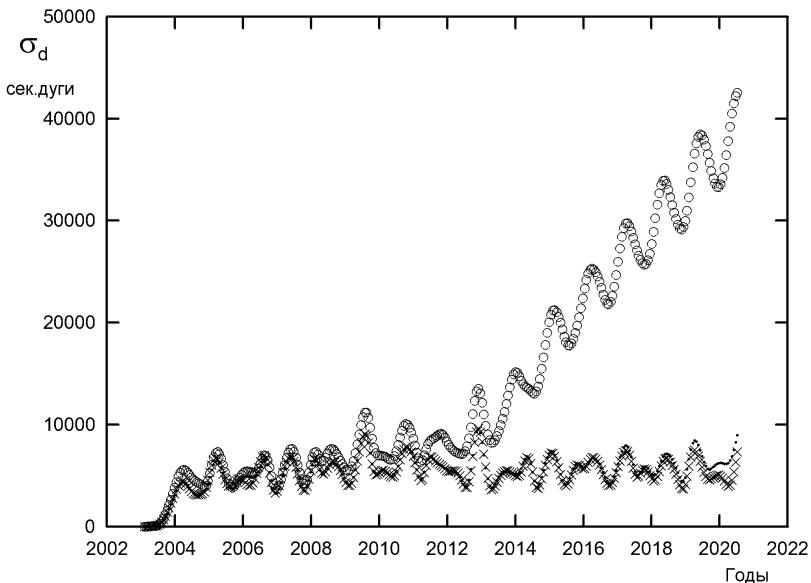


Рис. 8.6. Оценки точности эфемерид спутника Юпитера S/2003 J 3 тремя методами: точки — вариации ошибок наблюдений, кружки — «бутстреп»-выборки, крестики — вариации ошибок параметров. Отношение интервала наблюдений к периоду обращения спутника равно 0.04. На этом графике в большинстве случаев точки сливаются с крестиками.

всех спутников применялись три рассмотренных выше метода. Сделано сравнение оценок точности эфемерид по трем использованным методам. Оказалось, что для спутников с достаточно большим интервалом времени наблюдений три метода дают совершенно идентичные результаты. Однако в случаях малых интервалов времени наблюдений метод «бутстреп»-выборок наблюдений дает совершенно нереальные оценки. При этом методы вариации ошибок наблюдений и метод вариации параметров сохраняют взаимное согласие.

Несколько примеров оценок точности эфемерид показаны на рис. 8.4, 8.5, 8.6. В подписях к рисункам даются отношения интервала наблюдений к периоду обращения спутника. Графики на рисунках подтверждают сделанные выводы.

В работе (Jacobson et al., 2012) на основе всех имеющихся к тому времени наблюдений были уточнены орбиты и эфемериды всех да-

леких спутников Юпитера, Сатурна, Урана и Нептуна. Выполнены оценки точности эфемерид спутников. Получены результаты, аналогичные результатам работы (Emelyanov, 2010). Для ряда спутников эфемериды получились более точными, поскольку использовались более длинные ряды наблюдений. Важно то, что авторы работы (Jacobson et al., 2012) выполнили новые наблюдения и осуществили поиск спутников, ранее потерянных из-за неточности эфемерид. Несколько спутников было вновь найдено. Однако авторы работы (Jacobson et al., 2012) констатировали, что 16 ранее открытых далеких спутников Юпитера и Сатурна остаются потерянными. Новые работы по уточнению орбит далеких спутников планет продолжались. Авторы статьи (Brozovic, Jacobson, 2017) произвели новое определение орбит далеких спутников Юпитера с использованием новых наблюдений. Но и после этой работы 11 из 71 далеких спутников Юпитера так и остаются потерянными.

Литература к Главе 8

- Емельянов Н.В., Кантер А.А.* Орбиты новых внешних спутников планет на основе наблюдений. Астрономический вестник. 2005. Т. 39. № 2. Р. 128–140. (*Emel'yanov N. V., Kanter A. A. Orbits of new outer planetary satellites based on observations. Solar System Research. 2005. V. 39. P. 112–123.*)
- Brozovic M., Jacobson R. A.* The orbits of the outer Uranian satellites. Astronomical Journal. 2009. V. 137. P. 3834–3842.
- Brozovic M., Jacobson R. A.* The orbits of Jupiter's irregular satellites. Astronomical Journal. 2017. V. 153. Issue 4. Article id. 147, 10 pp.
- Desmars J., Arlot S., Arlot J.-E., Lainey V., Vienne A.* Estimating the accuracy of satellite ephemerides using the bootstrap method. Astronomy and Astrophysics. 2009. V. 499. P. 321–330.
- Desmars J., Li S. N., Tajeddine R., Peng Q. Y., Tang Z. H.* Phoebe's orbit from ground-based and space-based observations. Astronomy and Astrophysics. 2013. V. 553. Id. A36. 10 pp.
- Emelyanov, N. V.* Ephemerides of the outer Jovian satellites. Astronomy and Astrophysics. 2005. V. 435. P. 1173–1179.

- Emelyanov N. V.* Updated ephemeris of Phoebe, ninth satellite of Saturn. Astronomy and Astrophysics. 2007. V. 473. P. 343–346.
- Emelyanov N. V., Arlot J.-E.* The natural satellites ephemerides facility MULTI-SAT. Astronomy and Astrophysics. 2008. V. 487 P. 759–765.
- Emelyanov N.* Precision of the ephemerides of outer planetary satellites. Planetary and Space Science. 2010. V. 58. P. 411–420.
- Emelyanov N. V., Arlot J.-E.* The orbit of Nereid based on observations. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society. 2011. V. 417. Issue 1. P. 458–463.
- Jacobson R. A.* The Orbits of the Outer Jovian Satellites. Astronomical Journal. 2000. V. 120. P. 2679–2686.
- Jacobson R., Brozovic M., Gladman B., Alexandersen M., Nicholson P. D., Veillet C.* Irregular satellites of the outer planets: orbital uncertainties and astrometric recoveries in 2009–2011. Astronomical Journal. 2012. 144:132. 8pp.
- Giorgini J.D., Yeomans D.K., Chamberlin A.B., Chodas P.W., Jacobson R.A., Keesey M.S., Lieske J.H., Ostro S.J., Standish E.M., Wimberly R.N.* JPL's On-Line Solar System Data Service. Amer. Astron. Soc. DPS meeting N.28, N.25.04. 1997. Bull. Amer. Astron. Soc. 1997. V. 28. P. 1158–1158.
- Milani, A.* The Asteroid identification problem. I. Recovery of lost asteroids. Icarus. 1999. V. 137. P. 269–292.
- Muinonen K., Bowell E.* Asteroid orbit determination using Bayesian probabilities. Icarus. 1993. V. 104. P. 255–279.
- Virtanen J., Muinonen K., Bowell E.* Statistical ranging of asteroid orbits. Icarus. 2001. V. 154. P. 412–431.