Кафедра небесной механики, астрометрии и гравиметрии физического факультета МГУ имени М.В. Ломоносова.

Специальный практикум по небесной механике.

Задача No. 4.

Емельянов Н. В.

ТРАЕКТОРИЯ ПОДСПУТНИКОВОЙ ТОЧКИ НА ПОВЕРХНОСТИ ЗЕМЛИ ДЛЯ ГЕОСИНХРОННЫХ СПУТНИКОВ

Содержание

1.1. Введение в задачу практикума.

Геосинхронные искусственные спутники Земли имеют самое важное значение для науки и практики использования космоса в интересах жизни людей на Земле. Так же, как наши предки привыкли к электричеству, мы привыкли к метровым тарелкам на балконах наших домов и, когда смотрим телевизор, даже не задумываемся над тем, какой путь проделал телевизионный сигнал, оказавшийся в нашем доме. Очень часто оказывается, что этот сигнал побывал в космосе и пришел к нам с расстояния более 36 тысяч километров, что почти в шесть раз больше радиуса земного шара. Чтобы наземным антеннам не нужно было вращаться, все время отслеживая положение движущегося спутника-ретранслятора, запускают спутники на такую орбиту, по которой он делает один оборот за полный оборот Земли вокруг своей оси. Такие спутники называют геосинхронными. Часто говорят о геостационарных спутниках, которые вообще должны быть неподвижны относительно поверхности Земли. На самом деле такой спутник создать нельзя. Даже если его запустить на геостационарную орбиту, то очень быстро из-за влияния различных возмущающих факторов спутник сойдет с такой орбиты и будет колебаться возле геостационарного положения. Основными возмущающими факторами, влияющими на движение геосинхронного спутника, являются несферичность Земли, а также притяжение Луны и Солнца. Качания спутника вокруг геостационарного положения приводят к тому, что он фактически занимает на орбите намного больше места, чем его размеры. По этой причине, а также в результате большой востребованности спутников-ретрансляторов, все места на такой орбите уже заняты. Новые аппараты можно установить на геостационарной орбите только взамен старых спутников, отслуживших свой срок. Как и куда свести с орбиты старый аппарат, эту проблему мы оставим пока в стороне. В данной задаче сосредоточимся на вопросе о том, сколько места занимает геосинхронный спутник на орбите из-за своих колебаний относительно геостационарной точки.

Орбита абсолютно геостационарного спутника должна быть круговой и лежать точно в плоскости экватора Земли. Возмущения, действующие на спутник из-за несферичности Земли, притяжения Луны и Солнца, приводят к тому, что орбита приобретает ненулевой эксцентриситет и некоторый малый наклон к плоскости земного экватора. Именно из-за наклона и эксцентриситета орбиты спутник колеблется относительно геостационарного положения. Наболее наглядно такие движения можно представить траекторией подспутниковой точки на поверхности

Земли. Форма этой траектории и ее размер представляют интерес при эксплуатации геосинхронного спутника-ретранслятора.

Задача практикума состоит в построении траектории подспутниковой точки для геосинхронного спутника Земли при заданных эксцентриситете и наклоне его орбиты к плоскости земного экватора.

1.2. Постановка задачи.

Рассмотрим движение геосинхронного спутника Земли. Будем полагать, что движение происходит по неизменной кеплеровской эллиптической орбите. Исходными данными будут значения эксцентриситета e и наклона i орбиты. Факт геосинхронности спутника дает нам также значение среднего движения n. Впрочем, само это значение никак не будет использовано. Главное обстоятельство состоит в том, что среднее движение должно быть в точности равно частоте вращения Земли. Требуется построить траекторию подспутниковой точки на поверхности Земли.

Поскольку движение по кеплеровской орбите является периодическим, достаточно построить траекторию спутника на интервале времени в одни звездные сутки. Конечно, траектория будет зависеть от ориентации орбиты спутника в пространстве, то есть от долготы восходящего узла Ω и углового расстояния перигея от восходящего узла орбиты ω. Элементы орбиты i, Ω и ω мы будем отсчитывать в геоэкваториальной системе координат x, y, z с осью x, направленной в точку весны. Обозначим через φ, λ широту и долготу спутника в этой неподвижной системе координат.

1.3. Порядок решения задачи.

Нас интересует положение подспутниковой точки относительно поверхности вращающейся Земли. Поэтому задача состоит в вычислении астрономических широты φ и долготы спутника λ', отсчитываемой от гринвичского меридиана. Траекторию подспутниковой точки будем строить путем табулирования значений φ и λ' с некоторым шагом по времени на интервале одного оборота спутника по орбите. Координаты φ, λ вычисляются по формулам кеплерового движения. Тогда λ' найдется из соотношения

$$\lambda' = \lambda - S\ , \tag{1}$$

где S - угол поворота гринвичского меридиана относительно направления на точку весны, то есть звездное время. Естественно, что S изменяется на 2π за одни звездные сутки.

Траекторию подспутниковой точки на поверхности Земли удобно строить относительно точки, в которой спутник находится в некоторый начальный момент времени. Без ограничения на общность решения задачи можно положить долготу узла орбиты, равной нулю, и строить траекторию подспутниковой точки относительно точки на поверхности Земли, лежащей на экваторе и на гринвичском меридиане. Очевидно, что траектория подспутниковой точки относительно поверхности Земли будет замкнутой. Поэтому начальную точку на этой траектории можно выбрать произвольно. Пусть в начальный момент времени спутник находится в восходящем узле орбиты. В этот момент долгота подспутниковой точки λ' будет равна нулю. В этот момент также $S = 0$. В момент прохождения спутником перигея орбиты его истинная аномалия v равна $-\omega$, а средняя долгота M равна некоторому начальному значению M_0. Это начальное значение нужно вычислить по формулам кеплеровского движения как значение M при $v = -\omega$.

Так как спутник геосинхронный, то средняя аномалия M изменяется во времени с такой же скоростью, как и S. Поэтому можно положить

$$M = M_0 + S \; . \tag{2}$$

Теперь можно табулировать λ', изменяя S с некоторым шагом от нуля до 2π. Для каждого значения S вычисляем M по формуле (2), затем λ по формулам кеплеровского движения и, наконец, λ' по формуле (1).

1.4. Методическое указание о формулировке задания каждому студенту

К началу выполнения работы по данной задаче практикума студенты должны знать формулы кеплеровского движения. Эти формулы можно найти, например, в книгах (Субботин, 1968; Дубошин, 1975).

Формулировка задачи для каждого студента заключается в задании значений эксцентриситета e и наклона i орбиты геосинхронного спутника. Задача для каждого студента состоит в построении семейства траекторий подспутниковой точки для ряда значений углового расстояния перигея от восходящего узла орбиты ω. Можно порекомендовать значения $0^\circ, 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 120^\circ, 150^\circ, 180^\circ, 210^\circ, 240^\circ, 270^\circ, 300^\circ, 330^\circ$.

Угол S можно измерять в градусах и брать равным в пределах 0° - 359° с шагом 1° .

Для реализации метода и выполнения задания по задаче практикума можно предложить студенту составление вычислительной программы на любом языке программирования.

1.5. Форма отчета по задаче практикума.

Каждому студенту предлагается один вариант исходных данных. После выполнения задания студент должен подготовить письменный отчет по следующему плану:
1. Введение (О чем идет речь? Зачем это нужно?).
2. Постановка задачи (Цель исследования. Что дано? Что определить?).
3. Описание последовательности вычислений с приведением применяемых формул.
4. Задание исходных данных.
5. Полученные результаты.

В целом такой письменный отчет может иметь объем 2-3 страницы.

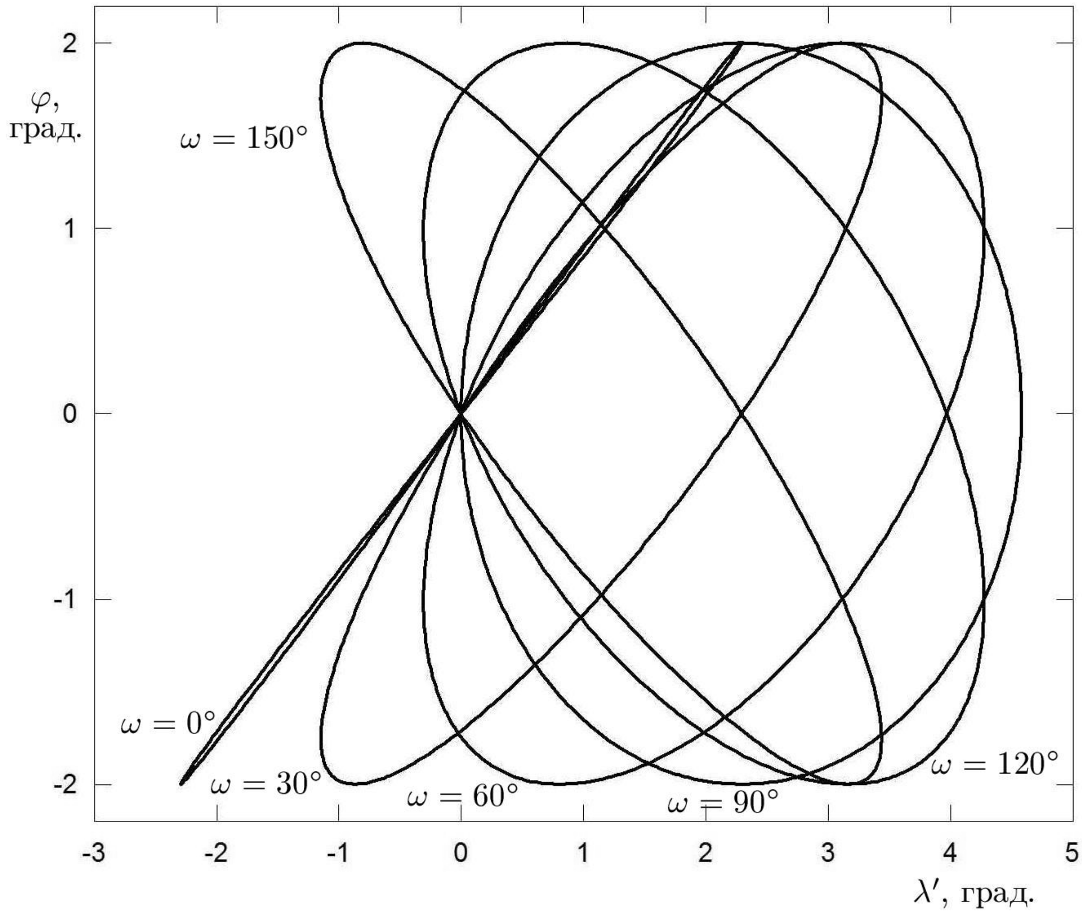

Рис. 1: Примеры траекторий подспутниковой точки геосинхронного спутника с параметрами орбиты: эксцентриситет $e = 0.02$, наклон $i = 2$ град. Значения ω, для которых получены траектории, даны возле графиков.

1.6. Примеры вычислений.

Примеры вычислений сделаны для трех вариантов значений эксцентриситета и наклона орбиты геосинхронного спутника. Результаты показаны на Рис. 1, 2, 3. Принятые значения исходных параметров приведены в подписях к рисункам. Значения ω даны прямо на рисунках возле соответствующих графиков.

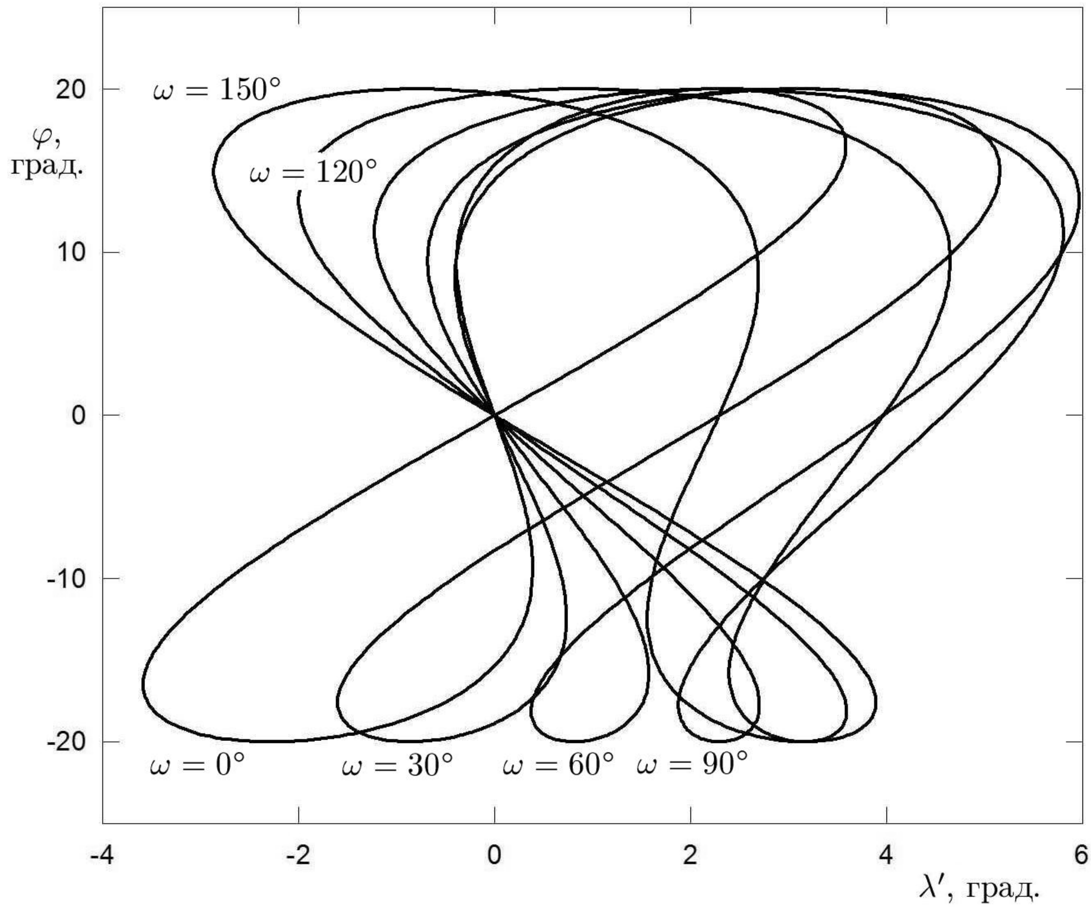

Рис. 2: Примеры траекторий подспутниковой точки геосинхронного спутника с параметрами орбиты: эксцентриситет $e = 0.02$, наклон $i = 20$ град. Значения ω, для которых получены траектории, даны возле графиков.

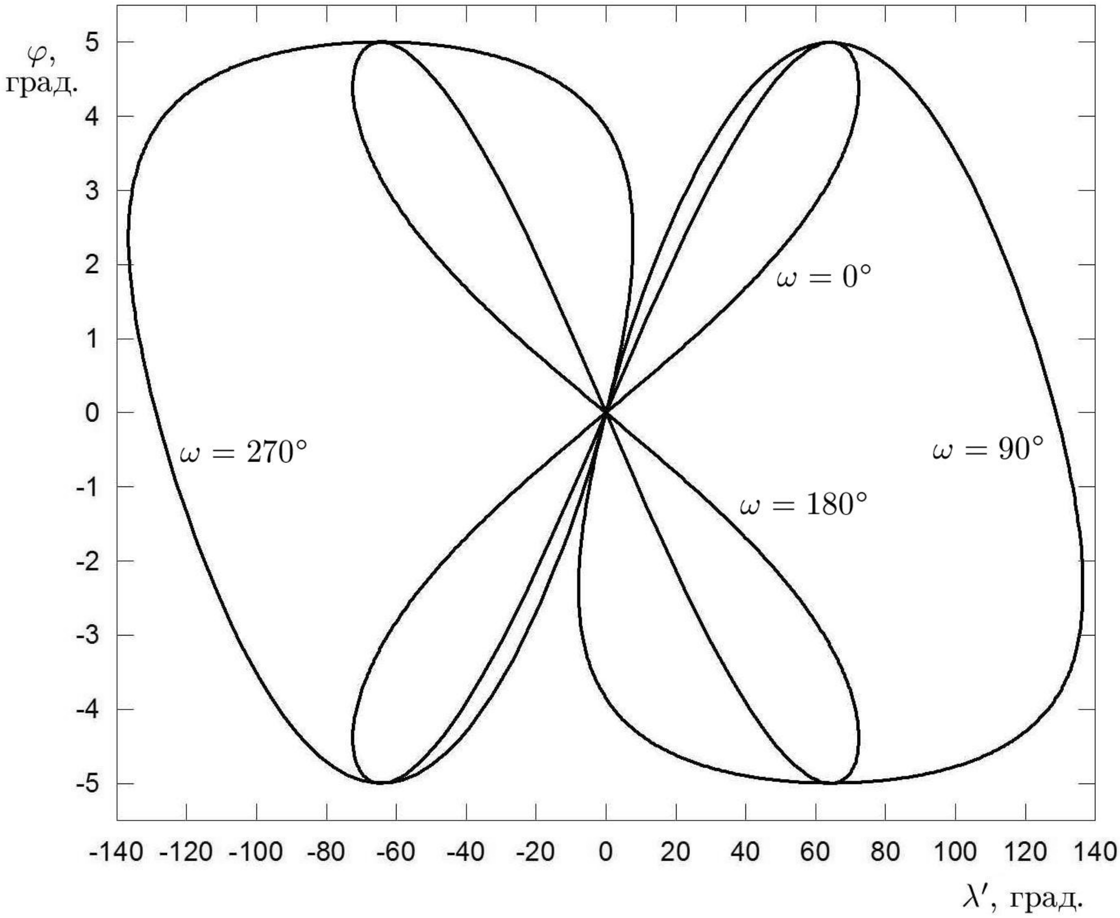

Рис. 3: Примеры траекторий подспутниковой точки геосинхронного спутника с параметрами орбиты: эксцентриситет $e = 0.6$, наклон $i = 5$ град. Значения ω, для которых получены траектории, даны возле графиков.

Литература

1. Дубошин Г. Н. Небесная механика. Основные задачи и методы. Учебник для студентов университетов, обучающихся по специальности "Астрономия". Издание 3-е, дополненное. М: Наука, 1975 . 800 с.
2. Субботин М. Ф. Введение в теоретическую астрономию. М: Наука, 1968 . 800 с.