Кафедра небесной механики, астрометрии и гравиметрии физического факультета МГУ имени М.В. Ломоносова.

Специальный практикум по небесной механике.

Задача No. 4.

Емельянов Н. В.

ОБСТОЯТЕЛЬСТВА СОЛНЕЧНЫХ ЗАТМЕНИЙ НА МАРСЕ

Содержание

1.1. Введение.
1.2. Постановка задачи.
1.3. Порядок решения задачи и примеры.
1.4. Методическое указание о формулировке индивидуального задания каждому студенту.
1.5. Форма отчета.
Литература.

1.1. Введение в задачу практикума.

Среди множества явлений, происходящих на небе, затмения Солнца - самые интересные. На Земле это эффектное и значительное событие. Однако астрономы не ограничиваются созерцанием происходящего на небе, они пытаются извлечь из наблюдений максимум информации о небесных телах. Поскольку солнечные затмения - далеко не единственный источник астрономических данных, ценность профессиональных наблюдений солнечных затмений определяется точностью получаемых данных по сравнению с точностью данных из других источников. Уже давно в распоряжении астрономов имеются средства измеренний орбитальных движений Земли и Луны, которые обеспечивают гораздо большую точность, чем наблюдения Солнечных затмений.

Совсем другая ситуация складывается при солнечных затмениях на других планетах. Удаленность планет и их спутников от Земли дает другие соотношения между точностью наблюдений различных типов. Солнечные затмения на Юпитере наблюдаемы с Земли как прохождения теней от Галилеевых спутников по диску планеты. В 19-м веке наблюдения этих прохождений давали ценную информацию для уточнения орбит спутников. Солнечные затмения происходят также на спутниках планет. На одном из спутников Солнце может заслоняться другим спутником. Такие взаимные затмения наблюдаемы с Земли как явление временного ослабления блеска спутника, иногда до полного его видимого исчезновения. Фотометрия таких явлений с Земли позволяет получить позиционную информацию о спутниках. Этот источник астрометрических данных в случаях спутников Сатурна и Урана обеспечивает точность в десятки раз лучшую, чем точность обычных астрометрических наблюдений. Для спутников Юпитера эти точности сравнимы.

Особый случай солнечных затмений в настоящее время составляют солнечные затмения на Марсе. Затмения устраивают спутники Марса Фобос и Деймос. С Земли эти явления практически не наблюдаемы. Тень от спутников на поверхности Марса с Земли не видна даже в мощные телескопы. Взаимные затмения Фобоса и Деймоса чрезвычайно редки. Поэтому с Земли эти явления еще никто не наблюдал. Однако вокруг Марса и на его поверхности трудятся наблюдатели-роботы. С орбиты спутника Марса они фотографируют тени от спутников на Марсе. С поверхности планеты аппараты фиксируют ослабление света от Солнца во время солнечного затмения. Астометрические данные, получаемые из этих наблюдений, дают существеннную и весьма цен-

ную добавку к другим астрометрическим наблюдениям. Для построения всех современных моделей движения Фобоса использовались наблюдения солнечных затмений на Марсе.

Из сказанного ясно, что расчеты эфемерид солнечных затмений на Марсе должны быть обычным делом для астронома. Задача практикума состоит в том, чтобы научить студентов делать такие расчеты. Для вычислений точных координат тени от спутника на поверхности планеты в заданный момент времени необходимы эфемериды орбитального движения Марса, эфемериды орбитального движения спутника и модель вращения планеты. Эти данные в настоящее время вполне доступны для любого исследователя. Однако для обычного практикума такая задача была бы слишком громоздка. Поэтому мы ограничимся выяснением более общих обстоячтельств солнечных затмений на Марсе. Поставим следующие вопросы. Попадают ли тени от спутников на поверхность Марса всегда при каждом обороте спутника или только в определенные периоды времени? Каковы размеры тени и полутени от спутника на поверхности Марса? С какой скоростью пробегает тень по поверхности? Сколь долго длится затмение?

1.2. Постановка задачи.

Рассмотрим первую из перечисленных выше задач. Попадают ли тени от спутников на поверхность Марса всегда при каждом обороте спутника или только в определенные периоды времени? Для овета на этот вопрос нужно в первую очередь знать, какова бывает планетоэкваториальная широта Солнца за время полного оборота Марса по своей орбите. Максимальное по модулю значение этой широты равно наклону экватора планеты к плоскости ее орбиты. Искомый наклон можно определить как угол между планетоцентрическим направлением на северный полюс Марса и осью его орбиты (перпендикуляра к плоскости орбиты). Поскольку и ось вращения Марса и ось орбиты поворачиваются из-за различных возмущений, для упрощения задачи возьмем средние положения этих осей на эпоху J2000 (12 часов всемирного времени 1 января 2000 г.). Исходные данные возьмем из первоисточников. Геоэкваториальные координаты полюса Марса в системе координат эклиптики и равноденствия эпохи J200 даются в работе (Archinal et al., 2011). Прямое восхождение α_0 и склонение δ_0 на эпоху J2000 имеют следующие значения:

$$\alpha_0 = 317.68143 \text{ град.}, \quad \delta_0 = 52.88650 \text{ град.}$$

Средние значения наклона I_{orb} и долготы восходящего узла Ω_{orb} орбиты Марса в эклиптической системе координат эпохи J2000 на момент J2000 возьмем из работы (Simon et al, 1994) следующими:

$$I_{orb} = 1.84972648 \text{ град.}, \quad \Omega_{orb} = 49.55809321 \text{ град.}$$

Заметим, что приведенные здесь углы даны в разных системах координат. Для связи этих систем потребуется значение угла наклона земного экватора к эклиптике ε. Возьмем это значение из работы (Брумберг и др., 2004):

$$\varepsilon = 23.439291111111 \text{ град.}$$

Для ответа на поставленный вопрос необходимо знать также орбиты Фобоса и Деймоса. Наклоны орбит спутников к экватору Марса не превышают двух градусов. Для упрощения задачи можно приближенно считать их равными нулю. Эксцентриситеты орбит Фобоса и Деймоса весьма малы. Для Фобоса он равен 0.01511, для Деймоса - 0.00024. В нашей задаче будем полагать, что орбиты спутников круговые с радиусами, равными известным значениям больших полуосей орбит. Для решения задачи практикума нам потребуются значения больших полуосей орбит и угловые скорости их орбитальных движений. Обозначим большую полуось орбиты Фобоса через a_P, Деймоса – через a_D. Угловые скорости орбитальных движений обозначим для Фобоса через n_P, Деймоса – через n_D. Возьмем эти значения из работы (Jacobson, 2010):

$$a_P = 9375.0 \text{ км}, \quad a_D = 23458.0 \text{ км},$$

$$n_P = 1128.844409 \text{ град./сут}, \quad n_D = 285.161886 \text{ град./сут}.$$

Теперь рассмотрим, какие данны нам потребуются для ответа на другие вопросы. Каковы размеры тени и полутени от спутника на поверхности Марса? С какой скоростью пробегает тень по поверхности? Сколь долго длится затмение? Для ответов необходимо знать взаимное расположение центра Солнца, центра Марса и точки наблюдений на поверхности планеты. Потребуется также радиус Солнца R_S. В нашей задаче мы пренебежем эллиптичностью орбиты Марса и несферичностью его поверхности. Радиус орбиты a_M примем равным большой полуоси. Из работы (Simon et al, 1994) возьмем

$$a_M = 1.5236793419 \text{ а.е.}$$

Для перевода единиц расстояния из астрономических единиц в километры можно использовать значение астрономической единицы, равное 149597870.70 км (Брумберг и др., 2004).

Считая Марс шарообразным, в качестве его радиуса R_M возьмем его экваториальный радиус из работы (Брумберг и др., 2004):

$$R_M = 3396.19 \text{ км.}$$

Угловая скорость вращения Марса (Archinal et al., 2011)

$$W_M = 350.89198226 \text{ град./сут.}$$

Угловая скорость движения Марса по орбите (Simon et al, 1994)

$$n_M = 0.52403283515087 \text{ град./сут.}$$

Для радиуса Солнца примем значение (Archinal et al., 2011)

$$R_S = 696000 \text{ км.}$$

По фотографиям, сделанным с космических апппаратов, определено, что спутники Марса иммеют сложные формы. В частности Фобос имеет размеры 13.0 x 11.4 x 9.1 км (Archinal et al., 2011). Ясно, что формы теней на поверхности Марса могут быть весьма замысловатыми. Однако для упрощения задачи мы будем приближено считать, что спутники имеют сферичные формы с радиусами (Archinal et al., 2011)

$$R_P = 11.08 \text{ км.}$$

для Фобоса и

$$R_D = 6.2 \text{ км.}$$

для Деймоса.

Для ответов на поставленные вопросы нам потребуеится вычислить следующие величины:
ε_M - угол наклона экватора Марса к плоскости его орбиты,
$r_P^{(sh)}$ - радиус тени от Фобоса на поверхности планеты,
$r_P^{(pen)}$ - радиус полутени от Фобоса на поверхности планеты,
$r_D^{(sh)}$ - радиус тени от Деймоса на поверхности планеты,
$r_D^{(pen)}$ - радиус полутени от Деймоса на поверхности планеты,
$V_P^{(sh)}$ - скоорость пробегания тени от Фобоса,
$V_D^{(sh)}$ - скоорость пробегания тени от Деймоса.

Ограничимся частным случаем конфигурации планеты и спутника, когда Солнце находится в плоскости экватора Марса, а центры трех тел

(Солнце, планета и спутник) находятся на одной линии. В этом случае размеры теней и скорости их движений окажутся минимальными.

1.3. Порядок решения задачи.

Начнем решение первой задачи. Определим наклон экватора Марса к плоскости его орбиты ε_M. Этот угол равен углу между двумя единичными векторами в пространстве, один из которых это вектор $\mathbf{A}_{eq}$, направленный из центра Марса в его северный полюс, другой - вектор $\mathbf{A}_{orb}$, перпендикулярный плоскости орбиты Марса. Компоненты вектора $\mathbf{A}_{eq}$ в геоэкваториальной системе координат нам известны, так как даны прямое восхождение α_0 и склонение δ_0 этого вектора. Поэтому имеем

$$\mathbf{A}_{eq} = \{\cos\delta_0 \cos\alpha_0,\ \cos\delta_0 \sin\alpha_0,\ \sin\delta_0\}.$$

Компоненты вектора $\mathbf{A}_{orb}$ нам даны в эклиптической системе координат, поскольку эклиптическая долгота равна $\Omega_{orb} - 90^\circ$, а эклиптическая широта $90^\circ - I_{orb}$. Чтобы получить угол между векторами, следует перевести компоненты вектора $\mathbf{A}_{orb}$ в геоэкваториальную систему координат. Это можно сделать с помощью формулы

$$\mathbf{A}_{orb} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\varepsilon & -\sin\varepsilon \\ 0 & \sin\varepsilon & \cos\varepsilon \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos(90^\circ - I_{orb})\cos(\Omega_{orb} - 90^\circ) \\ \cos(90^\circ - I_{orb})\sin(\Omega_{orb} - 90^\circ) \\ \sin(90^\circ - I_{orb}) \end{pmatrix}.$$

Искомый угол ε_M затем найдется из соотношения

$$\operatorname{tg}\varepsilon_M = \frac{\|[\mathbf{A}_{eq}, \mathbf{A}_{orb}]\|}{(\mathbf{A}_{eq}, \mathbf{A}_{orb})},$$

где скобки $[..., ...]$ обозначают векторное, а скобки $(..., ...)$ - скалярное произведение соответствующих векторов. По определению угла ε_M это максимальное по модулю возможное значение широты Солнца.

Рассмотрим случай, когда центры Солнца, Марса и спутника лежат в одной плоскости, а экватор Марса и орбита спутника перпендикулярны этой плоскости. Пусть при этом тень от спутника едва касается поверхности Марса. Такие обстоятельства изображены на Рис. 1. Это предельный случай, когда затмение еще возможно. При незначительном увеличении широты Солнца по сравнению с φ или при выходе Солнца из рассматриваемой плоскости тень от спутника уже не будет

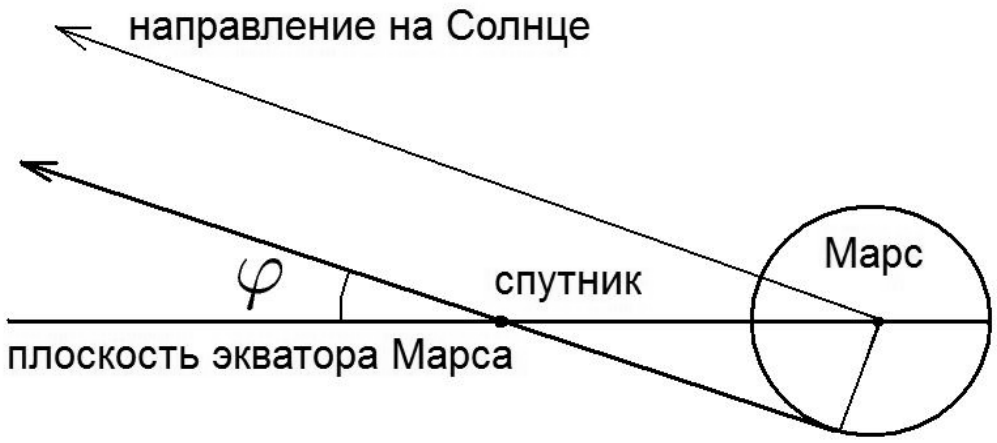

Рис. 1: Предельная конфигурация Солнца, Марса и спутника, когда тень от спутника еще попадает на поверхность планеты.

попадать на планету, и затмение не будет наблюдаться. Можно легко вычислить это предельное занчение широты Солнца φ для Фобоса и Деймоса. Как видно на рисунке, синус этого угла равен отношению радиуса Марса к радиусу орбиты спутника.

Если получится, что максимальное значение широты Солнца меньше, чем φ, это будет означать, что солнечные затмения от рассматриваемого спутника будут происходить всегда на каждом обороте спутника вокруг Марса. В противном случае часть времени в течение марсианского года затмений не будет, тень будет проходить мимо планеты.

Рассмотрим решение второй задачи. Как было условлено, мы рассматриваем случай, когда центры Солнца, Марса и спутника располагаются на одной линии. Сначала определим размер тени и полутени на поверхности планеты. Поскольку Солнце имеет значительно больший размер, чем спутник, то полная тень от него будет ограничена конусом, основание которого расположено на спутнике, а вершина указывает место в пространстве, где заканчивается эта тень.

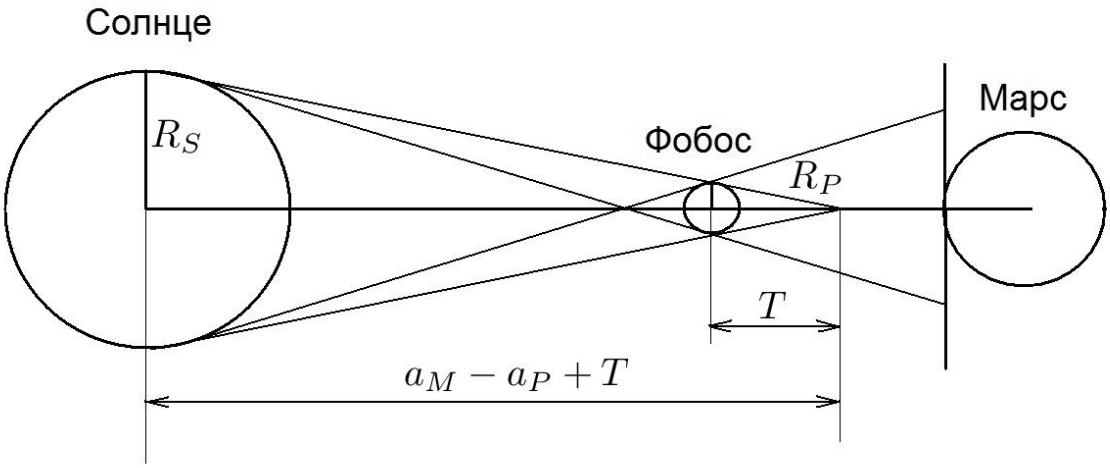

Рис. 2: Схема формирования тени и полутени от спутника на поверхности Марса.

Схему явления иллюстрирует Рис. 2. Соблюсти масштабы изображений тел не представляется возможным. Рисунок построен в предположении, что конус тени не достигает поверхности планеты. Расстояние от спутника до вершины конуса тени обозначено через T. Для определенности на рисунке обозначены параметры, относящиеся к Фобосу. Из соотношения сторон треугольников, получающихся на рисунке, следует соотношение

$$\frac{R_S}{R_P} = \frac{a_M - a_P + T}{T},$$

откуда легко выводится формула для вычисления T. Имеем

$$T = R_P \frac{a_M - a_P}{R_S - R_P}.$$

Подставляя сюда значения, приведенные в постановке задачи, получим для Фобоса $T = 3628.596$ км. Поскольку расстояние от Фобоса до поверхности Марса составляет $a_P - R_M = 5978.81$, оказывается, что конус тени не достает до поверхности Марса. На поверхности будет только полутень. Аналогично вычисляется T и $a_P - R_M$ для Деймоса. Это должен сделать исполнитель индивидуального задания по практикуму.

Вывод формулы для вычисления радиуса полутени на основе построений на Рис. 2 предлагается сделать исполнителю задания по практикуму самостоятельно. По выведенным формулам следует вычислить искомые радиусы для подутени от Фобоса и полутени от Деймоса.

Далее нужно заняться определением скорости пробегания теней по поверхности Марса. Рассмотрим угловые скорости планетоцентрического движения спутника и поверхности планеты в невращающейся системе координат. Эти угловые скорости мы обозначили выше через n_P и n_M, соответственно. Поскольку мы рассматриваем момент, когда Солнце, спутник и Марс расположены на одной линии, то линия тени образуется планетоцентрическим направлением на Солнце. Поэтому же следует рассматривать угловые скорости относительно линии тени, которая сама поворачивается с угловой скоростью орбитального движения планеты вокруг Солнца. Однако, поскольку пробегание тени по поверхности определяется разностью угловых скоростей спутника и поверхности, то эта разность будет такой же, как и разность этих угловых скоростей относительно невращающейся системы координат. В итоге линейная скорость пробегания тени от Фобоса $V_P^{(sh)}$ по поверхности определится из соотношения

$$V_P^{(sh)} = (n_P - n_M)R_M.$$

Следует подставить сюда заданные в постановке задачи значения параметров и получить значение искомой скорости. Аналогично следует выполнить эти действия и для Деймоса. Очевидно, что для Деймоса скорость получится отрицательной. Это означет, что тень от Деймоса движется по поверхности в направлении, обратном вращению планеты. Тень же от Фобоса движется в том же направлении, что и вращение Марса.

1.4. Форма отчета по индивидуальному заданию.

Каждому студенту первоначально предлагается вариант исходных данных, приведенный выше в данном описании. Однако далее можно предложить студентам выполнить вычисления для других вариантов исходных данных, слегка отличающихся от приведенных выше.

После решения задачи студент должен подготовить письменный отчет по следующему плану:
1. Введение (О чем идет речь? Зачем это нужно?).
2. Постановка задачи.
3. Формулы для вычислений и описание последовательности действий.
5. Полученные результаты с приведением всех использованных исходных данных.

В целом такой отчет может иметь объем 2-3 страницы.

Литература

1. Брумберг В.А., Глебова Н.И., Лукашова М.В., Малков А.А., Питьева Е.В., Румянцева Л.И., Свешников М.Л., Фурсенко М.А. Расширенное объяснение к астрономическому ежегоднику. Труды ИПА РАН. Вып. 10. СПб.: ИПА РАН. 2004. 488 с.
2. Archinal B. A., A'Hearn M. F., Bowell E., Conrad A., Consolmagno G. J., Courtin R., Fukushima T., Hestroffer D., Hilton J.L., Krasinsky G.A., and 7 coauthors. Report of the IAU Working Group on Cartographic Coordinates and Rotational Elements: 2009. Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy. 2011. V. 109. P. 101-135.
3. Jacobson R. A. The Orbits and Masses of the Martian Satellites and the Libration of Phobos. The Astronomical Journal. 2010. V. 139. P. 668-679.
4. Simon J.L., Bretagnon P., Chapront J., Chapront-Touze M., Francou G., Laskar J. Numerical expressions for precession formulae and mean elements for the Moon and the planets. Astronomy and Astrophysics. 1994. V. 282. P. 663-683.