

## ПРАКТИЧЕСКАЯ НЕБЕСНАЯ МЕХАНИКА

### Глава 1. Основные понятия практической небесной механики.

Предмет, методы и основные понятия небесной механики. Понятия модели движения, параметров движения, наблюдений. Общая схема уточнения модели движения небесных тел на основе наблюдений. Системы координат и измеряемые величины. Задачи, решаемые на основе моделей движения естественных небесных тел.

### ВВЕДЕНИЕ

Сознание того, что во все стороны от нас простирается необъятная Вселенная, всегда беспокоило человека. Это вызывает двоякое желание. Во-первых, хорошо бы понять наше место в необозримом пространстве и бесконечном разнообразии мира. У человека нередко возникает легкий дискомфорт от отсутствия ответа на подобные вопросы. Одновременно рождается желание извлечь из Космоса выгоду для удовлетворения своих постоянно возрастающих потребностей. Еще большее беспокойство испытывает человек, обнаружив угрозу своей жизни со стороны сил природы. Ничто так не пугает нас, как непонятное. Удивительно легко успокоить человека объяснением страшных явлений даже не совсем знакомыми словами. Сознание того, что хоть кто-то разбирается в действиях природы, возвращает нас к привычному комфорту повседневной жизни. Вот почему мы должны быть благодарны тем немногим людям, которые работают, чтобы избавить нас от мучительных вопросов о космосе и судьбе.

С древних времен задумывались люди о влиянии небесных светил на земную жизнь. Попытки сопоставить небесные явления с судьбой человека делались как учеными, так и далекими от науки предпимчивыми личностями. Однако во все времена неизменно получался весьма

ненадежный результат. Что касается судьбы самих небесных тел, то астрономы и математики давно рассчитали удивительно устойчивый характер движения планет и их спутников. Размеры и формы орбит планет, наклоны осей их вращения почти не изменились даже на космогонических интервалах времени.

Ученые-естественноиспытатели и философы пришли к выводу, что главная причина существования Разума во Вселенной - это функция познания. Разумная жизнь характеризуется стремлением понять и объяснить происходящие вокруг явления. Разум чахнет без новых, необъясненных явлений.

На любом этапе познания Вселенной мы уже имеем более или менее адекватную ее модель. Новые, более точные наблюдения приводят к рассогласованию модели с действительностью. Чаще всего желаемое согласование модели восстанавливается путем уточнения известных параметров движения или состояния небесных тел. Иногда приходится значительно совершенствовать теории, методы построения модели или методы вычислений. Процесс невольно направлен на обнаружение новых, необъясненных явлений. На некотором этапе удается добыть эту столь необходимую Разуму "пищу", но этому всегда предшествует колossalный труд ученых – наблюдателей, теоретиков, вычислителей. Модели движения небесных тел ценны еще тем, что позволяют нам предвычислять их расположение на любой момент времени в прошлом или будущем. Лишь тогда есть толк в теории, когда она представляет собой не только абстрактные конструкции в воображении очарованного теоретика, а хорошо отлаженные процедуры, исправно служащие целям практического познания природы. Одним из главных инструментов на таком пути является практическая небесная механика. Именно этой области науки посвящена данная книга.

## ФОРМУЛА СПЕЦИАЛЬНОСТИ

Небесная механика – область науки, которая занимается изучением движений небесных тел под действием естественных сил природы.

Предметом небесной механики являются механические формы движения материи.

Объекты исследований - всевозможные материальные образования от мельчайших частиц космической пыли до колоссальных систем типа звездных скоплений, галактик и скоплений галактик.

Цель небесной механики - познание законов природы, управляющих механическими движениями небесных тел.

Для всего естествознания небесная механика играет роль фундамента, без которого немыслимо познание Вселенной и освоение Космоса. Значение небесной механики для жизни на Земле состоит в использовании знаний о движении небесных тел и ближнем Космосе для лучшего удовлетворения потребностей человека и его защиты от сил природы. Теория движения искусственных спутников Земли позволяет использовать космические аппараты для средств коммуникации и исследования земных ресурсов. Теория движения астероидов, комет и метеоров дает оценку опасности попадания этих тел в атмосферу и выпадения на земную поверхность. Исследования движений тел Солнечной системы позволили создать фундаментальную систему отсчета - модель инерциальной системы отсчета, реализованную небесной механикой и астрометрией в форме астрономических ежегодников и фундаментальных звездных каталогов.

В недрах небесной механики возникли, оформились и развились все наиболее эффективные методы математической физики и вычислительной математики.

В качестве примера (и отнюдь не единственного!) можно указать методы численного интегрирования дифференциальных уравнений, описывающих различные природные явления и рукотворные процессы. Зародившись в небесной механике, эти и другие численные методы благодаря быстродействующим вычислительным машинам получили широчайшее распространение в науке и технике. В 17-18 веках с решения астрономических задач методами небесной механики началась, по существу, и вся теоретическая физика.

Не только преимущественно теория систем обыкновенных дифференциальных уравнений, как это было в прошлом столетии, но, по сути дела, весь арсенал современных средств прикладной математики используется современной небесной механикой при моделировании движений космических объектов.

## ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ ПРАКТИЧЕСКОЙ НЕБЕСНОЙ МЕХАНИКИ

**Объекты исследований.** Основным понятием в небесной механике является небесное тело. Объектами исследований являются, как правило, движения существующих или проектируемых небесных тел.

Однако на этом пути оперируют с моделями небесных тел, которых в природе не существует, но которые в известной мере мало отличаются от реальных небесных тел. Примерами таких объектов могут служить материальная точка или трехосный однородный эллипсоид.

**Законы движения.** Реальным проявлением движения небесных тел является изменение их взаимного расположения, которое определяется взаимными расстояниями. Для задания движения системы небесных тел следует задать закон изменения их взаимных расстояний во времени. Математическим описанием законов движения являются те или иные функции времени.

Для удобного отображения движения небесных тел оперируют понятиями системы отсчета, системы координат и шкалы времени. Абстрактное понятие системы координат так или иначе связывают с реальными небесными телами. Примерами могут служить Гринвичский меридиан на Земле или внегалактические радиоисточники излучения. Абстрактное понятие шкалы времени связывают с реальными физическими процессами. Примерами могут служить вращение Земли или электромагнитное излучение атома.

**Законы взаимодействия.** Основой для изучения движения небесных тел являются строго установленные из наблюдений законы физики, которые описывают взаимодействия тел или воздействия на них той среды, в которой они движутся. Математической формой законов взаимодействия небесных тел оказываются обыкновенные дифференциальные уравнения, которым удовлетворяют взаимные расстояния между небесными телами или их координаты.

**Методы исследований.** От других астрономических дисциплин небесная механика отличается лишь методами исследования, среди которых следует выделить следующие три группы методов: *аналитические, численные, качественные*.

*Аналитические методы* дают возможность получать набор аналитических соотношений, позволяющих рассчитывать приближенные положения и скорости небесных тел на заданные моменты времени, минуя какие-либо промежуточные их значения. Свойствами аналитических методов являются большая трудоемкость и нарастающая громоздкость выкладок. Кроме того, аналитические методы не дают возможности судить о свойствах исследуемых движений на очень больших интервалах времени. Другим их недостатком является то, что применимы они не ко всем космическим объектам.

Ограничения, свойственные аналитическим методам, не распространя-

няются на *численные методы*, которые пригодны для расчета движений любых небесных тел и их систем с наперед заданной точностью. С внедрением в научные исследования мощных вычислительных машин или компьютеров считавшаяся прежде чрезмерной трудоемкость численных методов перестала быть препятствием для их применения. Но и у них есть своя ахиллесова пята — это неуклонное накопление погрешности с увеличением интервала интегрирования при невозможности строгих оценок роста этой погрешности. Еще один недостаток этих методов — численная форма представления результатов и неизбежность расчета промежуточных этапов, хотя зачастую целью исследования является конечная конфигурация или состояние движения в конце интегрирования.

*Качественные методы* небесной механики позволяют судить о свойствах движений небесных тел без полного интегрирования (аналитического или численного) дифференциальных уравнений.

Аналитические, численные и качественные методы продолжают применяться в современной небесной механике, причем красота и высокая эффективность аналитических методов удачно сочетается с простотой и универсальностью методов численных, а все это дополняется космогонической важностью выводов, получаемых качественными методами исследований.

**Механическая модель.** В небесной механике используют понятие механической модели. Модель описывается составом движущихся объектов, их свойствами, заданием сил, действующих на отдельные компоненты модели. Механические модели используются либо для приближенного описания движений небесных тел либо как основа для разработки более точных методов описания их движений.

Задачей небесной механики считается создание и исследование различных механических моделей, а также изучение и описание движения реальных небесных тел.

Механическая модель, являясь, как правило, приближенным описанием движения системы реальных небесных тел, может принципиально от нее отличаться. В частности, свойства тел в модели могут не соответствовать реальности, а законы действующих сил могут задаваться специальным образом. Примерами могут служить задача о движении **материальных точек**, в которой небесные тела не имеют размеров, или **ограниченная задача трех тел**, не удовлетворяющая третьему закону Ньютона. Когда принимаются во внимание форма и размеры небесных тел, говорят о **поступательно-вращательном движении**.

Рассматривают относительное движение в задаче двух тел, когда начало системы отсчета помещается в центр масс одного из них, и барицентрическое движение, при котором начало помещено в центр масс обоих тел. Механической моделью движения трех и более материальных точек может быть модель плоского движения. В ограниченной задаче трех тел может рассматриваться модель кругового движения двух из них.

Мы не знаем точно, как устроены небесные тела и по каким точным законам они движутся. Поэтому приходится довольствоваться изучением моделей движения, выдвигая смелую гипотезу о том, что наши модели мало отличаются от действительности.

**Наблюдения. Измеряемые величины.** Источником наших знаний о небесных телах являются наблюдения. Наблюдая, мы не можем довольствоваться констатацией факта наличия небесного тела на небе. В процессе астрономических наблюдений выполняются измерения тех или иных величин. Делается это с помощью разнообразных приборов. В отличие от абстрактных координат, измеряемая величина всегда реальна. Она образуется в измерительном приборе. Астрономы имеют дело с богатым разнообразием приборов и измеряемых величин. Примерами могут служить углы поворота оси телескопа относительно отвесной линии и плоскости меридиана, расстояния между изображениями небесных тел на фотопластинках, промежуток времени между вспышкой лазерного дальномера и фиксацией в телескопе отраженного от небесного тела светового импульса, интенсивность засветки отдельного пикселя полупроводникового приемника света, разность продолжительностей записи фрагмента излучения космического радиоисточника на двух радиотелескопах.

**Точность наблюдений.** Приборам присуща погрешность. Таинства процессов, происходящих в измерительных приборах, оставляют нам лишь возможность строить гипотезы относительно ошибок измерений. Никогда не бывает известна величина ошибки отдельного измерения. Очень часто мы предполагаем, что погрешности чисто случайны, и рассматриваем различные статистические характеристики ошибок. Больше всего оперируют с понятием наиболее вероятной среднеквадратической величины ошибки. Конструктивные свойства измерительных приборов позволяют иногда приближенно установить точность измерений. В общем случае мы говорим о *точности наблюдений*.

**Время.** Изменение измеряемой величины во времени обусловлено движением небесных тел. Измерение выполняется в некоторый момент

времени. Момент отсчитывается по часам обсерватории. В практической небесной механике измеряемой величине всегда приписывают момент измерения.

Время является абстрактным понятием, для его определения нужны какие-нибудь измерительные приборы. Любой прибор имеет погрешность измерения. Сначала время измеряли углом вращения Земли. Такое время называли всемирным и обозначили через UT. Когда были обнаружены расхождения теории движения Луны с наблюдениями стало ясно, что Земля вращается неравномерно, и эталоном стало время, как независимая переменная в теории движения Луны. Время измерялось по наблюдениям Луны, называлось эфемеридным временем и обозначалось ET. Однако точность наблюдений Луны все же ограничена. Поиски более точного измерителя времени привели к атомным часам. Этот датчик времени является сейчас наиболее точным. Время, осредненное по нескольким наиболее точным атомным часам мира, называют международным атомным временем и обозначают IAT .

В дальнейшем мы будем говорить о наблюдениях небесных тел всегда предполагая при этом получение той или иной *измеряемой величины* на некоторый момент времени – *момент измерения*.

Точность астрономических измерений достигла уже такого уровня, что стала заметной неадекватность ньютоновской механики наблюдаемому движению небесных тел. В более точной общей теории относительности время течет различно в любых двух точках пространства. Для связи шкал времени нужно учитывать движение тел и их массы.

**Параметры движения.** Изучая планеты и спутники, звезды и галактики мы смело предполагаем, что все время остаются постоянными некоторые параметры, присущие небесным телам и их движению. К ним относятся массы, размеры и формы тел, параметры орбит и многие другие величины. Эти параметры невозможно непосредственно измерить с помощью имеющихся приборов. Однако их значения реально проявляют себя в наблюдаемом движении небесных тел. Будем называть в дальнейшем такие величины *параметрами движения* небесных тел.

**Системы координат.** Измеряемые величины не дают наглядных представлений о конфигурации системы тел и тем более непригодны непосредственно для выражения общих законов движения. Удобным средством описания пространственного расположения тел и направлений на небесные светила являются системы координат. Когда говорят о положении светила или об ориентации тела в некоторой системе ко-

ординат, имеется в виду абстрактные оси координат в пространстве и воображаемые линии на небе. Системы координат выбираются так, чтобы дать ясное представление о законах и свойствах движения небесных тел.

Выбор системы координат обусловлен удобством описания и изучения движения конкретного небесного тела. Начало и оси координат связывают либо с деталями объекта, например с гринвичским меридианом Земли, либо с его динамическими свойствами, например, с главными осями инерции тела, либо со свойствами движения, например с осью вращения тела, либо с положением тела в некоторый момент времени, либо выбирают систему координат другим специальным образом.

Чаще других используются системы прямоугольных или декартовых координат и обозначают ее начало буквой  $O$ , а оси буквами  $x$ ,  $y$ ,  $z$ . Столь же часто применяются системы сферических координат с обозначением центрального расстояния буквой  $r$ , широты - буквой  $\varphi$  и долготы - буквой  $\lambda$ .

Любые системы координат с началом, расположенным в точке наблюдений, называются топоцентрическими. Направления осей топоцентрической системы связывают с линией отвеса и местным меридианом. Говорят о геоцентрических системах координат, когда начало помещено в центр масс Земли.

Законы движения небесных тел – это зависимости координат тел от времени и параметров движения. Зависимости могут принимать различные формы. Чаще всего используются аналитические функции, описывающие явную зависимость координат от времени. В некоторых случаях зависимость дается в неявной форме, тогда координаты получаются путем вычислений по формулам последовательными приближениями. Закон движения может иметь форму числовых таблиц, в которых значения координат небесных тел заданы на ряд фиксированных моментов времени, обычно следующих с каким-то постоянным шагом. При таком численном задании закона движения теряется зависимость координат от параметров движения небесного тела. В этом случае затруднен анализ свойств движения, и мы ограничены тем интервалом времени, для которого координаты были вычислены.

Координаты небесных тел являются абстрактными понятиями. Их нельзя измерить никакими приборами. Системы координат моделируются с помощью формул и алгоритмов и являются составной частью модели движения небесных тел.

**Модель движения небесного тела.** В общем случае под моделью

движения небесного тела мы будем подразумевать некоторую конструкцию, позволяющую определять значения измеряемой величины на любые заданные моменты времени при известных значениях параметров движения небесных тел.

Реализации модели движения небесного тела могут иметь весьма различные формы. Это могут быть математические формулы, написанные вручную на бумаге или опубликованные в виде печатного материала. Это могут быть напечатанные числовые таблицы значений координат. В настоящее время и формулы и таблицы отображаются в памяти компьютеров. При этом формулы преобразуются в алгоритмы вычислений, а таблицы доступны вычислительным программам, решающим те или иные задачи. Однако даже в эпоху мощной вычислительной техники в нескольких научных центрах мира создаются и печатаются в форме ежегодников координаты основных небесных тел, вычисленные на несколько лет вперед.

Откуда же берутся законы движения небесных тел? В старые времена они устанавливались почти эмпирически из простых наблюдений. Сейчас же, конечно, законы движения находят в процессе решения дифференциальных уравнений движения относительно координат небесных тел. Составляют эти уравнения на основе строго установленных законов физики, которые описывают взаимодействия тел или воздействия на них той среды, в которой они движутся. Это делается в рамках какой-либо механической модели. Четко фиксируются все факторы, влияющие на движение каждого тела системы и включенные в рассматриваемую модель. Процесс построения законов движения небесных тел, а также его результат – сами законы движения, называют теорией движения. Именно этим занимается небесная механика.

В подавляющем большинстве задач небесной механики невозможно получить точное решение уравнений движения. Приходится довольствоваться либо приближенным решением точных уравнений либо точным решением приближенных уравнений. Применяются как аналитические, так и численные методы решения дифференциальных уравнений. В обоих случаях решение обладает погрешностью. Эта погрешность может быть более или менее достоверно оценена с помощью самой теории.

**Точность модели движения небесного тела.** Исходными данными для модели движения небесного тела являются параметры движения, которые в свою очередь известны с некоторой погрешностью. Эта погрешность также повлияет на точность предвычисления координат небесного тела и точность предвычисления измеряемой величины.

В дальнейшем мы будем говорить о *точности модели*, подразумевая погрешность вычисления измеряемой величины. При этом мы разделяем два источника этой погрешности : приближенность найденного решения уравнений движения и неточность параметров движения. Погрешность решения уравнений движения мы будем также называть погрешностью вычислений или погрешностью метода. Говоря о точности теории движения небесного тела всегда нужно уточнять, включена ли в погрешность теории неточность параметров движения или имеется в виду точность теории в предположении абсолютно точных параметров.

## ПРОЦЕСС УТОЧНЕНИЯ МОДЕЛИ ДВИЖЕНИЯ НЕБЕСНЫХ ТЕЛ

Итак, мы определили основные составляющие практической небесной механики: наблюдения, модель движения, параметры. Теперь выясним, в каком отношении между собой находятся эти составляющие, и как они служат целям практического познания природы.

На Рис. 1 изображена схема изучения динамики небесных тел на основе наблюдений. На любом этапе исследований мы фиксируем состав изучаемой системы небесных тел. Установленные на текущий момент законы взаимодействия тел (гравитационное притяжение, сопротивление среды) позволяют записать дифференциальные уравнения движения. Используя аналитические методы можно найти общее решение уравнений движения. Подставляя в это общее решение значения произвольных постоянных (параметров движения) получим исковую модель движения системы небесных тел. Решая уравнения движения методами численного интегрирования при известных начальных условиях (параметров движения) также получаем модель движения системы небесных тел. Некоторые предварительные значения параметров движения обычно бывают известны из предшествующих исследований. Для построения модели движения потребуются также значения физических параметров, входящих в уравнения движения посредством законов взаимодействия (например, массы тел).

Основным процессом изучения динамики небесных тел является уточнение модели на основе наблюдений. Наблюдения дают нам значения измеряемых величин. Назовем их измеренными значениями. С другой стороны мы имеем модель движения, которая для того и служит, чтобы предвычислять измеряемые величины. Мы можем вычислить измеряемые величины именно на моменты наблюдений. Результаты назы-

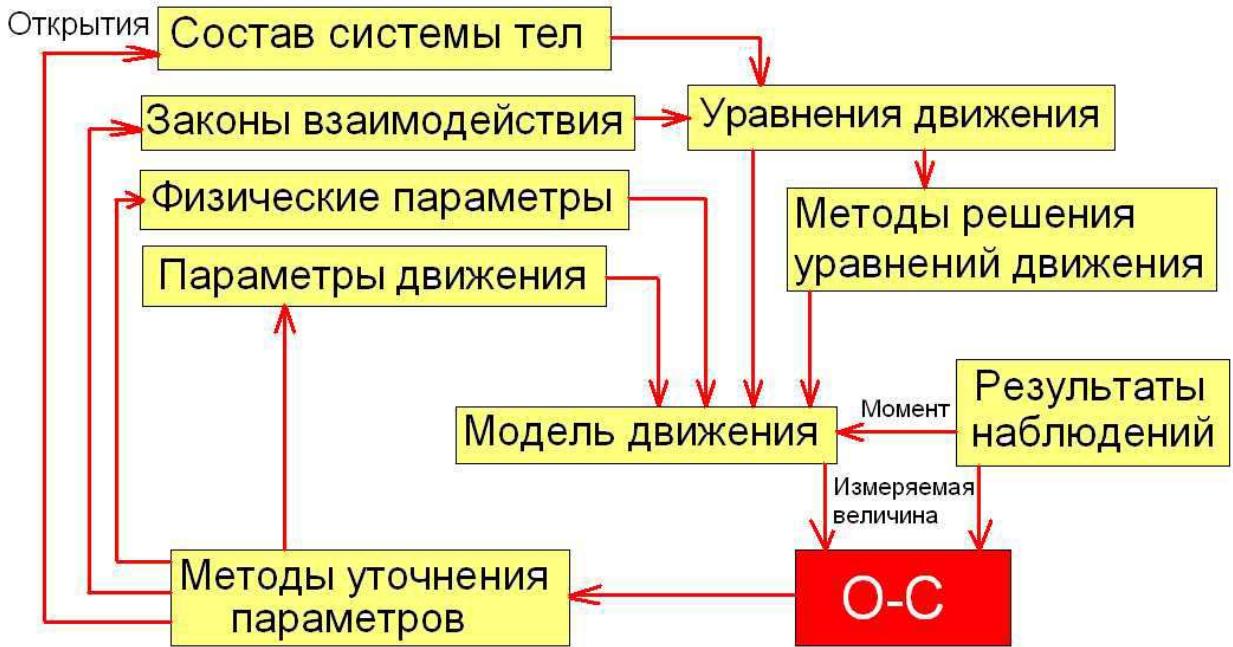


Рис. 1: Схема процесса изучения динамики небесных тел.

ваются вычисленными значениями измеряемой величины. Разные по происхождению значения одной и той же величины будут различаться между собой. Эту разность значений мы обозначаем на Рис. 1 символически через "O-C"(O – observatum, C – calculatum). Разность естественна, так как в ней присутствует погрешность наблюдений и погрешность модели движения небесного тела. Однако в некоторых случаях разности "O-C" будут превышать погрешность модели и погрешность наблюдений. Новые, более точные наблюдения обнаруживают рассогласование модели с действительностью. В этих случаях рассогласованию приписывают наиболее простую и наиболее вероятную причину – неточность принятых значений параметров движения небесного тела. В дело включается процесс, называемый уточнением параметров движения из наблюдений (см. "Методы уточнения параметров" на Рис 1). Чаще всего желаемое согласование теории с наблюдениями достигается путем уточнения параметров, и разности "O-C" снова оказываются в пределах погрешностей модели и наблюдений.

В некоторых редких случаях не удается добиться согласования теории с наблюдениями – разности "O-C" остаются значительными. Тогда приходится совершенствовать методы решения уравнений движения, методы вычислений. Это наиболее трудоемкая часть небесной механики. Заново пересматриваются факторы, влияющие на движение каж-

дого небесного тела. Выводятся новые, более точные формулы теории. Как следствие, формулы становятся более длинными. Разрабатываются и применяются более точные методы вычислений. Как следствие, необходимое вычислительное время существенно увеличивается. В результате выполнения всей этой весьма трудоемкой работы удается согласовать результаты теории и наблюдений.

В еще более редких случаях рассогласование теории с наблюдениями остается существенным, сколько ни пытаются исследователи уточнить параметры движения и усовершенствовать модель движения. В результате обобщения фактов, проверки новых гипотез и высшего напряжения интеллекта совершается открытие. Могут быть открыты ранее неизвестные небесные тела или новые законы взаимодействия небесных тел. В такой ситуации резко расширяются наши общие представления об окружающем мире. Делается обобщение основных законов природы. Примером может служить подтверждение гипотезы общей теории относительности при обнаружении необъяснимой части скорости движения перигелия орбиты Меркурия.

Приведенная здесь схема, как любая схема, суха и ограничена, она лишь в общем виде отражает разнообразные научные изыскания и накопление фактов, фантазии и ошибки.

Отметим, что описанный процесс имеет также сугубо практическую направленность. Модель движения небесных тел является основой для слежения за возможными опасностями со стороны сил космоса. Модель движения небесных тел также непосредственно используется для проектирования и обеспечения полетов автоматических и пилотируемых околоземных и межпланетных аппаратов – искусственных небесных тел.

## НАБОР ИЗМЕРЕНИЙ, ТЕОРИЯ И ПРЕДВЫЧИСЛЕНИЯ В НЕБЕСНОЙ МЕХАНИКЕ

Свойства движений небесных тел порождают одну важную особенность практической небесной механики по сравнению с другими астрономическими дисциплинами. Дело в том, что движение большинства реальных и воображаемых небесных тел имеет характер обращений одних тел вокруг других. Изучаются также собственные вращения небесных тел. Обращение или вращение тела описывается углом, величина которого монотонно возрастает во времени. Рассмотрим подробнее, как определяются эти процессы из наблюдений.

Угол орбитального обращения или угол вращения небесного тела назовем условно *долготой* и обозначим ее здесь через  $\lambda$ . В большинстве механических моделей скорость изменения долготы  $\dot{\lambda}$  приближенно оказывается постоянной.

Теория рассматриваемого здесь процесса состоит в описании линейного изменения долготы во времени. Параметром теории движения будет  $\dot{\lambda}$ . Измеряемой величиной – сама долгота  $\lambda$ .

При выполнении однотипных наблюдений погрешность измерения долготы будет одинаковой в любые моменты времени. Обозначим эту погрешность через  $\sigma_\lambda$ . Пусть измерение долготы выполнено в два момента времени  $t_1$  и  $t_2$ . Тогда погрешность определения параметра движения  $\sigma_{\dot{\lambda}}$  находится из соотношения

$$\sigma_{\dot{\lambda}} = \frac{\sigma_\lambda}{t_2 - t_1},$$

откуда видно, что точность определения параметра движения улучшается с ростом интервала измерений  $t_2 - t_1$ .

Посмотрим теперь, какова роль точности параметра движения при реализации основной цели теории – предвычисления долготы на заданные моменты времени. Допустим, что нужно вычислить долготу на момент времени  $t_f$  в будущем, то есть  $t_f > t_2$ . Погрешность такого предвычисления определится по формуле

$$\sigma_{\lambda(t_f)} = \sigma_{\dot{\lambda}} (t_f - t_2) = \frac{\sigma_\lambda}{t_2 - t_1} (t_f - t_2).$$

Эта погрешность также уменьшается с ростом интервала измерений.

Допустим, что наблюдения продолжались после момента  $t_2$ . Пусть последнее новое наблюдение выполнено в некоторый момент  $t_3$  ( $t_3 > t_2$ ). Теперь погрешность предвычисления долготы на момент  $t_f$  стала равной

$$\sigma_{\lambda(t_f)} = \frac{\sigma_\lambda}{t_3 - t_1} (t_f - t_3) < \frac{\sigma_\lambda}{t_2 - t_1} (t_f - t_2).$$

Таким образом точность предвычисления долготы улучшилась.

Посмотрим, что может дать привлечение более точных наблюдений, но выполненных на небольшом интервале времени. Пусть, например, внутри интервала измерений  $t_1 - t_2$  в моменты  $t_1^*, t_2^*$  выполнены два измерения долготы с погрешностью  $\sigma_{\lambda}^*$ . Пусть при этом

$$\sigma_{\lambda}^* = 0.5 \sigma_\lambda, \quad t_2^* - t_1^* = 0.1 (t_2 - t_1), \quad t_2^* = t_2,$$

то есть новые наблюдения в два раза точнее прежних, а интервал измерений в десять раз меньше.

Точность предвычисления долготы на основе более точных наблюдений найдется из соотношений

$$\sigma_{\lambda(t_f)} = \frac{\sigma_{\lambda}^*}{t_2^* - t_1^*} (t_f - t_2) = 5 \frac{\sigma_{\lambda}}{t_2 - t_1} (t_f - t_2),$$

откуда видно, что эта точность оказалась в пять раз хуже, чем на основе прежних, менее точных наблюдений.

Рассмотренный здесь анализ общих свойств построения модели на основе наблюдений приводит к следующим выводам.

1. Для построения модели движения любого небесного тела всегда стараются использовать набор всех существующих в мире наблюдений, начиная с момента открытия этого небесного тела.

2. Продолжение наблюдений небесных тел даже с прежней точностью оказывается полезным.

3. Использование наблюдений, выполненных с лучшей точностью, не всегда приводит к уточнению модели. Преимущества одних наблюдений по сравнению с другими определяются не только их точностью, но также интервалом времени, на котором они выполнены.

4. Любые новые наблюдения, даже более точные, почти всегда используются только как дополнение к уже существующей базе данных.

Эти выводы составляют особенность практической небесной механики по сравнению с многими другими исследованиями небесных тел, когда новые ценные научные результаты получаются на основе только новейших наблюдений, которые по точности перекрывают старые. В практической небесной механике более точная и более адекватная действительности модель движения небесного тела строится на основе более полной базы данных наблюдений.

## ИСПОЛЬЗОВАНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ПРАКТИЧЕСКОЙ НЕБЕСНОЙ МЕХАНИКИ

Небесная механика служит пониманию структуры, происхождения и развития Солнечной системы, звездных систем и систем галактик. Движение вещества вблизи черных дыр также описывается небесной механикой.

Пока никому еще не удалось доказать устойчивость Солнечной системы, однако меру этой устойчивости удалось оценить. Еще классиками небесной механики, Лагранжем и Лапласом, было показано, что даже если Солнечная система и неустойчива, то ее распад может происходить лишь в масштабах времени, сравнимых с временем существования планет и спутников. Изучена и обоснована устойчивость отдельных структур небесных тел – системы планет, движущихся по почти компланарным орбитам, и аналогичных систем спутников планет. Доказана взаимосвязь устойчивых конструкций орбит и резонансных движений в ряде систем небесных тел.

Все эти выводы уже сами по себе представляют собой ценный научный продукт. Они используются при решении фундаментальных задач космологии и в физике небесных тел. Постоянно делаются попытки связать выводы небесной механики с науками о Земле и Человеке.

С практической небесной механикой тесно связана астрометрия. Модели движения Луны и планет, модель вращения Земли служат основой для координатно-временного обеспечения навигационных служб и некоторых производственных процессов. До изобретения атомных часов небесная механика обеспечивала единственный надежный способ отсчета времени.

Особую роль в науке и практике играет теория движения искусственных спутников Земли. ИСЗ используются в нескольких качествах.

Во-первых, они являются весьма подходящими носителями приборов для наблюдений земной поверхности и устройств, обеспечивающих глобальную радиосвязь на Земле. Уникальные научные результаты получаются из наблюдений небесных тел и космических излучений приборами, размещенными на орbitах спутников Земли.

Во-вторых, ИСЗ используются в качестве пассивно гравитирующих тел, движение которых происходит в гравитационном поле Земли которое подвержено влиянию геодинамических и геофизических процессов. Внутреннее строение Земли определяет ее гравитационное поле. Приливы твердой Земли и океанов, другие деформации в теле Земли являются причинами изменений гравитационного поля во времени.

На основе теории движения ИСЗ работают совершенные спутниковые навигационные системы такие, как GPS, и ГЛОНАСС. Сложные модели движения ИСЗ были разработаны в весьма сжатые сроки, продиктованные практическими нуждами людей, живущих на Земле.

ИСЗ являются самыми близкими к Земле небесными телами. Поэтому их легче всего наблюдать с Земли. При наблюдениях измеряют-

ся дальность до спутника и скорость изменения этой дальности – так называемая лучевая скорость. Делается это с помощью лазерных дальномеров и радиотехнических средств. Измеряемые величины зависят от положений спутника, а они в свою очередь зависят от параметров, определяющих факторы, влияющие на его движение. Вот почему по наблюдениям ИСЗ выполняется эффективное определение параметров гравитационного поля Земли и параметров, определяющих его изменения.

Поскольку наблюдения спутников делаются с поверхности Земли, измеряемые величины зависят не только от координат спутника, но также от координат пункта наблюдения. Это дает возможность определения приливных перемещений точек земной поверхности и дрейфа континентов.

Результаты и выводы небесной механики явно и незримо присутствуют во многих других областях науки и практической деятельности человека.