Н.В.Емельянов

ПРАКТИЧЕСКАЯ НЕБЕСНАЯ МЕХАНИКА

Оглавление.

Глава 5. **Модели движения небесных тел на основе наблюдений.**

5.32. Системы координат, связанные с топоцентрическим направлением наблюдаемого тела.

В процессе использования наблюдений небесных тел для уточнения параметров их движения рассматриваются различные системы координат. Одной из них является система прямоугольных координат с началом, расположенным в цетре наблюдаемого тела, и основной плоскостью, перпендикулярной топоцентрическому направлению на это тело. Такую плоскость иногда называют картинной плоскостью.

Обозначим через x, y, z оси геоэкваториальной системы координат некоторой эпохи, например эпохи J2000, с началом в центре наблюдаемого тела.

Будем полагать, что топоцентрическое направление на наблюдаемое тело задано прямым восхождением α и склонением δ .

Наряду с картинной плоскостью рассмотрим плоскость, проходящую через топоцентрический вектор наблюдаемого тела и ось z. Направим ось y'' по линии пересечения этих плоскостей так, чтобы оси z и y'' образовывали угол, не превышающий 90 градусов. Ось x'' расположим в картинной плоскости в направлении увеличения прямых восхождений. Ось z'' будет дополнять систему координат до правой и окажется направленной вдоль топоцентрического вектора наблюдаемого тела.

Обозначим через R топоцентрическое расстояние наблюдаемого тела. Тогда для любой точки, расположенной в картинной плоскости, можно определить ее так называемые *тангенциальные относительные топоцентрические координаты*

$$X_t = \frac{x''}{R}, \quad Y_t = \frac{y''}{R}. \tag{1}$$

Соответственно определяется *тангенциальный позиционный угол* P_t точки из соотношения

$$\operatorname{tg} P_t = \frac{x''}{y''}. \tag{2}$$

Тангенциальный позиционный угол P_t отсчитывается в картинной плоскости от направления на север к востоку от 0 до 360 градусов.

Пусть одновременно с первым небесным телом, для которого определена картинная плоскость, наблюдается второе небесное тело. Топоцентрический вектор второго тела пересечет картинную плоскость первого тела в некоторой точке с координатами x'', y'' . Таким образом тангенциальные относительные топоцентрические координаты X_t, Y_t и соответствующий тангенциальный позиционный угол P_t задают положение второго тела относительно первого.

Пусть топоцентрическое направление каждого тела задается геоэкваториальными координатами. Обозначим через α и δ прямое восхождение и склонение первого тела. Пусть соответствующие координаты второго тела заданы выражениями $\alpha + \Delta\alpha,\ \delta + \Delta\delta$. Тогда тангенциальные относительные топоцентрические координаты X_t, Y_t, P_t можно вычислить по формулам

$$X_t = \frac{\cos(\delta + \Delta\delta)\sin\Delta\alpha}{\sin(\delta + \Delta\delta)\sin\delta + \cos(\delta + \Delta\delta)\cos\delta\cos\Delta\alpha}, \tag{3}$$

$$Y_t = \frac{\sin(\delta + \Delta\delta)\cos\delta - \cos(\delta + \Delta\delta)\sin\delta\cos\Delta\alpha}{\sin(\delta + \Delta\delta)\sin\delta + \cos(\delta + \Delta\delta)\cos\delta\cos\Delta\alpha}, \tag{4}$$

$$\operatorname{tg} P_t = \frac{Y_t}{X_t}. \tag{5}$$

Введенная здесь система координат $x''y''z''$ применяется также для описания видимой ориентации оси вращения планеты. Особенно наглядно ось вращения планеты представлена изображением колец Сатурна. Ось симметрии колец с высокой точностью совпадает с осью вращения планеты.

Изображение колец Сатурна изменяется со временем. Кольца временами больше "раскрыты"к наблюдателю, в другие моменты они видны очень узкой полоской, а иногда совсем исчезают, так как видны к нам с ребра. Толщина колец столь мала, что они становятся практически невидимыми.

Видимую ориентацию оси вращения планеты можно описать двумя углами: тангенциальным позиционным углом северного направления оси P_t и углом наклона к картинной плоскости Q . При этом положительный наклон Q будет соответствовать отклонением северного направления оси вращения планеты в сторону наблюдателя.

В случае изображений колец Сатурна при положительных P_t кольца будут повернуты против часовой стрелки, а при положительных Q мы видим кольца со стороны северного полюса планеты.

Ориентацию оси вращения планеты в пространстве обычно задают прямым восхождением α_0 и склонением δ_0 северного по отношению к эклиптике направления оси. Координаты P_t, Q оси можно тогда определить из следующих соотношений:

$$\begin{aligned} x_0 &= \cos\delta_0 \cos\alpha_0, \\ y_0 &= \cos\delta_0 \sin\alpha_0, \\ z_0 &= \sin\delta_0, \end{aligned} \tag{6}$$

$$\begin{aligned} x'' &= -x_0 \sin\alpha + y_0 \cos\alpha, \\ y'' &= -x_0 \sin\delta \cos\alpha - y_0 \sin\delta \sin\alpha + z_0 \cos\delta, \\ z'' &= x_0 \cos\delta \cos\alpha + y_0 \cos\delta \sin\alpha + z_0 \sin\delta, \end{aligned} \tag{7}$$

$$\operatorname{tg} P_t = \frac{x''}{y''}, \quad \operatorname{tg} Q = \frac{-z''}{\sqrt{x''^2 + y''^2}}. \tag{8}$$

Заметим, что угол Q в точности равен планетоцентрической планетоэкваториальной широте наблюдателя, в частности, центра Земли.

В некоторых задачах необходим переход от координат x'', y'', z'' к координатам x, y, z . В этом случае можно воспользоваться формулами

$$\begin{aligned} x &= -x'' \sin\alpha - y'' \sin\delta \cos\alpha + z'' \cos\delta \cos\alpha, \\ y &= x'' \cos\alpha - y'' \sin\delta \sin\alpha + z'' \cos\delta \sin\alpha, \\ z &= y'' \cos\delta + z'' \sin\delta. \end{aligned} \tag{9}$$

Наряду с тангенциальными относительными топоцентрическими координатами X_t, Y_t, P_t рассматриваются *дифференциальные относительные топоцентрические координаты* , которые определяются следующим образом. Пусть топоцентрическое направление первого наблюдаемого тела задано прямым восхождением α и склонением δ . Пусть одновременно наблюдается второе небесное тело, имеющее прямое восхождение $\alpha + \Delta\alpha$ и склонение $\delta + \Delta\delta$. Дифференциальные относительные топоцентрические координаты X, Y второго тела, определяются соотношениями

$$X = \Delta\alpha \ \cos\delta, \quad Y = \Delta\delta. \tag{10}$$

Рассмотрим на небесной сфере большой круг, проходящий через первое и второе небесные тела. Угол на небесной сфере между кругом склонений первого тела и указанным большим кругом называют позиционным углом P. Он отсчитывается от северного направления круга склонений первого тела в восточном направлении, то есть против часовой стрелки, от 0 до 360 градусов. Рассматривается также топоцентрическое угловое расстояние s между двумя телами. Оно является дугой большого круга на небесной сфере.

Если заданы прямое восхождение α и склонение δ первого тела, а также прямое восхождение $\alpha + \Delta\alpha$ и склонение $\delta + \Delta\delta$ второго тела, то позиционный угол P и угловое расстояние s можно вычислить из следующих соотношений:

$$\operatorname{tg} P = \frac{\cos(\delta + \Delta\delta)\sin\Delta\alpha}{\sin\Delta\delta + 2\cos(\delta + \Delta\delta)\sin\delta\sin^2\frac{\Delta\alpha}{2}}, \tag{11}$$

$$\begin{aligned} a_{yz} = {} & 2\cos\delta\sin\delta\sin\alpha\cos\Delta\delta\sin^2\tfrac{\Delta\alpha}{2} + \\ & + \cos^2\delta\sin\alpha\sin\Delta\delta - \\ & - \cos\delta\sin\delta\cos\alpha\cos\Delta\delta\sin\Delta\alpha + \\ & + \sin^2\delta\sin\alpha\sin\Delta\delta\cos\Delta\alpha + \\ & + \sin^2\delta\cos\alpha\sin\Delta\delta\sin\Delta\alpha, \end{aligned} \tag{12}$$

$$\begin{aligned} a_{zx} = {} & -2\cos\delta\sin\delta\cos\alpha\cos\Delta\delta\sin^2\tfrac{\Delta\alpha}{2} - \\ & - \cos^2\delta\cos\alpha\sin\Delta\delta - \\ & - \cos\delta\sin\delta\sin\alpha\cos\Delta\delta\sin\Delta\alpha - \\ & - \sin^2\delta\cos\alpha\sin\Delta\delta\cos\Delta\alpha + \\ & + \sin^2\delta\sin\alpha\sin\Delta\delta\sin\Delta\alpha, \end{aligned} \tag{13}$$

$$a_{xy} = \cos\delta\cos(\delta + \Delta\delta)\sin\Delta\alpha, \tag{14}$$

$$\begin{aligned} b_{xyz} = {} & \cos(\delta + \Delta\delta)\cos(\alpha + \Delta\alpha)\cos\delta\cos\alpha + \\ & + \cos(\delta + \Delta\delta)\sin(\alpha + \Delta\alpha)\cos\delta\sin\alpha + \\ & + \sin(\delta + \Delta\delta)\sin\delta, \end{aligned} \tag{15}$$

$$\operatorname{tg} s = \frac{\sqrt{a_{yz}^2 + a_{zx}^2 + a_{xy}^2}}{b_{xyz}}. \tag{16}$$

Для однозначного определения позиционного угла P из соотношения (11) следует учесть, что знак $\cos P$ равен знаку знаменателя в правой части соотношения (11).