

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА»

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ
КАФЕДРА АСТРОФИЗИКИ И ЗВЕЗДНОЙ АСТРОНОМИИ
ДИПЛОМНАЯ РАБОТА

«Орбиты шаровых скоплений Галактики»

Выполнил студент
632 группы
Чемель Александр Алексеевич
Научные руководители:
Д.ф.-м.н., доц. Глушкова Е.В.
Д.ф.-м.н., проф. Расторгуев А.С.

Допущена к защите «___» мая 2018 года

Заведующий кафедрой
Астрофизики и звездной астрономии
д.ф.-м.н., профессор
_____ Черепашук А.М.

Москва
2018

Содержание

1. Введение	2
2. Исходные данные	3
3. Модель Галактического потенциала	8
4. Расчет	11
4.1. Задача расчета орбит объектов	11
4.2. Нахождение начальных условий	13
4.3. Метод расчета	16
5. Результаты	18
5.1. Орбиты	18
5.2. Сравнение собственных движений с результатами команды GAIA, Южной программы по определению собственных движений (SPMP), Харченко и др.	21
5.3. Сравнение полученных орбитальных параметров с результатами расчетов команды GAIA	21
6. Выводы	28
7. Заключение	33
8. Приложение	34
8.1. Основные формулы для потенциала Галактического бара	34
8.2. Таблица 3	37
8.3. Таблица 4	42
8.4. Таблица 5	47

1. Введение

Шаровые звездные скопления (ШЗС) - представители старейшего населения Галактики. Сама система шаровых звездных скоплений представлена в нашей Галактике двумя подсистемами: ШЗС толстого диска и балджа и ШЗС гало. Шаровые скопления являются хорошими трассерами кинематики старых Галактических подсистем по нескольким причинам. Во-первых, они содержат огромное ($10^5 \div 10^6$) звезд, что позволяет с достаточно хорошей точностью определять их собственные движения, лучевые скорости и фотометрические параллаксы статистическими методами. Во-вторых, ШЗС встречаются в очень большом диапазоне галактоцентрических расстояний, что позволяет прослеживать кинематику как центральных областей Галактики, так и удаленных областей Галактического гало. В-третьих, ШЗС гало в большинстве своем находятся вдали от полосы Млечного Пути, что уменьшает как число звезд фона, так и величину межзвездного поглощения, что опять же положительно влияет на точность оценок параметров этих объектов. Кинематику старых подсистем Галактики можно также отслеживать по звездам типа RR Lyr, благодаря наличию у этих объектов зависимости период-светимость-металличность и ИК диапазоне и период-металличность в видимой области (полоса V). Но RR Лириды являются одиночными звездами, причем не самыми яркими, что не позволяет получить для них настолько точные кинематические параметры и расстояния и использовать их в таком же широком диапазоне Галактоцентрических расстояний как и ШЗС. Исследование ШЗС гало также позволяет решать такую важную задачу как восстановление истории его (гало) образования.

Первые попытки вычисления орбит ШЗС Галактики были предприняты еще в первой половине 70-х годов в работах Keenan et al. (1973) и Keenan & Innanen (1975), которые численно проинтегрировали уравнения движения для скоплений M67, NGC 188, Omega Cen, и NGC 2420, используя данные об их полных пространственных скоростях и простейшую модель гравитационного потенциала Шмидта. Много позднее в работах Allen & Martos (1988) и Allen (1990) были посчитаны орбиты 15 ШЗС с использованием более правдоподобной модели гравитационного потенциала, включавшей массивное Галактиче-

ское гало. В работе Allen & Santillan (1993) эти орбиты были пересчитаны в более современной (но все еще полностью аксиально-симметричной) модели потенциала, и добавлены еще 6 скоплений, данные об абсолютных собственных движениях которых появились в период с 1990 по 1993 год. Хорошие данные об абсолютных собственных движениях достаточно большого количества ШЗС появились лишь с выходом работ Dinescu et al. 1997, 1999a,b, 2000, 2001, 2003, что дало возможность произвести расчет орбит нескольких десятков шаровых скоплений (около четверти всех известных на данный момент ШЗС). Со временем наличие в нашей Галактике бара становилось все более очевидным, и требовались все более и более сложные многокомпонентные модели гравитационного потенциала Галактики, включавшие в себя также и неосесимметричные компоненты, такие как бар и спиральный узор. Хорошим примером расчетов орбит шаровых скоплений в моделях гравитационного потенциала, включавших в себя потенциал Галактического бара, и исследований влияния бара на орбиты этих скоплений являются работы Allen et al. (2006 [17], 2008 [18]). Выборка ШЗС в этих работах включала в себя уже около 50 объектов.

Перед нами стояла задача интегрирования траекторий шаровых звездных скоплений в двух моделях гравитационного потенциала Галактики и проведения их дальнейшего статистического анализа для составления каталога параметров орбит этих скоплений (см. раздел 5.1). Первая модель включала в себя только осесимметричную составляющую потенциала (диск + сфероид + гало), а вторая содержала также неосесимметричный потенциал вращающегося Галактического бара. Новизна работы заключается в использовании точных собственных движений (см. раздел 2) для рекордно большой выборки шаровых скоплений, включающей в себя 115 объектов, что составляет более 70% от всех известных ШЗС Галактики.

2. Исходные данные

Для интегрирования системы уравнений движения исследуемого объекта, которые представляют собой 6 ДУ 1-го порядка (см. раздел 4.1) нам необходимо знать 6 начальных условий, а именно положение объекта и его полную

пространственную скорость относительно центра Галактики в некоторый момент времени. Для нахождения этих начальных условий использовались наблюдательные данные о шаровых скоплениях (см. раздел 4.2), а именно R_h - гелиоцентрическое расстояние до объекта, (l, b) - координаты в Галактической системе координат, V_r - лучевая скорость и (PMl, PMb) - собственные движения объекта в Галактической системе координат.

Для вычислений средних абсолютных собственных движений исследуемых скоплений были рассчитаны абсолютные собственные движения звезд в поле скопления и затем определены его вероятные члены. Сначала были оценены собственные движения большинства звезд в полях скоплений, основанные на положениях звезд, восстановленных из нескольких наиболее обширных небесных обзоров (USNO-B1.0, 2MASS, WISE, URAT1, UCAC5, GAIA DR1). Первым шагом было осуществление кросс-матчинга звезд между указанными каталогами в полях шаровых скоплений. Это было сделано с использованием программы CROSSMATCH [19], написанной на языке программирования Java и предоставляющей удобный интерфейс для работы с широко известной программой STILTS [20]. Код программы CROSSMATCH доступен по следующей ссылке:

www.sai.msu.ru/groups/cluster/cl/crossmatch/Crossmatch_4.3.0.zip

Для каждого скопления анализ начинался с кросс-матчинга звезд между вышеуказанными каталогами внутри круга радиусом 30 минут дуги от центра скопления с радиусами кросс-матчинга 1 или 2 секунды дуги.

Следующим шагом был перевод положений звезд из различных каталогов в систему, определяемую положениями и собственными движениями каталога GAIA DR1. Проблема заключалась в том, что хотя хорошие положения на эпоху 2015.0 доступны для более чем 1 млрд. звезд GAIA, но собственные движения доступны только для > 2 млн. звезд подмножества GAIA TGAS [21], чего недостаточно для качественной астрометрической редукции в полях скоплений по 2-м причинам: во-первых, это подмножество недостаточно плотно расположено на небе, чтобы в поле каждого скопления было достаточно его (подмножества) членов, во-вторых, подмножество состоит из слишком ярких звезд, чьи изображения в используемых каталогах передержаны и поэтому их положения содержат систематические ошибки, не позволяющие использо-

вать их для редукции более слабых звезд. Чтобы преодолеть эти трудности в качестве опорного каталога использовался не GAIA DR1 TGAS, а значительно более глубокий каталог UCAC5 [22], который, согласно его описанию, может рассматриваться как хорошее продолжение системы положений и собственных движений GAIA DR1 TGAS на более слабые объекты. Положения каталогов UCAC5 и GAIA DR1 использовались без каких-либо поправок. Положения обзора ALLWISE на эпоху 2010.5589 редуцировались в систему каталога UCAC5 простым линейным преобразованием координат в касательной плоскости, равно как и координаты обзоров 2MASS и URAT1. Координаты звезд на шмидтовских пластинках фотографических обзоров, использованных при построении каталога USNO-B1.0 [23], восстанавливались на основе приведенных в этом каталоге данных, а затем также редуцировались в систему каталога UCAC5 с использованием опорных звезд в радиусе 30 угловых минут от центра скопления и эпох пластинок из каталога Объединенной службы архивации изображений и каталогов флагстафской станции USNO.

В результате получается до 10 редуцированных положений на каждую звезду. Общий диапазон эпох наблюдений достигает примерно 65 лет для звезд севернее $\delta = -33.0^\circ$ и $30 \div 35$ лет для звезд южнее этого склонения.

Далее в полях скоплений выделялись звезды, расположенные на горизонтальной ветви и ветви красных гигантов на диаграммах цвет-звездная величина, потроенных на основе данных обзора 2MASS, и вычислялись средние компоненты их собственных движений по α и δ путем аппроксимации распределения абсолютных собственных движений выделенных звезд функцией Гаусса. Таким образом были вычислены абсолютные собственные движения звезд в полях 115 шаровых скоплений Галактики и вычислены их (скоплений) средние собственные движения. На Рис. 1 и 2 представлены распределения ошибок собственных движений по прямому восхождению и склонению. На Рис. 3 показана зависимость суммарной ошибки поперечной скорости $\langle \sigma V_T \rangle = \sqrt{\sigma V_T(RA)^2 + \sigma V_T(DEC)^2}$ от гелиоцентрического расстояния до скопления.

Кроме собственных движений для определения начальных условий для интегрирования системы уравнений движения требуются также лучевые скорости шаровых скоплений, их положения и оценки расстояний до них. Боль-

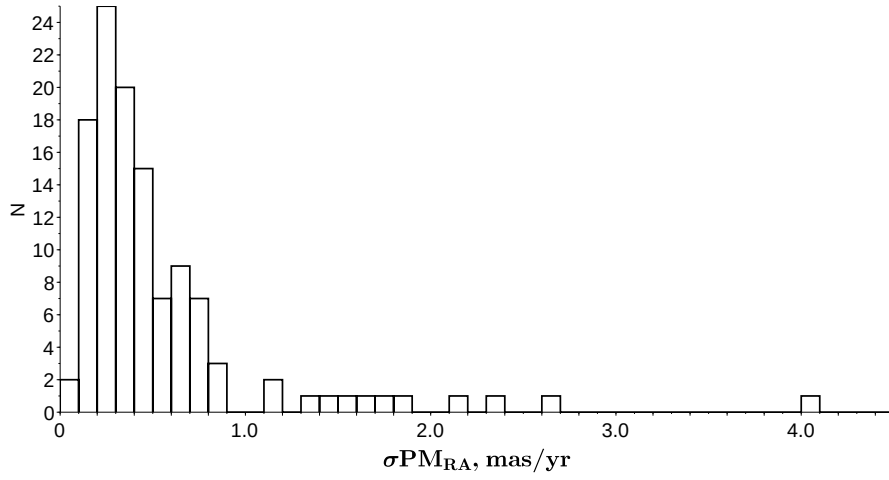


Рис. 1. Распределение ошибок собственных движений по прямому восхождению. Медианное значение ошибки составляет 0.36 миллисекунд дуги в год.

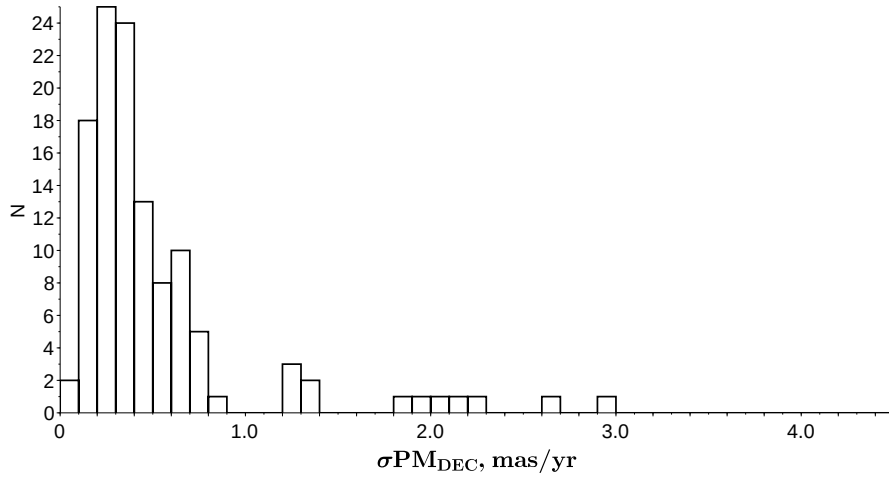


Рис. 2. Распределение ошибок собственных движений по склонению. Медианное значение ошибки составляет 0.35 миллисекунд дуги в год.

шинство этих данных были взяты из каталога Харриса [24], кроме компонентов собственных движений, а также значений лучевых скоростей скоплений

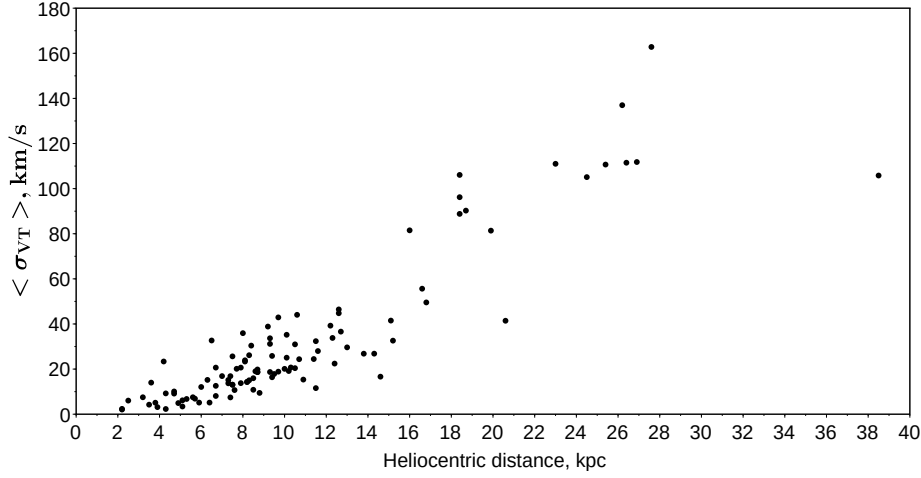


Рис. 3. Зависимость суммарной ошибки поперечной скорости $\langle \sigma_{VT} \rangle = \sqrt{\sigma_{VT}(RA)^2 + \sigma_{VT}(DEC)^2}$ от гелиоцентрического расстояния до скопления для 106 скоплений, чьи ошибки компонент собственных движений $\sigma PM_{RA} \leq 1$ мсек дуги в год и $\sigma PM_{DEC} \leq 1$ мсек дуги в год.

Е3, ESO452-SC11, и Djorg 2, которые взяты соответственно из статей [25], [26], [27].

Все результаты представлены в Таблице 3 в разделе 8. Начальные условия, использовавшиеся для расчетов орбит ШЗС, были вычислены именно по этим данным (координаты и собственные движения для расчетов переводились из экваториальной системы координат в галактическую). Кроме положений центров скоплений (RA2000, DEC2000, l, b), собственных движений (pmra, pmde) и их ошибок (e_{pmra} , e_{pmde}), гелиоцентрических расстояний (R_h) и лучевых скоростей (V_r) в Таблице 3 представлены данные о приливных радиусах (R_{tidal}), видимых звездных величинах горизонтальной ветви в полосе V (V(HB)), видимых модулях расстояния в полосе V (DM), избытках цвета (E_{B-V}) и металличностях ($[Fe/H]$), взятые из каталога Харриса.

3. Модель Галактического потенциала

В рамках данной работы использовались две модели гравитационного потенциала Галактики. Одна из них включала в себя только осесимметричную составляющую гравитационного потенциала, которая была представлена тремя компонентами: диск Миямото-Нагаи [1], сфероид Хернквиста [2] и модифицированное изотермическое гало темной материи. Выражения для потенциалов этих трех компонент в цилиндрической системе координат имеют следующий вид:

$$\Phi_{disk} = - \frac{GM_{disk}}{\sqrt{R^2 + (a + \sqrt{z^2 + b^2})^2}} \quad (3.1)$$

$$\Phi_{spher} = - \frac{GM_{spher}}{\sqrt{R^2 + z^2 + c}} \quad (3.2)$$

$$\Phi_{halo} = V_{halo}^2 \ln(R^2 + z^2 + d^2) \quad (3.3)$$

Для используемых в данных выражениях констант принимались следующие значения: $M_{disk} = 10^{11} M_{sun}$, $a = 5$, $b = 0.26$, $M_{spher} = 3.4 \times 10^{10} M_{sun}$, $c = 0.7$, $V_{halo} = 1.15$, $d = 12$. Все значения указаны в следующей системе единиц, использованной в рамках текущей работы: единица времени - 10^7 лет, единица расстояния - 1 кпс, единица массы - $1 M_{sun}$, при этом все скорости указаны в сотнях км/с. При указанных выше параметрах масса темного гало в пределах вириального радиуса (порядка 300 кпс для нашей Галактики) составляет примерно $1.78 \times 10^{12} M_{sun}$. Эти константы были подобраны нами таким образом, чтобы обеспечить согласие с кривой вращения, построенной на основе современных данных о кинематике галактических мазеров [3], что обеспечивает круговую скорость вращения на солнечном расстоянии (в рамках данной работы принималось равным $R_0 = 8.3$ кпс [3], [5], [6], [7]) около 237 км/с.

Вторая модель включала в себя, помимо указанных выше трех компонент, еще и четвертую, неосесимметричную составляющую потенциала, которая была представлена Галактическим баром. В качестве модели гравитационного потенциала бара использовалась модель бара Феррера с показателем $n = 2$

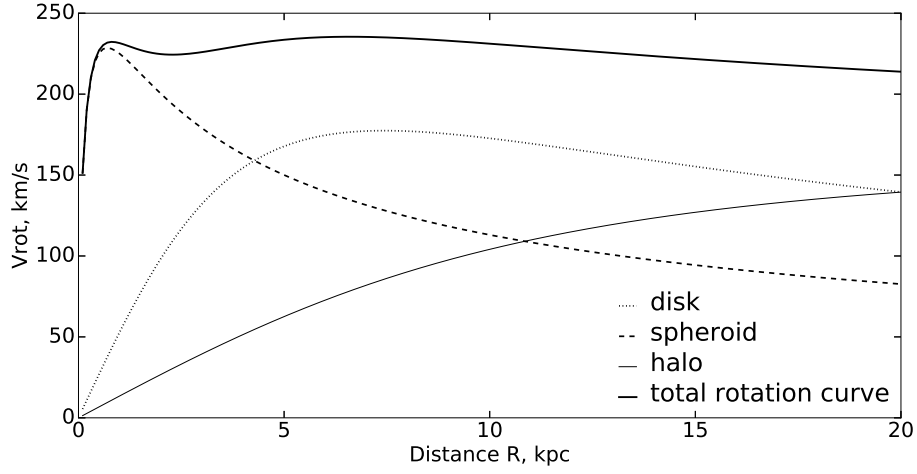


Рис. 4. Декомпозиция кривой вращения, построенной на основе осесимметричной составляющей гравитационного потенциала Галактики

[4]. В рамках этой модели бар представляет собой эллипсоид вращения, геометрические параметры которого следующие: большая полуось $a_{bar} = 4$ кпс и малая полуось $c_{bar} = 1$ кпс [8]. Ось вращения эллипсоида расположена в плоскости симметрии Галактики. Закон распределения плотности в использованной модели бара имеет следующий вид:

$$\rho = \begin{cases} \rho_0(1 - m^2)^2, & m < 1 \\ 0, & m \geq 1 \end{cases} \quad (3.4)$$

где $m^2 = x^2/a_{bar}^2 + (y^2 + z^2)/c_{bar}^2$. Выражение для гравитационного потенциала в прямоугольной системе координат, связанной с баром (ось x направлена вдоль большой полуоси бара, ось z направлена а сторону северного полюса Галактики, ось y направлена вдоль малой полуоси и дополняет координатные оси до правой тройки) представляется следующим выражением:

$$\begin{aligned}
\Phi_{bar} = & -\frac{105GM_{bar}}{32\varepsilon} \left[\frac{1}{3}w_{10} - \left((y^2 + z^2)w_{20} + \right. \right. \\
& + x^2w_{11} \left. \right) + \left((y^2 + z^2)^2w_{30} + 2(y^2 + z^2)x^2w_{21} + \right. \\
& + x^4w_{12} \left. \right) - \frac{1}{3} \left((y^2 + z^2)^3w_{40} + 3(y^2 + z^2)^2x^2w_{31} + \right. \\
& \left. \left. + 3(y^2 + z^2)x^4w_{22} + x^6w_{13} \right) \right]
\end{aligned} \tag{3.5}$$

где параметр $\varepsilon^2 = a_{bar}^2 - c_{bar}^2$. Координаты x, y, z в (3.5) являются обезразмеренными путем деления на параметр ε (то есть $x_{j,real} = \varepsilon x_j$).

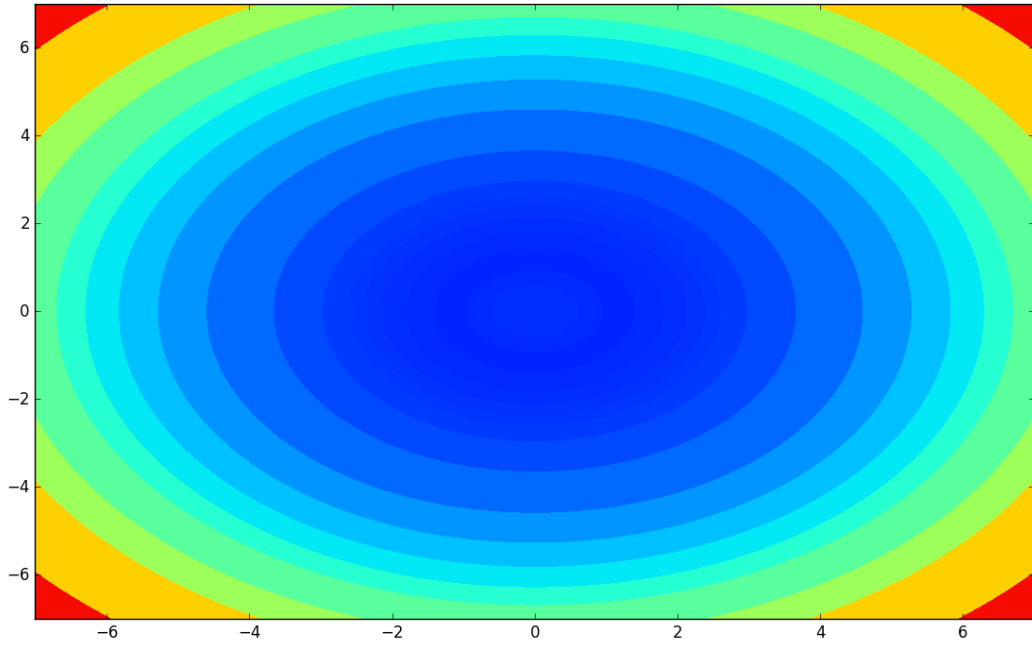


Рис. 5. Эквипотенциали бара в плоскости симметрии Галактики. Расстояния по осям в килопарсеках.

Интегральные коэффициенты w_{ij} определяются следующим образом:

$$w_{ij}(\psi) = 2 \int_0^\psi \tan^{2i-1} \theta \sin^{2j-1} \theta d\theta \quad (3.6)$$

здесь $\psi(x, y, z)$ - функция координат, являющаяся решением уравнения

$$\begin{aligned} (y^2 + z^2) \tan^2 \psi + x^2 \sin^2 \psi &= \varepsilon^2 & m > 1 \\ \cos \psi &= c_{bar}/a_{bar} & m \leq 1 \end{aligned} \quad (3.7)$$

На практике очень удобным является переход в цилиндрическую систему координат (R, ϕ, z) , где ось z направлена в северный полюс Галактики, а координаты R, ϕ отсчитываются в плоскости ее симметрии.

В рамках данной работы предполагалось, что угол ориентации бара в настоящее время составляет 45° [8] относительно направления на Солнце (первый квадрант). Угловая скорость вращения бара принималась равной 50 км/с/кпс (различные исследователи дают оценки этого параметра в диапазоне $40 \div 60 \text{ км/с/кпс}$ [9], [10], [14], [15], [16]). Также предполагалось, что масса бара Галактики составляет 10% от массы Галактического диска и равна $M_{bar} = 10^{10} M_{sun}$.

4. Расчет

4.1. Задача расчета орбит объектов

Для нахождения траектории движения объекта под действием произвольных сил (в нашем случае потенциальных сил тяготения) необходимо решить систему уравнений движения этого объекта (численно или аналитически) с учетом начальных условий (начальных координат и скоростей, т.к. уравнения движения являются ДУ 2-го порядка). В качестве системы уравнений движения целесообразно выбрать канонические уравнения Гамильтона:

$$\begin{cases} \dot{q}_j = \frac{\partial H}{\partial p_j} \\ \dot{p}_j = -\frac{\partial H}{\partial q_j} \end{cases} \quad (4.1)$$

Здесь q_j - обобщенная координата, $p_j = \partial L / \partial \dot{q}_j$ - обобщенный импульс. Функция Гамильтона выражается через функцию Лагранжа исследуемого тела следующим образом:

$$H = \sum_j p_j \dot{q}_j - L(q, \dot{q}, t) = \sum_j \dot{q}_j \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_j} - L(q, \dot{q}, t) \quad (4.2)$$

Задачу о нахождении траектории движение объекта в гравитационном поле Галактики удобно решать в цилиндрической системе координат, начало отсчета которой связано с центром Галактики, ось z направлена в северный полюс Галактики, а координаты R, ϕ отсчитываются в плоскости ее симметрии. В этой системе координат удельная (на единицу массы) функция Лагранжа исследуемого объекта имеет следующий вид:

$$L(R, \phi, z, \dot{R}, \dot{\phi}, \dot{z}, t) = \frac{1}{2} \left(\dot{R}^2 + R^2 \dot{\phi}^2 + \dot{z}^2 \right) - \Phi(R, \phi, z, t) \quad (4.3)$$

В силу аддитивности потенциала $\Phi = \sum \Phi_j = \Phi_{sym} + \Phi_{bar}$, где $\Phi_{sym} = \Phi_{disk} + \Phi_{spher} + \Phi_{halo}$ - аксиально симметричная часть гравитационного потенциала. Она стационарна, поэтому для нее $\Phi_{sym} = \Phi_{sym}(R, z)$. В силу этого, в аксиально симметричном потенциале сохраняются проекция орбитального момента исследуемого объекта на ось симметрии Галактики и его полная механическая энергия. Наличие в Галактике неосесимметричных компонент гравитационного потенциала (в нашем случае Галактического бара) вносит в функцию Лагранжа явную зависимость от угла ϕ и времени. Из-за этого проекция орбитального момента на ось симметрии Галактики и полная механическая энергия перестают сохраняться. Бар может как менять во времени

ориентацию плоскости орбиты исследуемого тела, так и менять его полную механическую энергию (как увеличивать, так и уменьшать последнюю).

Используя упомянутую выше функцию Лагранжа, получаем:

$$p_R = \frac{\partial L}{\partial \dot{R}} = \dot{R}, \quad p_\phi = \frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}} = R^2 \dot{\phi}, \quad p_z = \frac{\partial L}{\partial \dot{z}} = \dot{z}$$

$$H = \frac{1}{2} \left(\dot{R}^2 + R^2 \dot{\phi}^2 + \dot{z}^2 \right) + \Phi(R, \phi, z, t)$$

Тогда система уравнений движения приобретает следующий вид:

$$\begin{cases} \dot{R} = u \\ \dot{u} = \frac{v^2}{R} - \frac{\partial \Phi}{\partial R} \\ \dot{\phi} = \frac{v}{R} \\ \dot{v} = -\frac{vu}{R} - \frac{1}{R} \frac{\partial \Phi}{\partial \phi} \\ \dot{z} = w \\ \dot{w} = -\frac{\partial \Phi}{\partial z} \end{cases} \quad (4.4)$$

Таким образом мы имеем систему из 6-ти ДУ первого порядка для нахождения траектории тела в 6-мерном фазовом пространстве (3 координаты и 3 скорости). Для ее решения нам, очевидно, нужно 6 начальных условий: значения координат и скоростей тела относительно центра Галактики в начальный момент времени.

4.2. Нахождение начальных условий

Для нахождения начальных условий мы будем использовать следующие наблюдательные данные об исследуемом объекте: R_h - гелиоцентрическое расстояние до объекта, (l, b) - координаты в Галактической системе координат, V_r

- лучевая скорость, (PMl, PMb) - собственные движения объекта в Галактической системе координат.

Запишем локальную скорость тела относительно Солнца: $\vec{V}_{loc} = (V_r, V_l, V_b)$, где $V_l = 4.741 \cdot R_h \cdot PMl$, $V_b = 4.741 \cdot R_h \cdot PMb$. Скорость Солнца в Галактоцентрической системе координат: $\vec{V}_0 = (u_0, v_0, w_0)$, где $u_0 = -10$ км/с, $v_0 = 12 + 237$ км/с, $w_0 = 7$ км/с (данные о скорости Солнца полученные по кинематике молодых подсистем Галактики [13] и кинематике звезд в Солнечной окрестности [12] дают очень близкие результаты). Положение Солнца в Галактике: $R_0 = 8.3$ кпс, $z_0 = 0.02$ кпс [11].

Галактоцентрическое расстояние исследуемого объекта:

$$R = \sqrt{R_h^2 \cos^2(b) + R_0^2 - 2R_0 R_h \cos(b) \cos(l)} \quad (4.5)$$

Введем некоторые вспомогательные переменные:

$$\begin{aligned} \cos(\phi) &= \frac{1}{R} (R_0 - R_h \cos(b) \cos(l)) \\ \sin(\phi) &= \frac{1}{R} R_h \cos(b) \sin(l) \end{aligned} \quad (4.6)$$

Нам также потребуются две матрицы перехода для скоростей: $\hat{G}_g$ - матрица перехода из галактоцентрической прямоугольной системы в галактоцентрическую цилиндрическую, $\hat{G}$ - матрица перехода из локальной прямоугольной системы координат в локальную систему (V_r, V_l, V_b) . Они имеют следующий вид:

$$\hat{G}_g = \begin{pmatrix} \cos(\phi) & \sin(\phi) & 0 \\ -\sin(\phi) & \cos(\phi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (4.7)$$

$$\hat{G} = \begin{pmatrix} -\cos(b) \cos(l) & \cos(b) \sin(l) & \sin(b) \\ \sin(l) & \cos(l) & 0 \\ \sin(b) \cos(l) & -\sin(b) \sin(l) & \cos(b) \end{pmatrix} \quad (4.8)$$

Теперь у нас есть все необходимое, чтобы найти начальные координаты и скорости объекта. Галактоцентрическое расстояние уже было нами найдено (см. (4.5)), а ϕ и z определяются следующим образом:

$$\phi = \begin{cases} \arccos(\cos(\phi)), & \sin(\phi) \geq 0 \\ -\arccos(\cos(\phi)), & \sin(\phi) < 0 \end{cases} \quad (4.9)$$

$$z = z_0 + R_h \sin(b) \quad (4.10)$$

Начальные скорости объекта в Галактоцентрической цилиндрической системе координат:

$$\vec{V}_{obj}(t=0) = (u, v, w)|_{t=0} = \hat{G}_g \cdot \hat{G}^T \cdot \vec{V}_{loc} + \hat{G}_g \cdot \vec{V}_0 \quad (4.11)$$

Таким образом, на основе наблюдательных данных об исследуемом объекте можно получить его положение и пространственную скорость в галактоцентрической цилиндрической системе координат, которые можно использовать как начальные условия при решении системы уравнений движения. При этом можно рассчитывать траекторию тела как вперед, так и назад во времени (при расчете назад во времени следует поменять все скорости на противоположные, включая угловую скорость вращения Галактического бара)

4.3. Метод расчета

Для расчета орбит шаровых звездных скоплений в Галактике и их (орбит) дальнейшего анализа было написано несколько программ на языке программирования Python. Система уравнений движения (4.4) с начальными условиями (4.5), (4.9), (4.10) и (4.11) решалась с использованием метода Рунге-Кутты 4-5 порядка с модификацией Дормана-Принса (ДП-РК45) реализованного в пакете `Scipy.integrate`. Вычисления проводились с абсолютной и относительной точностью 10^{-12} . Суть данного метода заключается в том, что на каждом шаге интегрирования вычисляются 7 промежуточных точек и строится неравенство для контроля точности вычислений. Экономия вычислительных ресурсов обеспечивается тем, что в алгоритме реализована оценка погрешности более точного решения 5-го порядка, позволяющая избежать двойного расчета дифференциальных уравнений. Это обеспечивается вычислением разности двух решений 4-го и 5-го порядка. Найденная оценка может использоваться для корректировки величины шага приращения аргумента.

В систему уравнений движения (4.4) входят частные производные от гравитационного потенциала, которые могут быть найдены в аналитическом виде. Как было упомянуто выше, полная модель гравитационного потенциала Галактики содержит как осесимметричную компоненту Φ_{sym} (диск, сфероид и темное гало), так и неосесимметричный потенциал Галактического бара Φ_{bar} . Учитывая аналитические выражения для потенциала диска (3.1), сфероида (3.2) и темного гало (3.3), можно получить, что частные производные от аксиально симметричной части потенциала в галактоцентрической цилиндрической системе координат (R, ϕ, z) имеют следующий вид:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \Phi_{sym}}{\partial R} &= \frac{GM_{disk}R}{\left(R^2 + (a + \sqrt{z^2 + b^2})^2\right)^{3/2}} + \frac{GM_{spher}R}{\sqrt{R^2 + z^2}(\sqrt{R^2 + z^2} + c)^2} + \\
&\quad + \frac{2V_h^2 R}{R^2 + z^2 + d^2} \\
\frac{\partial \Phi_{sym}}{\partial \phi} &= 0 \\
\frac{\partial \Phi_{sym}}{\partial z} &= \frac{zGM_{disk} \left(1 + \frac{a}{\sqrt{z^2 + b^2}}\right)}{\left(R^2 + (a + \sqrt{z^2 + b^2})^2\right)^{3/2}} + \frac{zGM_{spher}}{\sqrt{R^2 + z^2}(\sqrt{R^2 + z^2} + c)^2} + \\
&\quad + \frac{2zV_h^2}{R^2 + z^2 + d^2}
\end{aligned} \tag{4.12}$$

Воспользовавшись аналитическим видом гравитационного потенциала Галактического бара (3.5) и переписав его в Галактоцентрической цилиндрической системе координат, можно получить явные выражения и для его частных производных по цилиндрическим координатам (см. раздел 8). Кроме того, в разделе 8 также приведены необходимые при расчетах выражения для интегральных коэффициентов w_{ij} и вышеупомянутой функции ψ , являющейся решением уравнения (3.7).

Расчет производился в неподвижной Галактоцентрической цилиндрической системе координат, ось z которой направлена на северный полюс Галактики, а угол ϕ отсчитывается от направления на Солнце против часовой стрелки (против направления вращения Галактики). При этом собственная система координат бара вращается с угловой скоростью $\Omega_{bar} = 50$ км/с/кпс $= 0.511$ рад/(10^7 лет) в сторону вращения Галактики. Тогда координата ϕ_{bar} исследуемого объекта в системе координат бара связана с координатой ϕ в неподвижной системе координат следующим образом: $\phi_{bar} = \phi + \phi_0 + \Omega_{bar}t$, где $\phi_0 = 45^\circ$ - угол ориентации бара в настоящий момент времени.

5. Результаты

5.1. Орбиты

Были посчитаны орбиты 115 шаровых звездных скоплений Галактики. Расчеты проводились в двух моделях галактического гравитационного потенциала: одна модель содержала только осесимметричную составляющую (диск, сфероид, гало), а другая помимо этих трех компонент включала также вращающийся Галактический бар. из 115 скоплений 5 оказались улетающими из Галактики, а именно Terzan 3, NGC 5634, Rup 106, Puxis и Pal 2. Это связано, вероятно, с большими ошибками их собственных движений, приведших к тому, что их полная пространственная скорость оказалась больше скорости убегания (все эти скопления расположены на достаточно большом удалении от Солнца, от 20.6 до 38.5 кпс, что и является источником больших ошибок собственных движений). Все вычисления проводились на 2 млрд. лет вперед вперед, кроме скоплений IC 1257, NGC 6101, NGC 6229 и NGC 6715. Эти скопления достаточно далекие и, чтобы они успевали сделать более одного оборота вокруг центра Галактики, их орбиты интегрировались на 5 млрд. лет вперед. Для каждого из 110 оставшихся скоплений был получен файл с результатами интегрирования, содержащий координаты и компоненты пространственной скорости скопления относительно центра Галактики, а также полную механическую энергию и проекцию орбитального момента на оси симметрии Галактики. Полная механическая энергия скоплений вычислялась с учетом нормировки гравитационного потенциала на ноль на расстоянии 300 кпс (условная граница Галактики - ее вириальный радиус). Далее полученные "поточечные" орбиты подвергались статистическому анализу, в ходе которого вычислялись следующие параметры: $(R_{min})_{min}$ - минимальное перицентримальное расстояние, $\langle R_{min} \rangle$ - среднее перицентримальное расстояние, $(R_{max})_{max}$ - максимальное апоцентримальное расстояние, $\langle R_{max} \rangle$ - среднее апоцентримальное расстояние, $(|z|_{max})_{max}$ - наибольшее удаление от плоскости симметрии Галактики за все время, $\langle |z|_{max} \rangle$ - среднее максимальное удаление от плоскости симметрии Галактики, $\langle e \rangle$ - оценка среднего эксцентриситета орбиты скопления, E_{min} , E_{max} , E_{avg} - соответственно минимальная, максимальная и сред-

няя полная механическая энергия на единицу массы скопления, h_{min} , h_{max} , h_{avg} - соответственно минимальная, максимальная и средняя проекция орбитального момента на ось симметрии Галактики на единицу массы скопления (для расчетов в модели без бара приводятся E - полная механическая энергия и h - проекция орбитального момента на ось симметрии Галактики, так как эти величины являются интегралами движения в рамках данной модели, и их максимальные, минимальные и средние значения совпадают с точностью до погрешностей численной схемы). Результаты этого анализа представлены в Таблицах 4 и 5 для моделей с баром и без бара соответственно (см. раздел 8). Все расстояния приведены в кпс, энергии в $(100 \text{ км/с})^2$, угловые моменты в $100 \text{ кпс} \cdot \text{км/с}$. Полные версии Таблиц 4 и 5 доступны в электронном виде по адресу

www.sai.msu.ru/groups/cluster/cl/orbits_gcl/

Результаты этой работы приняты к публикации в журнал *Astrophysical Bulletin* (arXiv:1804.07086v2).

Также для подвыборки из 110 шаровых скоплений с посчитанными орбитами были построены зависимости $h_{avg} - [Fe/H]$ для расчетов в модели с баром (Рис. 6) и $h - [Fe/H]$ в модели без бара (Рис. 7).

На рисунках 6 и 7 хорошо видны две группы шаровых скоплений: одни имеют большую дисперсию угловых моментов и низкую металличность (скопления гало Галактики), другие намного меньшую дисперсию угловых моментов и большую металличность (скопления толстого диска). Условной границей между этими группами скоплений служит значение металличности $[Fe/H] \approx -1$. При этом из 110 скоплений 77 имеют металличность $[Fe/H] \leq -1$ и 33 $[Fe/H] > -1$.

Таблица 1. Параметры подсистем скоплений толстого диска и гало

Подсистема	Модель	$\langle h \rangle$	$\epsilon(\langle h \rangle)$	σ_h
100 кпс $\cdot$ км/с				
Толстый диск	Без бара	-4.86	0.91	5.21
Толстый диск	С баром	-1.40	0.80	4.61
Гало	Без бара	-2.22	1.37	12.02
Гало	С баром	-1.06	1.36	11.96

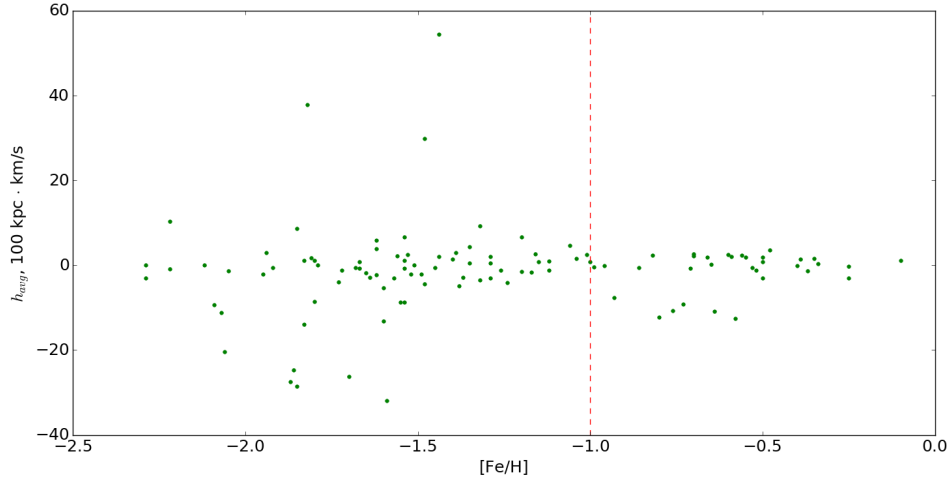


Рис. 6. Зависимость $h_{avg} - [Fe/H]$ для орбит скоплений в модели с баром. Красная пунктирная линия - условная границы по металличности между подсистемами ШЗС толстого диска и ШЗС гало.

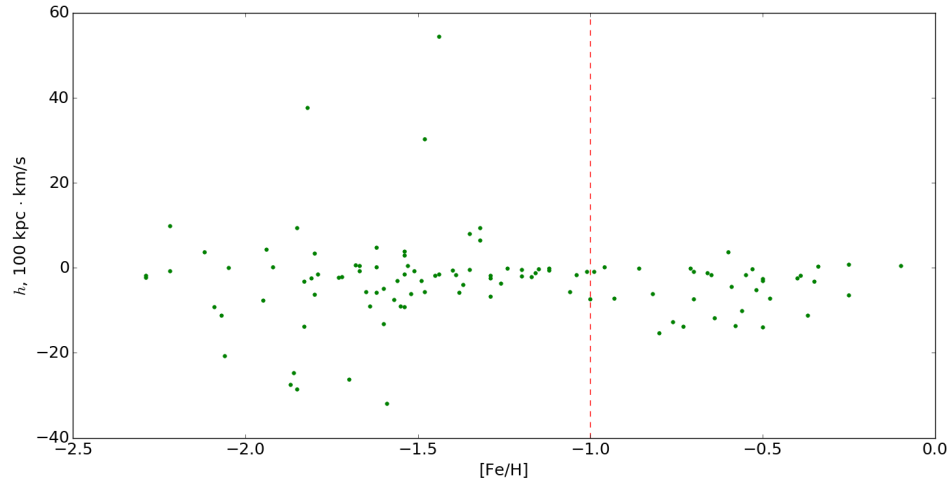


Рис. 7. Зависимость $h - [Fe/H]$ для орбит скоплений в модели без бара. Красная пунктирная линия - условная границы по металличности между подсистемами ШЗС толстого диска и ШЗС гало.

В Таблице 1 представлены средние значения проекций орбитальных моментов в каждой из выделенных групп скоплений, их ошибки, а также дисперсии проекций орбитальных моментов.

5.2. Сравнение собственных движений с результатами команды GAIA, Южной программы по определению собственных движений (SPMP), Харченко и др.

На рисунках 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16 и 17 представлены корреляции между компонентами наших абсолютных средних собственных движений шаровых скоплений по прямому восхождению и склонению, собственными движениями шаровых скоплений, определенными командой GAIA и др. для 75 ШЗС нашей Галактики в работе [28], собственными движениями ШЗС полученными в рамках Южной программы по определению собственных движений (Southern Proper Motion Program, SPMP) и собственными движениями ШЗС, определенными Харченко и др. Видно, что имеется хорошая корреляция между нашими собственными движениями, собственными движениями GAIA и SPMP. При этом результаты исследования Харченко и др. плохо согласуются как с нашими данными, так и с данными, полученными командой GAIA и др. В Таблице 2 приведены результаты анализа разностей компонент собственных движений из различных источников. $\langle \Delta PM \rangle$ - среднее значение разности собственных движений (из значений по осям ординат вычитались значения по осям абсцисс), $\epsilon(\langle \Delta PM \rangle)$ - ошибки среднего, $\sigma(\Delta PM)$ - дисперсия разности.

5.3. Сравнение полученных орбитальных параметров с результатами расчетов команды GAIA

В работе [28] помимо собственных движений 75 шаровых звездных скоплений нашей Галактики были вычислены орбиты этих скоплений в трех моделях гравитационного потенциала и найдены усредненные параметры этих орбит (средние апо- и перигалиейские расстояния, эксцентриситеты и т.д.). Используемые в этой работе модели гравитационного потенциала Галактики

Таблица 2. Статистика разностей компонент собственных движений из различных источников

Источники	Компонента PM	$\langle \Delta PM \rangle$	$\epsilon(\langle \Delta PM \rangle)$	
			мсек дуги в год	
GAIA-Our	RA	0.179	0.122	1.024
GAIA-Our	DEC	0.036	0.207	1.746
SPMP-Our	RA	0.664	0.211	1.582
SPMP-Our	DEC	0.678	0.337	2.524
Kharchenko-Our	RA	0.245	0.398	3.859
Kharchenko-Our	DEC	-0.028	0.358	3.467
GAIA-SPMP	RA	-0.511	0.174	1.215
GAIA-SPMP	DEC	-0.298	0.273	1.912
GAIA-Kharchenko	RA	-0.216	0.443	3.623
GAIA-Kharchenko	DEC	0.005	0.413	3.378

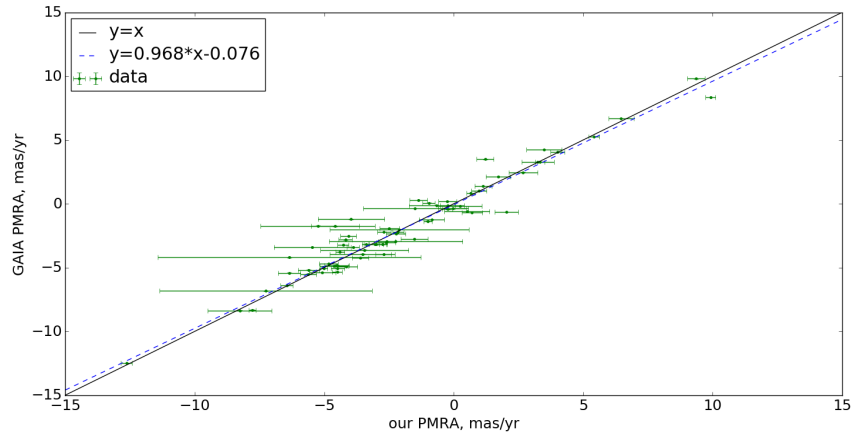


Рис. 8. Корреляция между нашими собственными движениями по прямому восхождению (ось абсцисс) и собственными движениями, определенными командой GAIA на основе данных GAIA DR2 (ось ординат). Черная прямая - диагональ $y = x$, синяя пунктирная линия - результат линейной регрессии.

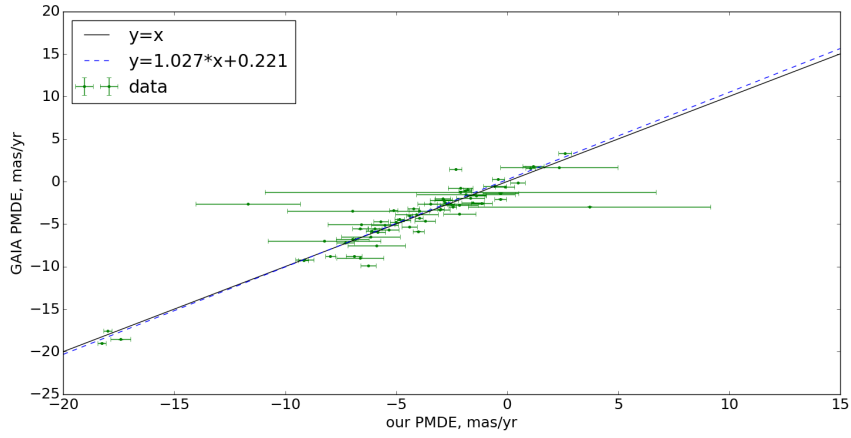


Рис. 9. Корреляция между нашими собственными движениями по склонению (ось абсцисс) и собственными движениями, определенными командой GAIA на основе данных GAIA DR2 (ось ординат). Черная прямая - диагональ $y = x$, синяя пунктирная линия - результат линейной регрессии.

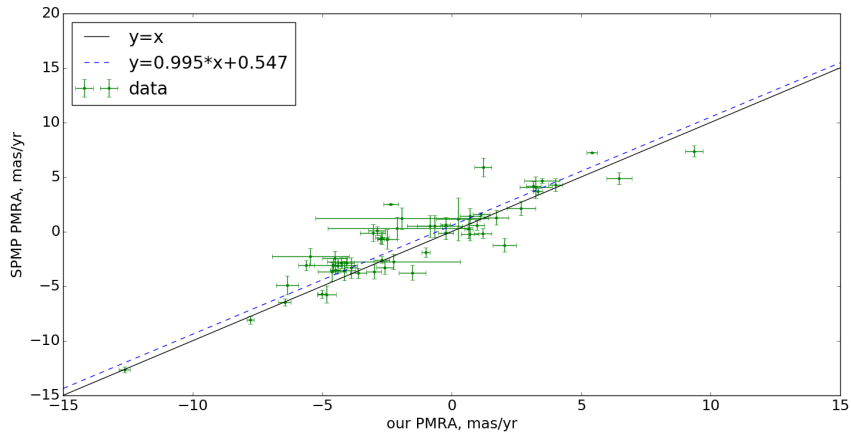


Рис. 10. Корреляция между нашими собственными движениями по прямому восхождению (ось абсцисс) и собственными движениями SPMP (ось ординат). Черная прямая - диагональ $y = x$, синяя пунктирная линия - результат линейной регрессии.

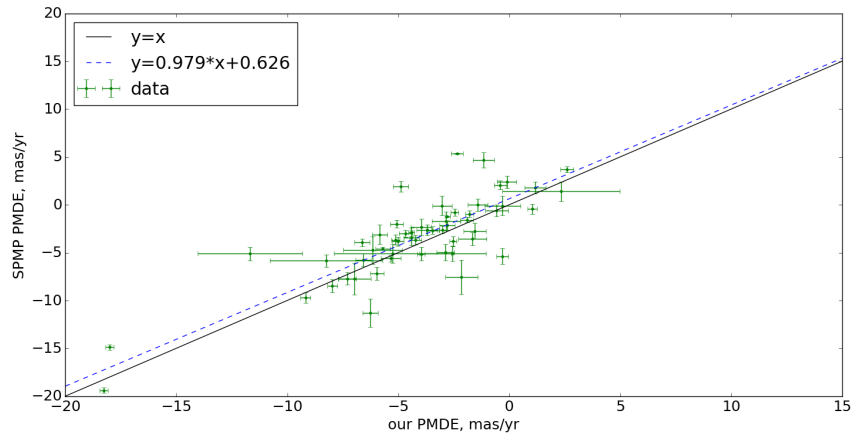


Рис. 11. Корреляция между нашими собственными движениями по склонению (ось абсцисс) и собственными движениями SPMP (ось ординат). Черная прямая - диагональ $y = x$, синяя пунктирная линия - результат линейной регрессии.

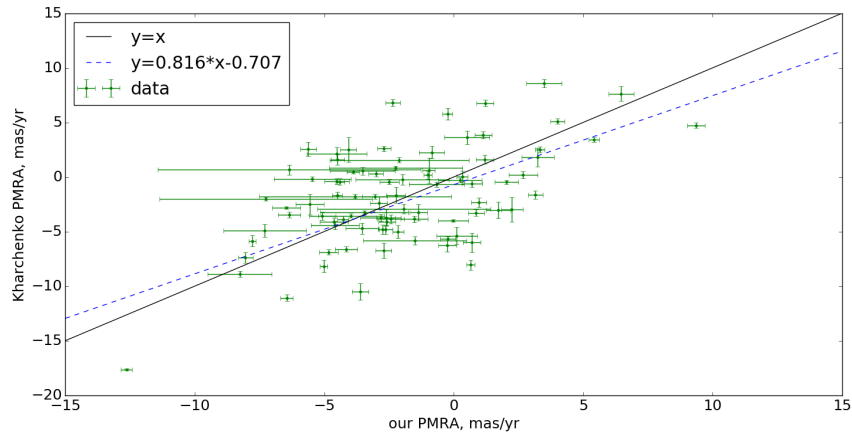


Рис. 12. Корреляция между нашими собственными движениями по прямому восхождению (ось абсцисс) и собственными движениями Харченко и др. (ось ординат). Черная прямая - диагональ $y = x$, синяя пунктирная линия - результат линейной регрессии.

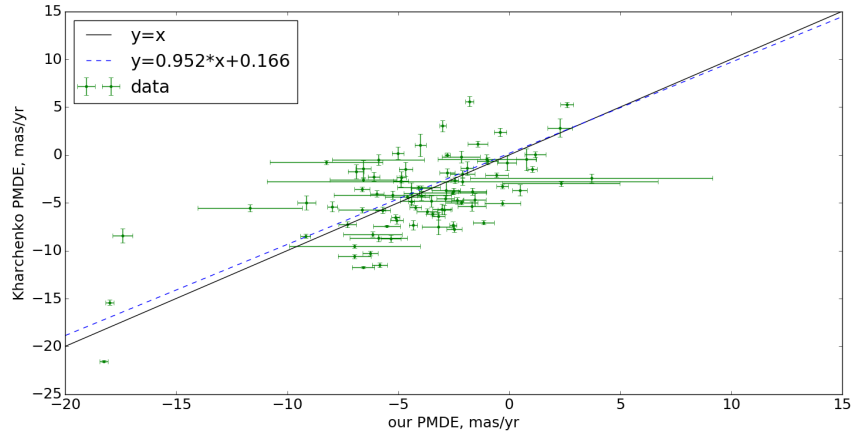


Рис. 13. Корреляция между нашими собственными движениями по склонению (ось абсцисс) и собственными движениями Харченко и др. (ось ординат). Черная прямая - диагональ $y = x$, синяя пунктирная линия - результат линейной регрессии.

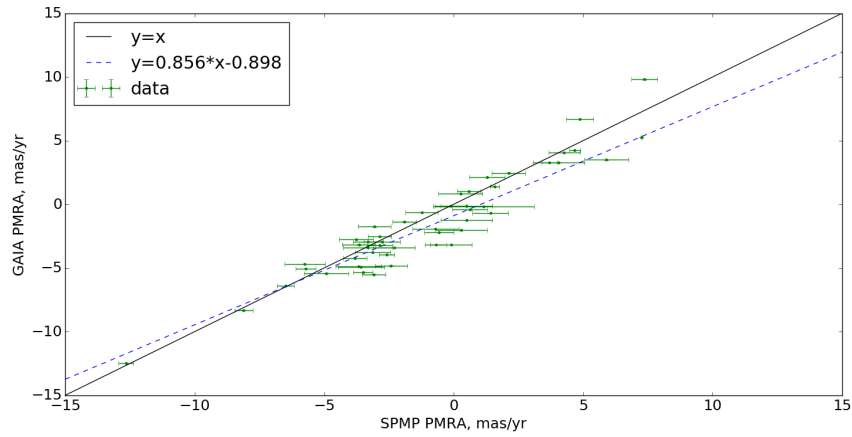


Рис. 14. Корреляция между собственными движениями SPMP по прямому восхождению (ось абсцисс) и собственными движениями, определенными командой GAIA на основе данных GAIA DR2 (ось ординат). Черная прямая - диагональ $y = x$, синяя пунктирная линия - результат линейной регрессии.

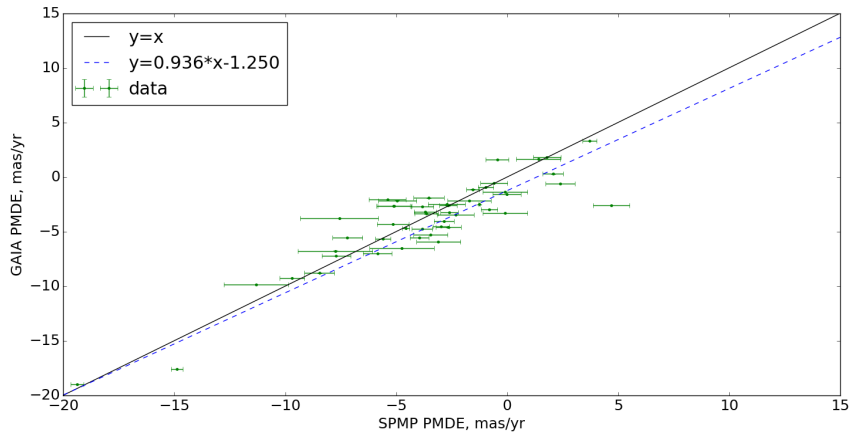


Рис. 15. Корреляция между собственными движениями SPMP по склонению (ось абсцисс) и собственными движениями, определенными командой GAIA на основе данных GAIA DR2 (ось ординат). Черная прямая - диагональ $y = x$, синяя пунктирная линия - результат линейной регрессии.

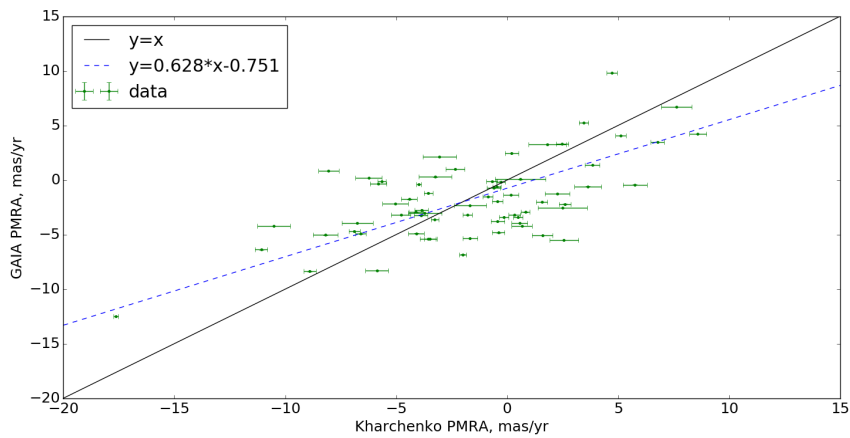


Рис. 16. Корреляция между собственными движениями Харченко и др. по прямому восхождению (ось абсцисс) и собственными движениями, определенными командой GAIA на основе данных GAIA DR2 (ось ординат). Черная прямая - диагональ $y = x$, синяя пунктирная линия - результат линейной регрессии.

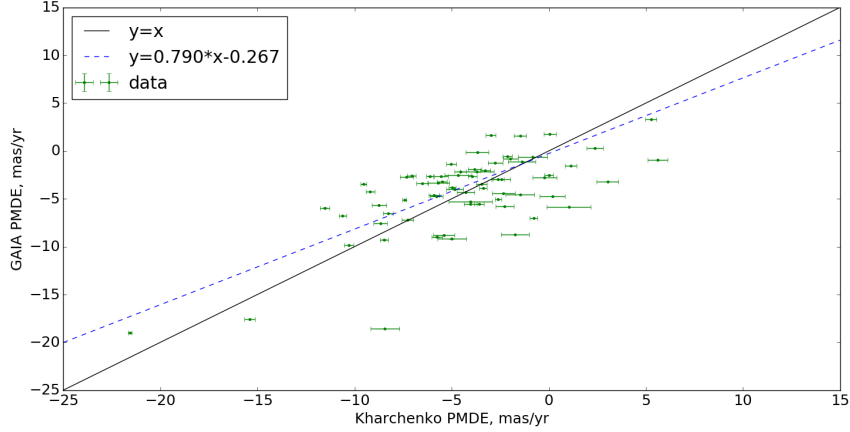


Рис. 17. Корреляция между собственными движениями Харченко и др. по склонению (ось абсцисс) и собственными движениями, определенными командой GAIA на основе данных GAIA DR2 (ось ординат). Черная прямая - диагональ $y = x$, синяя пунктирная линия - результат линейной регрессии.

имели следующий вид:

- **Модель 1:** осесимметричный потенциал. Включает в себя балдж, тонкий и толстый диски с суммарной массой $5.4 \times 10^{10} M_{sun}$, два газовых диска суммарной массой $1.2 \times 10^{10} M_{sun}$ и темное гало с профилем NFW (вириальная масса гало $1.37 \times 10^{12} M_{sun}$)
- **Модель 2:** осесимметричный потенциал. Включает в себя балдж, диск Миямото-Нагаи с полной звездной массой $7.55 \times 10^{10} M_{sun}$ и сферическое гало темной материи с массой $1.9 \times 10^{12} M_{sun}$ в пределах 200 кпс от центра.
- **Модель 3:** неосесимметричный потенциал. Осесимметричная составляющая включает в себя тонкий и толстый диск, звездное гало, диск межзвездного вещества и гало темной материи (модель описана в работе Robin et al. (2003)). Неосесимметричный компонент - Галактический бар с полной массой $6.7 \times 10^9 M_{sun}$, описанный в работе Robin et al. (2012). Полная масса Галактики в пределах 200 кпс примерно $1.2 \times 10^{12} M_{sun}$.

Было произведено сравнение средних периферических и апоцентрических расстояний, средних эксцентриситетов, а также z-проекций орбиталь-

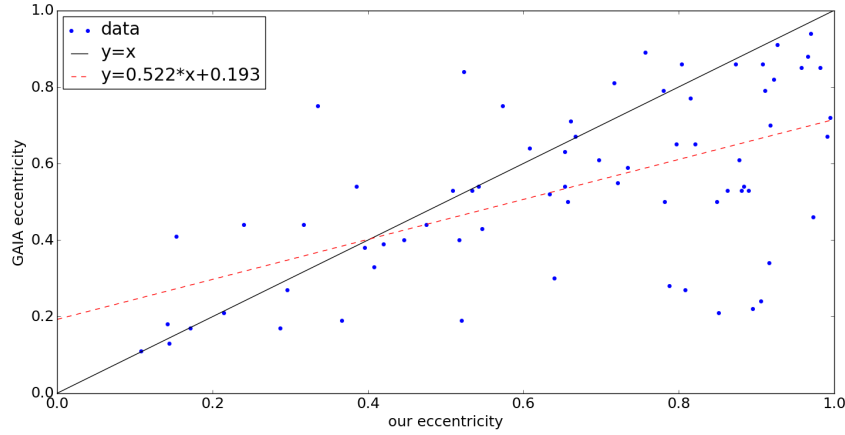


Рис. 18. Корреляция между средними эксцентриситетами (модель без бара). Черная прямая - диагональ $y = x$, красная пунктирная линия - результат линейной регрессии.

ных моментов шаровых скоплений, определенных в рамках нашей работы с аналогичными величинами, определенными командой GAIA и др. Пересечение выборок ШЗС включает в себя 70 скоплений. Наши данные, полученные в рамках моделей без бара и с баром сравнивались с результатами, полученными с использованием моделей 1 и 3 соответственно. Результаты сравнения представлены на Рис. 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25. В подавляющем большинстве случаев соответствие достаточно плохое, что еще раз подчеркивает проблематику поставленной задачи. Проблемы связаны в первую очередь с отсутствием однозначных оценок масс различных подсистем галактики и их пространственных масштабов из-за некорректности (по Адамару) задачи декомпозиции кривой вращения Галактики (решение не единственно).

6. Выводы

В рамках данной работы были написаны программы на языке Python, осуществляющие расчет траектории тела в двух моделях гравитационного потенциала Галактики: с баром и без бара. Используя эти программы совместно с точными данными об абсолютных средних собственных движениях,

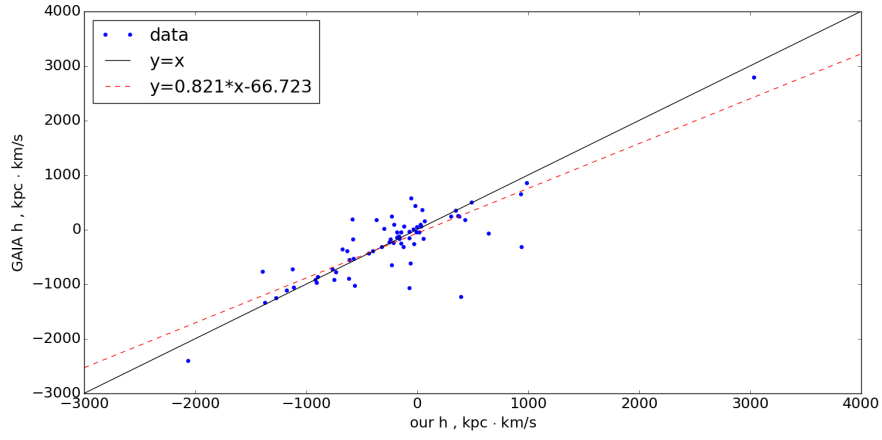


Рис. 19. Корреляция между проекциями орбитального момента на ось симметрии Галактики (модель без бара). Черная прямая - диагональ $y = x$, красная пунктирная линия - результат линейной регрессии.

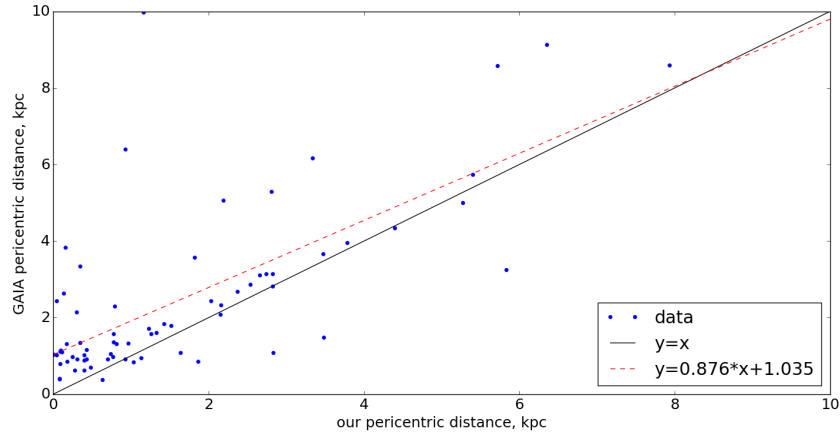


Рис. 20. Корреляция между средними перицентрическими расстояниями (модель без бара). Черная прямая - диагональ $y = x$, красная пунктирная линия - результат линейной регрессии.

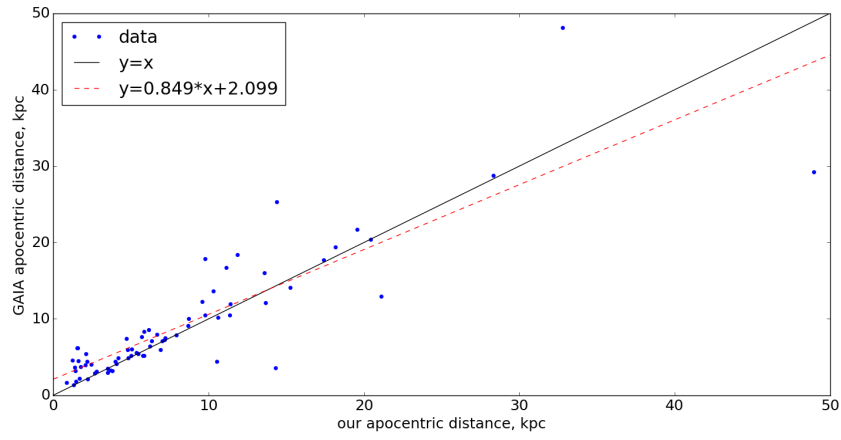


Рис. 21. Корреляция между средними апоцентрическими расстояниями (модель без бара). Черная прямая - диагональ $y = x$, красная пунктирная линия - результат линейной регрессии.

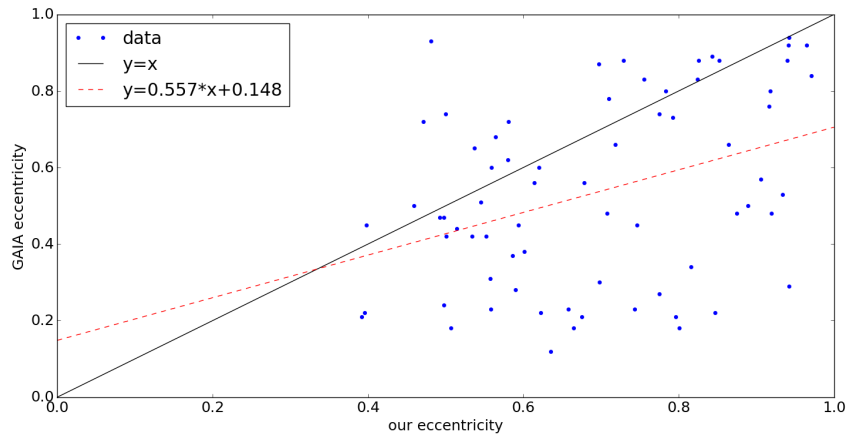


Рис. 22. Корреляция между средними эксцентриситетами (модель с баром). Черная прямая - диагональ $y = x$, красная пунктирная линия - результат линейной регрессии.

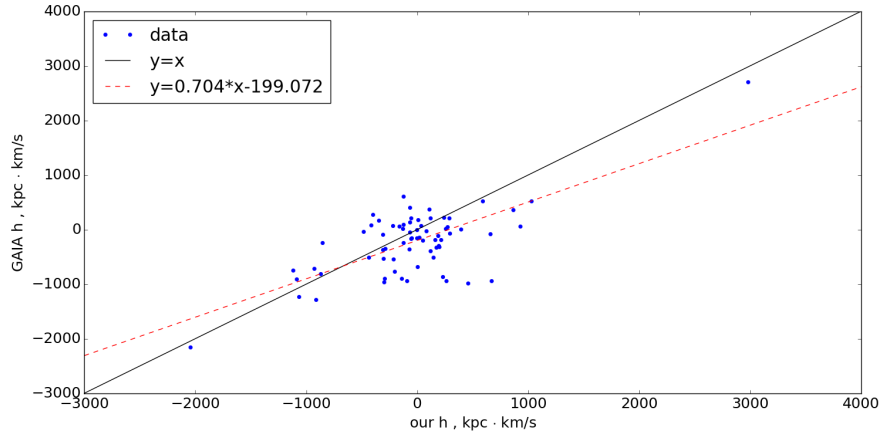


Рис. 23. Корреляция между проекциями среднего орбитального момента на ось симметрии Галактики (модель с баром). Черная прямая - диагональ $y = x$, красная пунктирная линия - результат линейной регрессии.

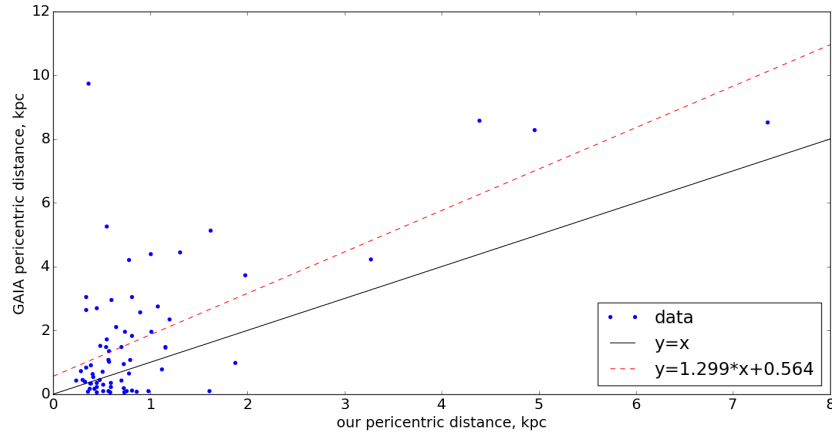


Рис. 24. Корреляция между средними перицентрическими расстояниями (модель с баром). Черная прямая - диагональ $y = x$, красная пунктирная линия - результат линейной регрессии.

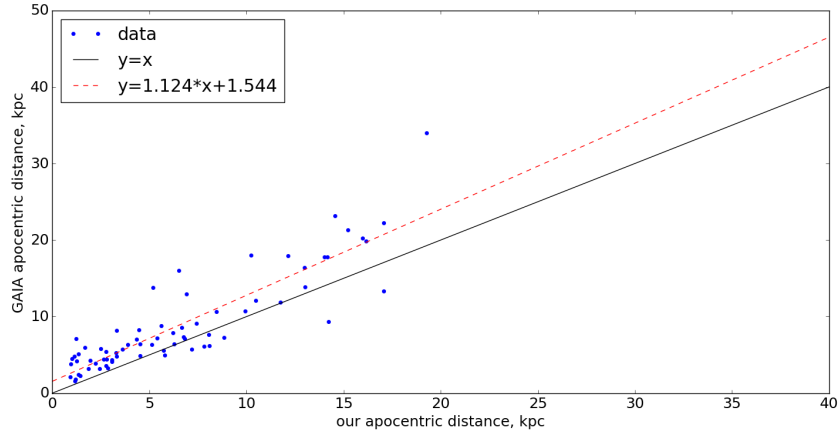


Рис. 25. Корреляция между средними апоцентрическими расстояниями (модель с баром). Черная прямая - диагональ $y = x$, красная пунктирная линия - результат линейной регрессии.

положениях, гелиоцентрических расстояниях и лучевых скоростях 115 шаровых звездных скоплений Галактики, были рассчитаны орбиты 110 из них (5 скоплений оказались улетающими из Галактики из-за ошибок тангенциальной компоненты пространственной скорости). Полученные орбиты были статистически проанализированы. Результатом этого анализа стал каталог параметров орбит указанных скоплений. Был проведен анализ зависимости орбитальный момент-металличность, который показал разделение исследованных ШЗС на две подсистемы: 77 скоплений имеют высокую дисперсию орбитальных моментов и низкую металличность и являются, вероятнее всего, представителями гало Галактики, 33 скопления, наоборот, имеют низкую дисперсию орбитальных моментов и высокую (относительно) металличность и вероятно принадлежат толстому диску. Также полученные и использованные нами для определения начальных условий для интегрирования орбит собственные движения сравнивались с собственными движениями ШЗС, полученными командой GAIA и др., Харченко и др., а также в рамках Южной программы по определению собственных движений (SPMP). Сравнение показало хорошее согласие наших данных, данных GAIA и SPMP. Данные же Харченко и др. плохо коррелируют как с нашими данными, так и с собственными движениями определенными

командой GAIA и др. Наконец, было проведено сравнение параметров орбит 70 ШЗС Галактики посчитанных командой GAIA и др. с аналогичными параметрами этих скоплений, определенных в ходе дипломной работы. Не слишком хорошее соответствие этих параметров показывает сильную зависимость результатов от используемой модели гравитационного потенциала Галактики и значениях входящих в нее параметров.

7. Заключение

Моделирование гравитационного потенциала Галактики, уточнение моделей и использование их для расчетов динамической эволюции различных Галактических подсистем является важной задачей, решение которой может пролить свет как на историю формирования Галактики, так и на ее будущее. Естественным развитием данной дипломной работы является совершенствование модели Гравитационного потенциала и добавление в нее как дополнительных компонентов (например, спирального узора), так и не учитывавшихся ранее эффектов (например, запаздывание гравитационного потенциала), а также расширение выборки шаровых скоплений совместно с использованием наиболее точных данных о пространственных скоростях этих объектов.

8. Приложение

8.1. Основные формулы для потенциала Галактического бара

Аналитические выражения для частных производных гравитационного потенциала Галактического бара по координатам Галактоцентрической цилиндрической системы:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \Phi_{bar}}{\partial R} = & -\frac{105GM_{bar}}{32\varepsilon} \left[\frac{1}{3} \frac{\partial w_{10}}{\partial R} - \left(\left[R^2 \sin^2(\phi) + z^2 \right] \frac{\partial w_{20}}{\partial R} + \right. \right. \\
& + 2R \sin^2(\phi) w_{20} + R^2 \cos^2(\phi) \frac{\partial w_{11}}{\partial R} + 2R \cos^2(\phi) w_{11} \Big) + \\
& + \left(\left[R^2 \sin^2(\phi) + z^2 \right]^2 \frac{\partial w_{30}}{\partial R} + 4 \left[R^2 \sin^2(\phi) + z^2 \right] R \sin^2(\phi) w_{30} + \right. \\
& + 2 \left[R^4 \sin^2(\phi) \cos^2(\phi) + z^2 R^2 \cos^2(\phi) \right] \frac{\partial w_{21}}{\partial R} + \\
& + 4 \left[2R^3 \sin^2(\phi) \cos^2(\phi) + z^2 R \cos^2(\phi) \right] w_{21} + R^4 \cos^4(\phi) \frac{\partial w_{12}}{\partial R} + \\
& + 4R^3 \cos^4(\phi) w_{12} \Big) - \frac{1}{3} \left(\left[R^2 \sin^2(\phi) + z^2 \right]^3 \frac{\partial w_{40}}{\partial R} + \right. \\
& + 6 \left[R^2 \sin^2(\phi) + z^2 \right]^2 R \sin^2(\phi) w_{40} + 3 \left[R^2 \sin^2(\phi) + \right. \\
& + \left. z^2 \right]^2 R^2 \cos^2(\phi) \frac{\partial w_{31}}{\partial R} + 12 \left[R^2 \sin^2(\phi) + z^2 \right] R^3 \sin^2(\phi) \cos^2(\phi) w_{31} + \\
& + 6 \left[R^2 \sin^2(\phi) + z^2 \right]^2 R \cos^2(\phi) w_{31} + 3 \left[R^6 \sin^2(\phi) \cos^4(\phi) + \right. \\
& + \left. z^2 R^4 \cos^4(\phi) \right] \frac{\partial w_{22}}{\partial R} + 6 \left[3R^5 \sin^2(\phi) \cos^4(\phi) + \right. \\
& + \left. 2z^2 R^3 \cos^4(\phi) \right] w_{22} + R^6 \cos^6(\phi) \frac{\partial w_{13}}{\partial R} + 6R^5 \cos^6(\phi) w_{13} \Big) \Big]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \Phi_{bar}}{\partial \phi} = & -\frac{105GM_{bar}}{32\varepsilon} \left[\frac{1}{3} \frac{\partial w_{10}}{\partial \phi} - \left(\left[R^2 \sin^2(\phi) + z^2 \right] \frac{\partial w_{20}}{\partial \phi} + \right. \right. \\
& + 2R^2 \sin(\phi) \cos(\phi) w_{20} + R^2 \cos^2(\phi) \frac{\partial w_{11}}{\partial \phi} - 2R^2 \sin(\phi) \cos(\phi) w_{11} \Big) + \\
& + \left(\left[R^2 \sin^2(\phi) + z^2 \right]^2 \frac{\partial w_{30}}{\partial \phi} + 4 \left[R^2 \sin^2(\phi) + z^2 \right] R^2 \sin(\phi) \cos(\phi) w_{30} + \right. \\
& + 2 \left[R^4 \sin^2(\phi) \cos^2(\phi) + z^2 R^2 \cos^2(\phi) \right] \frac{\partial w_{21}}{\partial \phi} + \\
& + 4 \left[R^4 \sin(\phi) \cos^3(\phi) - R^4 \sin^3(\phi) \cos(\phi) - z^2 R^2 \sin(\phi) \cos(\phi) \right] w_{21} + \\
& + R^4 \cos^4(\phi) \frac{\partial w_{12}}{\partial \phi} - 4R^4 \cos^3(\phi) \sin(\phi) w_{12} \Big) - \frac{1}{3} \left(\left[R^2 \sin^2(\phi) + z^2 \right]^3 \frac{\partial w_{40}}{\partial \phi} + \right. \\
& + 6 \left[R^2 \sin^2(\phi) + z^2 \right]^2 R^2 \sin(\phi) \cos(\phi) w_{40} + 3 \left[R^2 \sin^2(\phi) + \right. \\
& + \left. z^2 \right]^2 R^2 \cos^2(\phi) \frac{\partial w_{31}}{\partial \phi} + 12 \left[R^2 \sin^2(\phi) + z^2 \right] R^4 \sin(\phi) \cos^3(\phi) w_{31} - \\
& - 6 \left[R^2 \sin^2(\phi) + z^2 \right]^2 R^2 \sin(\phi) \cos(\phi) w_{31} + 3 \left[R^6 \sin^2(\phi) \cos^4(\phi) + \right. \\
& + \left. z^2 R^4 \cos^4(\phi) \right] \frac{\partial w_{22}}{\partial \phi} + 6 \left[R^6 \sin(\phi) \cos^5(\phi) - 2R^6 \sin^3(\phi) \cos^3(\phi) - \right. \\
& - \left. 2z^2 R^4 \cos^3(\phi) \sin(\phi) \right] w_{22} + R^6 \cos^6(\phi) \frac{\partial w_{13}}{\partial \phi} - \\
& \left. - 6R^6 \cos^5(\phi) \sin(\phi) w_{13} \right) \Big]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \Phi_{bar}}{\partial z} = & -\frac{105GM_{bar}}{32\varepsilon} \left[\frac{1}{3} \frac{\partial w_{10}}{\partial z} - \left(\left[R^2 \sin^2(\phi) + z^2 \right] \frac{\partial w_{20}}{\partial z} + 2zw_{20} + \right. \right. \\
& + R^2 \cos^2(\phi) \frac{\partial w_{11}}{\partial z} \Big) + \left(\left[R^2 \sin^2(\phi) + z^2 \right]^2 \frac{\partial w_{30}}{\partial z} + 4 \left[R^2 \sin^2(\phi) + \right. \right. \\
& + z^2 \Big] zw_{30} + 2 \left[R^4 \sin^2(\phi) \cos^2(\phi) + z^2 R^2 \cos^2(\phi) \right] \frac{\partial w_{21}}{\partial z} + \\
& + R^4 \cos^4(\phi) \frac{\partial w_{12}}{\partial z} + 4zR^2 \cos^4(\phi) w_{12} \Big) - \frac{1}{3} \left(\left[R^2 \sin^2(\phi) + \right. \right. \\
& + z^2 \Big]^3 \frac{\partial w_{40}}{\partial z} + 6 \left[R^2 \sin^2(\phi) + z^2 \right]^2 zw_{40} + 3 \left[R^2 \sin^2(\phi) + \right. \\
& + z^2 \Big]^2 R^2 \cos^2(\phi) \frac{\partial w_{31}}{\partial z} + 12 \left[R^2 \sin^2(\phi) + z^2 \right] z R^2 \cos^2(\phi) w_{31} + \\
& + 3 \left[R^6 \sin^2(\phi) \cos^4(\phi) + z^2 R^4 \cos^4(\phi) \right] \frac{\partial w_{22}}{\partial z} + \\
& \left. \left. + 6zR^4 \cos^4(\phi) w_{22} + R^6 \cos^6(\phi) \frac{\partial w_{13}}{\partial z} \right) \right]
\end{aligned}$$

Явный вид функции ψ в цилиндрических координатах (R, ϕ, z) как решение уравнения (3.7):

Внутри бара ($m \leq 1$):

$$\psi(R, \phi, z) = \arccos \left(\frac{c_{bar}}{a_{bar}} \right) = const$$

Вне бара ($m > 1$):

$$\psi(R, \phi, z) = \arcsin \left(\sqrt{\frac{R^2 + z^2 + \varepsilon^2 - \sqrt{(R^2 + z^2 + \varepsilon^2)^2 - 4R^2 \varepsilon^2 \cos^2(\phi)}}{2R^2 \cos^2(\phi)}} \right)$$

$$\text{Здесь } m = \sqrt{R^2 \cos^2(\phi) / a_{bar}^2 + (R^2 \sin^2(\phi) + z^2) / c_{bar}^2}$$

Явный вид интегральных коэффициентов w_{ij} как функций от ψ :

$$\begin{aligned}
w_{10} &= 2\text{arth}(\sin(\psi)) \\
w_{20} &= \frac{\sin(\psi)}{\cos^2(\psi)} - \frac{w_{10}}{2} \\
w_{11} &= w_{10} - 2\sin(\psi) \\
w_{30} &= \frac{\sin(\psi)}{2\cos^4(\psi)} - \frac{5\sin(\psi)}{4\cos^2(\psi)} + \frac{3w_{10}}{8} \\
w_{21} &= 2\sin(\psi) + \frac{\sin(\psi)}{\cos^2(\psi)} - \frac{3w_{10}}{2} \\
w_{12} &= w_{10} + \frac{\sin(3\psi)}{6} - \frac{5\sin(\psi)}{2} \\
w_{40} &= \frac{2\sin(\psi)}{6\cos^6(\psi)} - \frac{13\sin(\psi)}{24\cos^4(\psi)} + \frac{11\sin(\psi)}{16\cos^2(\psi)} - \frac{5w_{10}}{16} \\
w_{31} &= \frac{\sin(\psi)}{2\cos^4(\psi)} - \frac{9\sin(\psi)}{4\cos^2(\psi)} - 2\sin(\psi) + \frac{15w_{10}}{8} \\
w_{22} &= \frac{\sin(\psi)}{\cos^2(\psi)} + \frac{9\sin(\psi)}{2} - \frac{\sin(3\psi)}{6} - \frac{5w_{10}}{2} \\
w_{13} &= w_{10} - \frac{11\sin(\psi)}{4} + \frac{7\sin(3\psi)}{24} - \frac{\sin(5\psi)}{40}
\end{aligned}$$

8.2. Таблица 3

Таблица с исходными данными, описанными в разделе 2. В таблице представлены: положения центров скоплений (RA2000, DEC2000, l, b), абсолютные средние собственные движения (pmra, pmde) и их ошибки (e_{pmra} , e_{pmde}), гелиоцентрические расстояний (R_h), лучевые скорости (V_r), приливные радиусы (R_{tidal}), видимые звездные величины горизонтальной ветви в полосе V (V(HB)), видимые модули расстояния в полосе V (DM), избытки цвета (E_{B-V}) и металличности ($[\text{Fe}/\text{H}]$).

RA2000	DEC2000	Название	Альтернативное название	R_{tidal} угл. мин.	V(HB)	DM	pmra	e_{pmra} мсек дуги в год	pmde	e_{pmde}	l	b	V_r км/с	R_h кпс	E_B-V	[Fe/H]
265.1721	-53.6736	NGC6397		15.811	12.87	12.31	3.34	0.18	-18.00	0.19	338.17	-11.96	18.9	2.2	0.18	-1.95
245.8979	-26.5253	NGC6121	M 4	32.291	13.45	12.78	-12.64	0.21	-18.26	0.19	350.97	15.97	70.2	2.2	0.36	-1.20
287.7158	-59.9819	NGC6752		53.759	13.70	13.08	-2.74	0.13	-4.40	0.13	336.50	-25.63	-24.5	3.9	0.04	-1.55
006.0217	-72.0808	NGC0104	47 Tuc	40.570	14.06	13.32	5.41	0.20	-2.79	0.12	305.90	-44.89	-18.7	4.3	0.05	-0.76
279.1008	-23.9033	NGC6656	M 22	28.993	14.15	13.55	9.36	0.35	-6.62	0.34	9.89	-7.55	-148.9	3.2	0.34	-1.64
294.9975	-30.9622	NGC6809	M 55	16.285	14.40	13.82	-3.89	0.23	-9.18	0.22	8.80	-23.27	174.8	5.3	0.07	-1.81
298.4421	+18.7783	NGC6838	M 71	8.899	14.44	13.70	-5.46	1.48	-2.55	1.49	56.74	-4.56	-22.9	3.8	0.25	-0.73
201.6912	-47.4769	NGC5139	omega Cen	44.835	14.53	13.92	-3.37	0.10	-6.84	0.10	309.10	14.97	232.3	5.1	0.12	-1.62
251.8104	-1.9478	NGC6218	M 12	15.832	14.60	13.97	0.24	0.84	-6.98	0.74	15.72	26.31	-42.1	4.7	0.19	-1.48
254.2871	-4.0994	NGC6254	M 10	21.602	14.65	14.03	-4.83	0.37	-6.15	1.33	15.14	23.08	75.8	4.3	0.28	-1.52
154.4033	-46.4111	NGC3201		29.605	14.80	14.17	9.92	0.19	-2.90	0.35	277.23	8.64	494.0	5.1	0.21	-1.48
140.2471	-77.2825	E 3		10.516	14.80	14.07	-5.56	0.55	2.28	0.55	292.27	-19.02	45.0	4.2	0.30	-0.80
271.8358	-24.9975	NGC6544		2.133	14.90	14.28	-2.23	0.37	-17.43	0.45	5.84	-2.20	-27.3	2.5	0.74	-1.56
250.4229	+36.4603	NGC6205	M 13	27.195	14.90	14.28	-3.05	0.48	-1.15	0.48	59.01	40.91	-246.6	7.0	0.02	-1.54
229.6408	+2.0828	NGC5904	M 5	29.652	15.07	14.41	4.01	0.28	-6.25	0.34	3.86	46.80	52.1	7.3	0.03	-1.29
259.2804	+43.1364	NGC6341	M 92	14.850	15.10	14.59	-4.16	0.43	-0.56	0.51	68.34	34.86	-121.6	8.1	0.02	-2.29
325.0917	-23.1792	NGC7099	M 30	18.974	15.10	14.57	0.71	0.40	-7.28	0.40	27.18	-46.83	-184.2	7.9	0.03	-2.12
261.3717	-48.4228	NGC6352		10.449	15.13	14.39	-2.15	0.21	-4.85	0.21	341.42	-7.17	-120.9	5.6	0.21	-0.70
272.0092	-43.7056	NGC6541		30.000	15.30	14.72	-1.36	0.34	-6.90	0.36	349.29	-11.18	-156.2	7.4	0.12	-1.83
271.5358	-27.7653	NGC6540	Djorg 3	9.487	15.30	14.60	-2.89	0.33	-4.88	0.34	3.29	-3.31	-17.7	3.5	0.60	-1.00
186.4392	-72.6592	NGC4372		34.917	15.30	14.76	-6.45	0.23	2.60	0.30	300.99	-9.88	72.3	4.9	0.42	-2.09
013.1979	-26.5900	NGC0288		12.951	15.30	14.64	3.49	0.69	-5.33	0.44	152.28	-89.38	-46.6	8.1	0.03	-1.24
262.9783	-67.0481	NGC6362		16.618	15.34	14.65	-5.62	0.31	-5.02	0.26	325.55	-17.57	-13.1	7.5	0.09	-1.06
015.8096	-70.8483	NGC0362		14.806	15.43	14.75	6.47	0.48	-1.55	0.49	301.53	-46.25	223.5	8.3	0.05	-1.16
194.8958	-70.8747	NGC4833		17.783	15.45	14.87	-7.78	0.14	-1.79	0.18	303.61	-8.01	200.2	5.9	0.33	-1.79
284.8883	-36.6317	NGC6723		10.547	15.50	14.82	1.20	0.34	-2.80	0.35	0.07	-17.30	-94.5	8.6	0.05	-1.12
280.8029	-32.2919	NGC6681	M 70	9.487	15.55	14.93	1.14	0.33	-5.70	0.33	2.85	-12.51	218.6	8.7	0.07	-1.51
283.7758	-22.7008	NGC6717	Pal 9	9.399	15.56	14.90	-4.52	1.16	-5.90	2.08	12.88	-10.90	22.8	7.1	0.21	-1.29
261.9346	-5.0767	NGC6366		15.221	15.65	14.92	-0.02	0.58	-5.52	0.61	18.41	16.04	-122.3	3.6	0.69	-0.82
205.5467	+28.3756	NGC5272	M 3	35.397	15.65	15.04	-0.23	0.30	-3.45	0.29	42.21	78.71	-148.6	10.0	0.01	-1.57
189.8667	-26.7428	NGC4590	M 68	30.120	15.68	15.14	-1.52	0.52	1.17	0.48	299.63	36.05	-95.2	10.1	0.04	-2.06
248.1329	-13.0536	NGC6171	M 107	17.474	15.70	15.01	-2.49	0.37	-5.83	0.34	3.37	23.01	-33.8	6.3	0.33	-1.04
276.1371	-24.8700	NGC6626	M 28	11.226	15.70	15.07	-0.24	0.19	-7.97	0.23	7.80	-5.58	17.0	5.7	0.41	-1.45

RA2000	DEC2000	Название	Альтернативное название	R_{tidal} угл. мин.	V(HB)	DM	pmra мсек дуги в год	e_{pmra}	pmde	e_{pmde}	l	b	V_r км/с	R_h кпс	E_B-V	[Fe/H]
270.9612	-0.2969	NGC6535		8.380	15.73	15.15	-6.35	5.07	3.70	5.47	27.18	10.44	-215.1	6.8	0.32	-1.80
322.4929	+12.1669	NGC7078	M 15	22.136	15.83	15.31	2.04	0.46	-2.15	0.73	65.01	-27.31	-107.5	10.2	0.09	-2.22
278.9404	-32.9903	NGC6652		4.417	15.85	15.14	-2.39	0.41	-5.14	0.39	1.53	-11.38	-111.7	9.4	0.09	-0.96
277.8467	-32.3481	NGC6637	M 69	8.346	15.85	15.11	-4.48	0.27	-6.10	0.27	1.72	-10.27	39.9	8.2	0.17	-0.71
244.2604	-22.9750	NGC6093	M 80	13.369	15.86	15.25	-2.58	0.33	-5.96	0.31	352.67	19.46	9.3	8.7	0.18	-1.62
272.5767	-31.7636	NGC6558		9.487	15.97	15.34	-1.38	0.12	-5.50	0.20	0.20	-6.03	-143.7	6.4	0.42	-1.44
323.3721	-0.8231	NGC7089	M 2	21.453	16.05	15.44	1.22	0.33	-2.87	0.40	53.38	-35.78	-5.3	11.4	0.05	-1.62
102.2467	-36.0053	NGC2298		6.479	16.11	15.54	3.25	0.62	-2.85	0.64	245.63	-16.01	148.9	10.6	0.13	-1.85
078.5262	-40.0472	NGC1851		13.902	16.15	15.49	1.72	0.48	-0.10	0.44	244.51	-35.04	320.9	12.2	0.02	-1.26
081.0442	-24.5242	NGC1904	M 79	8.397	16.15	15.53	2.68	0.56	-1.43	0.45	227.23	-29.35	207.5	12.6	0.01	-1.54
289.1479	+30.1847	NGC6779	M 56	8.674	16.16	15.60	-2.10	2.68	2.33	2.64	62.66	8.34	-135.7	9.9	0.20	-1.94
138.0108	-64.8631	NGC2808		15.310	16.19	15.55	0.97	0.30	-0.40	0.29	282.19	-11.25	93.6	9.3	0.23	-1.37
283.2679	-8.7061	NGC6712		7.467	16.25	15.55	3.16	0.29	-5.07	0.28	25.35	-4.32	-107.7	6.7	0.46	-1.01
255.3025	-30.1122	NGC6266	M 62	9.021	16.25	15.59	-4.50	0.19	-2.46	0.18	353.58	7.32	-65.8	6.7	0.47	-1.29
258.6354	-29.4622	NGC6304		13.250	16.25	15.49	-2.71	0.30	-1.90	0.28	355.83	5.38	-107.3	6.0	0.52	-0.59
259.7992	-18.5164	NGC6333	M 9	8.193	16.30	15.71	-2.69	0.27	-4.22	0.26	5.54	10.70	229.1	8.3	0.36	-1.72
277.9762	-23.4764	NGC6642		9.772	16.30	15.65	0.33	0.21	-4.32	0.18	9.81	-6.44	-57.2	7.6	0.40	-1.35
229.3521	-21.0103	NGC5897		12.085	16.35	15.77	-6.36	0.43	-3.97	0.46	342.95	30.29	101.5	12.7	0.08	-1.80
255.6571	-26.2681	NGC6273	M 19	14.570	16.40	15.80	-4.27	0.21	1.04	0.21	356.87	9.38	135.0	8.5	0.37	-1.68
269.7583	-44.2650	NGC6496		5.262	16.47	15.72	-2.62	0.37	-9.14	0.41	348.02	-10.01	-112.7	11.6	0.13	-0.64
257.5433	-26.5817	NGC6293		15.811	16.50	15.94	0.65	0.16	-3.97	0.16	357.62	7.83	-98.9	8.8	0.39	-1.92
236.5146	-37.7861	NGC5986		10.455	16.50	15.90	-3.61	0.32	-4.66	0.30	337.02	13.27	88.9	10.3	0.27	-1.67
277.7342	-25.4964	NGC6638		6.531	16.50	15.80	-2.64	0.29	-3.18	0.29	7.90	-7.15	18.1	8.2	0.40	-0.99
206.6104	-51.3733	NGC5286		8.364	16.50	15.90	-0.25	0.35	0.48	0.33	311.61	10.57	58.3	10.7	0.24	-1.67
274.6571	-52.2150	NGC6584		9.351	16.53	15.90	0.70	0.34	-6.58	0.35	342.14	-16.41	222.9	13.0	0.11	-1.49
246.4525	-72.2017	NGC6101		7.256	16.60	16.02	2.25	0.42	0.78	0.46	317.75	-15.82	361.4	15.1	0.04	-1.82
232.0021	-50.6728	NGC5927		16.721	16.60	15.81	-5.02	0.15	-3.00	0.15	326.60	4.86	-115.7	7.4	0.47	-0.37
246.8087	-26.0247	NGC6144		33.352	16.60	16.01	-4.58	0.93	-11.68	2.35	351.93	15.70	188.9	10.1	0.32	-1.73
272.3150	-25.9078	NGC6553		8.135	16.60	15.79	-2.35	0.29	-2.35	0.27	5.25	-3.02	-6.5	4.7	0.78	-0.25
211.3637	+28.5344	NGC5466		52.754	16.62	16.10	-5.08	0.51	-2.10	0.55	42.15	73.59	107.7	16.6	0.00	-2.22
199.1125	+17.6981	NGC5053		14.866	16.65	16.14	-1.5	2.0	-2.1	8.8	335.69	78.94	44.0	16.2	0.03	-2.29
249.8562	-28.3978	1636-283	ESO452-SC11	7.697	16.66	15.96	-7.3	1.6	-3.5	1.4	351.91	12.10	17.5	7.6	0.50	-1.15
253.3558	-22.1772	NGC6235		7.262	16.70	16.06	-3.52	1.26	-5.89	1.29	358.92	13.52	87.3	9.7	0.36	-1.40

RA2000	DEC2000	Название	Альтернативное название	R_{tidal} угл. мин.	V(HB)	DM	ρ_{HGA}	ϵ_{pmga} мсек дуги в год	ρ_{pnde}	ϵ_{pnde}	l	b	V_r км/с	R_h кпс	$E_B - V$	[Fe/H]
048.0637	-55.2169	NGC1261		9.171	16.70	16.05	1.41	3.87	-2.67	4.15	270.54	-52.13	68.2	16.0	0.01	-1.35
308.5483	+7.4042	NGC6934		15.811	16.90	16.28	-1.92	3.34	-5.25	2.65	52.10	-18.89	-411.4	15.2	0.12	-1.54
198.2304	+18.1692	NGC5024	M 53	8.471	16.90	16.36	-0.66	1.07	-0.30	0.80	332.96	79.76	-79.1	18.4	0.01	-2.07
313.3662	-12.5369	NGC6981	M 72	22.295	16.90	16.28	-0.85	0.49	-3.02	0.44	35.16	-32.68	-345.1	16.8	0.05	-1.54
260.2925	-19.5872	NGC6342		10.351	16.90	16.15	-2.24	2.57	-8.23	2.54	4.90	9.73	80.9	9.1	0.44	-0.65
256.2892	-22.7081	NGC6287		6.310	17.00	16.46	-4.62	0.54	-1.65	0.63	0.13	11.02	-208.0	8.4	0.59	-2.05
182.5258	+18.5419	NGC4147		17.549	17.01	16.43	-0.63	5.66	-0.62	2.12	252.85	77.19	183.2	18.8	0.02	-1.83
273.4121	-31.8264	NGC6569		17.419	17.10	16.38	-1.78	0.28	-7.45	0.24	0.48	-6.68	-28.1	8.5	0.56	-0.86
267.5537	-37.0511	NGC6441		6.890	17.10	16.33	-4.07	0.30	-4.40	0.34	353.53	-5.01	18.3	9.7	0.45	-0.53
326.6617	-21.2508	Pal 12		33.043	17.13	16.42	-0.77	0.73	-2.36	0.69	30.51	-47.68	27.8	18.7	0.02	-0.93
264.4004	-3.2458	NGC6402	M 14	15.811	17.20	16.56	-3.45	1.70	-6.57	1.50	21.32	14.81	-66.1	8.7	0.60	-1.39
264.0708	-44.7350	NGC6388		13.554	17.25	16.49	-1.00	0.16	-2.52	0.16	345.56	-6.74	81.2	11.5	0.38	-0.60
280.3746	-19.8258	Pal 8		22.136	17.27	16.49	-3.13	0.27	-5.89	0.29	14.10	-6.80	-43.0	12.4	0.33	-0.48
256.1200	-24.7647	NGC6284		9.796	17.30	16.65	-3.00	0.28	-0.30	0.27	358.35	9.94	29.7	14.3	0.28	-1.32
296.3100	-8.0072	Pal 11		7.586	17.35	16.56	-0.94	0.55	-2.97	0.53	31.81	-15.58	-68.0	12.6	0.34	-0.39
301.5200	-21.9214	NGC6864	M 75	7.975	17.47	16.82	0.51	0.87	-2.17	0.87	20.30	-25.75	-189.3	18.4	0.16	-1.32
287.8004	+1.0306	NGC6760		15.937	17.50	16.73	0.87	0.31	-2.51	0.31	36.11	-3.92	-27.5	7.3	0.78	-0.52
260.8958	-17.8131	NGC6356		12.838	17.50	16.73	-4.40	0.17	-5.12	0.19	6.72	10.22	27.0	14.6	0.29	-0.50
225.0771	-82.2136	IC 4499		12.244	17.65	17.04	0.12	0.79	-3.20	0.73	307.35	-20.47	31.5	18.4	0.23	-1.60
267.7158	-34.5986	NGC6453		8.360	17.70	17.08	-0.96	0.24	-4.00	0.25	355.72	-3.87	-83.7	10.9	0.61	-1.53
264.6537	-23.9089	NGC6401		22.136	17.70	17.02	-4.18	0.26	-2.32	0.28	3.45	3.98	-65.0	7.5	0.85	-1.12
217.4054	-5.9764	NGC5634		7.334	17.75	17.17	-5.25	2.20	-1.87	2.23	342.21	49.26	-45.1	25.3	0.05	-1.82
289.4321	-34.6575	Terzan 7		6.032	17.76	17.00	-1.74	0.73	-2.70	0.65	3.39	-20.07	166.0	23.0	0.06	-0.58
259.1558	-28.1400	NGC6316		5.012	17.78	17.01	-4.52	0.48	-3.70	0.47	357.18	5.76	71.5	11.5	0.55	-0.55
189.6675	-51.1503	Rup 106		25.298	17.80	17.22	-5.31	0.53	-4.57	0.55	300.89	11.67	-44.0	20.6	0.21	-1.80
233.8687	-50.6594	NGC5946		2.194	17.80	17.16	-5.61	0.41	-1.38	0.43	327.58	4.19	119.5	12.3	0.55	-1.38
246.9183	-38.8489	NGC6139		1.328	18.00	17.40	-8.04	0.29	-2.93	0.29	342.37	6.94	6.7	10.5	0.74	-1.65
251.7454	+47.5278	NGC6229		8.833	18.00	17.37	-1.48	2.50	1.45	1.76	73.64	40.31	-154.2	29.3	0.01	-1.44
295.4375	-34.0003	Terzan 8		13.031	18.03	17.46	-1.31	0.67	-3.25	0.67	5.76	-24.56	130.0	25.4	0.14	-1.87
283.7637	-30.4783	NGC6715	M 54	6.325	18.17	17.56	-2.82	0.78	-2.47	0.34	5.61	-14.09	141.9	26.2	0.15	-1.59
254.8858	-37.1214	NGC6256		9.487	18.20	17.45	-2.42	0.52	-0.97	0.48	347.79	3.31	-99.5	9.3	0.84	-0.70
259.4967	-23.7658	NGC6325		21.498	18.30	17.63	-8.26	1.24	-6.63	1.06	0.97	8.00	3.1	9.4	0.89	-1.17
271.2075	-7.5858	NGC6539		21.058	18.33	17.58	-7.26	4.10	-6.96	2.96	20.80	6.78	-45.6	7.9	1.00	-0.66

RA2000	DEC2000	Название	Альтернативное название	R_{tidal} угл. мин.	V(HB)	DM	pmra мсек дуги в год	e_{pmra}	pmde в год	e_{pmde}	l	b	V_r км/с	R_h кпс	E_{B-V}	[Fe/H]
272.6842	-7.2075	IC 1276	Pal 7	14.092	18.40	17.70	-6.46	0.54	-6.57	0.51	21.83	5.67	155.0	9.3	0.92	-0.56
225.9937	-33.0678	NGC5824		4.151	18.45	17.88	-1.98	1.80	-1.01	2.21	332.55	22.07	-38.4	31.3	0.13	-1.85
219.9021	-26.5383	NGC5694		9.487	18.50	17.93	-1.35	1.52	-1.43	1.29	331.06	30.36	-145.8	33.9	0.09	-1.86
267.2192	-20.3594	NGC6440		5.914	18.70	17.90	-3.96	1.28	-4.08	0.97	7.73	3.80	-78.7	8.0	1.09	-0.34
247.1671	-35.3536	Terzan 3		6.313	18.80	18.10	-5.71	1.28	-2.66	0.77	345.08	9.19	-136.3	26.4	0.32	-0.73
264.0437	-38.5533	Ton 2	Pismis 26	3.964	19.10	18.33	-1.64	0.89	-4.36	1.27	350.80	-3.42	-184.4	7.9	1.24	-0.50
136.9908	-37.2214	Pyxis		10.436	19.25	18.58	-2.0	0.9	2.8	1.3	261.32	7.00	34.3	38.5	0.21	-1.20
270.4546	-27.8258	Djorg 2	E456-SC38	5.206	19.50	18.80	-3.26	0.29	-3.47	0.28	2.76	-2.51	-150.0	13.8	1.00	-0.50
286.3137	+1.9008	NGC6749		8.309	19.70	19.09	-3.8	3.7	-4.6	1.0	36.20	-2.20	-61.7	7.7	1.50	-1.60
265.9258	-26.2225	Pal 6		3.080	19.70	18.87	-7.72	0.46	-6.96	0.47	2.09	1.78	201.0	6.7	1.53	-0.10
261.7854	-7.0931	IC 1257		12.649	19.80	19.20	-3.54	0.64	-1.69	0.63	16.53	15.14	140.2	24.5	0.73	-1.70
263.9492	-30.4697	Terzan 1	HP 2	4.817	19.95	19.15	1.44	0.75	-3.47	0.41	357.57	1.00	35.0	6.5	1.64	-0.35
261.8892	-30.8022	Terzan 2	HP 3	3.147	20.10	19.29	-3.38	0.28	-3.63	0.29	356.32	2.30	109.0	9.5	1.42	-0.25
266.8679	-33.0656	Djorg 1		2.038	20.80	20.10	-7.97	0.63	-3.73	0.60	356.67	-2.48	-362.4	9.2	1.70	-0.40
071.5246	+31.3808	Pal 2		9.892	21.65	20.99	7.19	0.62	0.27	0.63	170.53	-9.07	-133.0	26.9	1.24	-1.30
268.6133	-24.1453	UKS 1		11.972	24.14	23.47	-2.78	0.51	-0.55	0.54	5.12	0.76	57.0	7.5	2.93	-1.20

8.3. Таблица 4

Результаты анализа орбит 110 шаровых звездных скоплений Галактики, посчитанных в модели гравитационного потенциала с баром. $(R_{min})_{min}$ - минимальное перицентрийное расстояние, $\langle R_{min} \rangle$ - среднее перицентрийное расстояние, $(R_{max})_{max}$ - максимальное апоцентрийное расстояние, $\langle R_{max} \rangle$ - среднее апоцентрийное расстояние, $(|z|_{max})_{max}$ - наибольшее удаление от плоскости симметрии Галактики за все время, $\langle |z|_{max} \rangle$ - среднее максимальное удаление от плоскости симметрии Галактики, $\langle e \rangle$ - оценка среднего эксцентриситета орбиты скопления, E_{min} , E_{max} , E_{avg} - соответственно минимальная, максимальная и средняя полная механическая энергия на единицу массы скопления, h_{min} , h_{max} , h_{avg} - соответственно минимальная, максимальная и средняя проекция орбитального момента на ось симметрии Галактики на единицу массы скопления (знак минус соответствует вращению в сторону вращения Галактики).

Название	$(R_{min})_{min}$	$< R_{min} >$	$(R_{max})_{max}$ килопарсеки	$< R_{max} >$	$< z _{max} >$	$< e >$	E_{min}	E_{max} $(100 \text{ км/с})^2$	E_{avg}	h_{min} 100 кпс · км/с	h_{max}	h_{avg}
1636-283	00.001	00.434	02.348	01.824	00.922	0.615	-43.891	-33.925	-38.835	-09.084	10.419	00.810
IC1257	05.901	06.825	46.383	36.759	22.822	0.687	-06.232	-06.167	-06.192	-26.251	-26.124	-26.174
IC4499	03.705	05.184	31.641	21.928	19.869	0.618	-07.506	-07.464	-07.490	-13.240	-13.158	-13.208
NGC1261	00.029	00.545	22.646	15.826	03.264	0.933	-15.827	-09.340	-12.772	-01.580	11.114	04.398
NGC1851	00.073	00.232	21.680	15.976	08.547	0.971	-11.722	-06.819	-10.111	-04.401	05.193	-01.249
NGC1904	00.099	00.284	31.659	16.154	06.903	0.965	-14.359	-08.194	-11.336	-06.624	05.440	-00.708
NGC2298	00.966	01.117	17.430	14.011	03.921	0.852	-14.288	-11.045	-12.696	05.511	11.856	08.625
NGC2808	00.015	00.404	21.854	13.026	02.075	0.940	-17.378	-09.187	-14.032	-09.429	06.599	-02.883
NGC0288	00.136	00.591	12.426	06.918	03.423	0.843	-20.896	-14.508	-17.140	-11.487	01.015	-04.135
NGC3201	07.127	07.357	19.543	17.064	04.796	0.398	-11.467	-10.012	-10.599	28.097	30.944	29.795
NGC0362	00.015	00.357	18.903	11.752	04.316	0.941	-16.437	-10.933	-14.133	-01.806	08.965	02.703
NGC4147	03.366	05.693	25.840	16.835	15.639	0.495	-08.799	-08.594	-08.702	-14.143	-13.741	-13.952
NGC4372	00.759	01.153	08.063	06.750	01.120	0.708	-22.215	-18.343	-20.032	-13.543	-05.964	-09.269
NGC4590	04.490	04.954	16.668	14.557	07.523	0.492	-11.419	-11.053	-11.227	-20.825	-20.109	-20.449
NGC4833	00.019	00.591	11.794	06.218	06.520	0.826	-26.633	-14.515	-19.892	-13.216	10.498	-00.023
NGC5024	03.198	04.388	20.889	15.208	20.170	0.552	-09.344	-09.244	-09.289	-11.305	-11.109	-11.196
NGC5053	00.021	00.360	28.793	12.139	21.060	0.942	-12.967	-08.737	-10.997	-03.849	04.427	00.005
NGC5139	00.018	01.155	07.768	04.345	02.864	0.580	-23.849	-16.832	-20.489	-00.678	13.054	05.899
NGC5272	00.027	00.549	25.789	12.970	09.301	0.919	-13.276	-08.810	-10.908	-07.635	01.106	-03.000
NGC5286	00.111	00.725	12.639	05.186	04.144	0.755	-20.959	-14.057	-17.372	-07.687	05.819	-00.667
NGC5466	01.907	03.269	33.546	19.279	16.989	0.710	-08.326	-07.624	-07.965	09.584	10.957	10.290
NGC5694	04.313	04.694	53.000	47.143	15.709	0.819	-06.201	-05.956	-06.075	-24.884	-24.406	-24.638
NGC5824	06.585	07.167	27.606	25.399	11.099	0.560	-08.445	-08.323	-08.381	-28.661	-28.421	-28.535
NGC5897	00.955	01.871	09.884	05.607	03.665	0.500	-19.281	-15.608	-17.580	-11.853	-04.665	-08.524
NGC5904	00.005	01.074	14.633	06.530	06.705	0.718	-16.206	-12.622	-14.266	-06.905	00.109	-03.108
NGC5946	00.033	00.729	11.644	06.284	02.726	0.792	-22.667	-14.491	-19.004	-11.988	04.011	-04.819
NGC5986	00.003	00.585	06.377	03.270	02.107	0.697	-31.037	-18.894	-24.455	-12.068	11.696	00.813
NGC6093	00.008	00.975	04.365	02.785	01.214	0.481	-34.917	-22.297	-28.908	-07.808	16.889	03.950
NGC6101	09.218	09.976	35.316	32.474	10.880	0.530	-07.592	-07.253	-07.410	37.525	38.188	37.881
NGC6121	00.033	00.753	11.672	07.803	01.220	0.824	-23.095	-14.906	-18.826	-01.755	14.270	06.599
NGC6139	00.007	00.430	07.155	03.623	02.188	0.788	-27.439	-20.268	-23.565	-09.360	04.672	-01.780
NGC6144	00.057	01.009	04.728	03.084	02.994	0.507	-25.919	-20.365	-22.386	-10.886	-00.015	-03.972
NGC6171	00.003	00.569	04.027	02.234	02.233	0.594	-31.566	-24.632	-27.405	-06.543	07.027	01.600

Название	$(R_{min})_{min}$	$< R_{min} >$	$(R_{max})_{max}$ килопарсеки	$< R_{max} >$	$< z _{max} >$	$< e >$	E_{min}	E_{max} $(100 \text{ км/с})^2$	E_{avg}	h_{min} 100 кпс · км/с	h_{max}	h_{avg}
NGC6205	00.029	00.542	13.353	07.421	07.780	02.422	0.864	-24.837	-13.018	-11.258	11.871	01.171
NGC6218	00.005	00.806	10.052	04.530	06.050	01.575	0.698	-27.898	-16.653	-13.876	08.131	-04.345
NGC6229	17.256	17.918	50.225	45.879	32.892	22.001	0.438	-05.405	-05.394	54.372	54.392	54.380
NGC6235	00.002	00.643	03.351	02.493	02.526	00.808	0.590	-39.004	-25.718	-33.001	15.085	01.432
NGC6254	00.010	00.736	12.089	05.798	06.188	01.681	0.775	-27.121	-13.327	-12.803	14.191	-02.149
NGC6266	00.003	00.407	02.249	01.430	01.711	00.912	0.557	-46.383	-36.080	-41.851	11.819	00.523
NGC6273	00.000	00.335	01.675	01.136	01.609	00.971	0.545	-47.035	-40.391	-43.218	04.990	-00.542
NGC6284	00.009	00.779	06.468	03.325	04.703	01.847	0.620	-29.634	-18.014	-24.889	09.993	-03.462
NGC6287	00.001	00.442	01.707	01.230	01.664	00.922	0.471	-45.300	-38.874	-41.736	04.322	-01.279
NGC6293	00.002	00.324	01.442	00.966	01.412	00.863	0.498	-50.584	-45.695	-47.429	02.751	-00.641
NGC6325	00.007	00.512	01.701	01.182	01.722	00.958	0.396	-44.893	-38.766	-41.595	03.929	-01.607
NGC6333	00.002	00.504	01.989	01.360	02.108	01.133	0.459	-42.805	-34.265	-38.628	07.301	-01.238
NGC6341	00.015	00.372	12.097	08.465	08.673	02.002	0.916	-20.526	-15.184	-17.235	00.929	-03.085
NGC6362	00.017	00.777	13.251	06.824	06.690	02.577	0.796	-23.310	-12.556	-18.061	15.356	04.582
NGC6397	00.150	00.547	08.238	05.391	09.802	03.586	0.816	-21.776	-15.617	-18.026	02.665	-02.049
NGC6401	00.000	00.338	01.130	01.010	00.574	00.327	0.498	-56.443	-53.750	-54.447	00.106	-01.257
NGC6402	00.005	00.853	06.198	03.064	03.728	01.854	0.564	-31.040	-17.313	-25.638	19.236	02.944
NGC6453	00.001	00.510	03.410	02.657	02.477	00.929	0.678	-38.471	-27.555	-32.979	13.168	02.554
NGC6535	00.062	00.790	07.282	03.300	04.718	02.484	0.614	-30.104	-17.368	-23.501	13.096	01.095
NGC6540	00.007	00.664	07.761	03.922	05.983	03.177	0.710	-27.796	-16.563	-20.867	09.244	00.822
NGC6541	00.001	00.484	02.621	01.939	02.218	01.129	0.601	-40.631	-30.269	-35.900	12.191	01.171
NGC6544	00.040	00.698	10.952	05.736	05.856	02.201	0.783	-27.910	-13.540	-20.563	15.865	02.120
NGC6558	00.004	00.504	02.483	02.085	01.526	00.704	0.611	-44.040	-33.684	-39.084	12.571	02.003
NGC6584	00.087	00.658	15.812	06.160	12.239	04.690	0.807	-20.104	-11.785	-16.572	07.274	-02.093
NGC6626	00.011	00.565	02.845	01.856	02.744	01.391	0.534	-38.124	-28.580	-33.140	08.369	-00.556
NGC6642	00.001	00.384	01.982	01.463	01.664	00.942	0.584	-46.032	-38.442	-41.865	07.135	00.436
NGC6656	00.040	00.444	11.888	06.658	10.737	02.968	0.875	-22.357	-15.056	-17.729	02.302	-02.930
NGC6681	00.001	00.443	02.493	01.673	02.203	01.196	0.581	-41.185	-32.397	-36.356	07.736	-00.012
NGC6712	00.002	00.728	05.358	03.242	03.714	01.599	0.633	-32.127	-18.992	-26.173	16.506	02.455
NGC6715	09.029	09.806	38.433	32.876	30.827	20.888	0.541	-06.717	-06.686	-06.703	-31.997	-31.970
NGC6717	00.019	00.640	03.172	02.330	02.576	01.157	0.569	-38.377	-26.504	-32.741	14.269	02.063
NGC6723	00.003	00.525	03.716	02.266	02.709	01.191	0.624	-37.959	-24.786	-32.095	15.234	00.929
NGC6749	00.017	00.851	07.286	04.236	04.002	01.016	0.665	-29.228	-20.452	-24.956	03.521	-05.293

Название	$(R_{min})_{min}$	$< R_{min} >$	$(R_{max})_{max}$ килопарсеки	$< R_{max} >$	$< z _{max} >$	$< e >$	E_{min}	E_{max} (100 км/с) ²	E_{avg}	h_{min} 100 кпс · км/с	h_{max}	h_{avg}
NGC6752	00.857	01.193	05.960	05.122	02.803	01.331	-23.938	-20.848	-22.136	-12.250	-06.203	-08.724
NGC6779	00.007	00.447	19.773	10.466	08.992	02.946	-19.384	-09.928	-15.968	-03.798	14.707	02.887
NGC6809	00.004	00.564	07.537	03.885	04.850	02.119	-26.589	-17.182	-22.731	-05.826	12.582	01.723
NGC6864	00.314	01.603	16.637	10.231	10.290	05.057	-17.642	-10.624	-13.980	02.139	15.872	09.303
NGC6934	00.822	01.112	35.416	24.848	16.795	08.162	-11.783	-07.296	-09.170	-13.905	-05.123	-08.791
NGC6981	00.505	01.000	30.789	17.076	19.860	07.766	-12.845	-07.692	-10.485	02.046	12.130	06.664
NGC7078	00.009	00.337	15.640	09.919	14.425	03.401	-19.789	-11.209	-15.683	-08.949	07.843	-00.913
NGC7089	00.003	00.421	21.552	14.152	13.551	03.367	-18.744	-10.466	-13.097	-13.270	02.929	-02.219
NGC7099	00.023	00.563	08.688	04.449	06.260	02.679	-27.575	-17.281	-20.908	-12.992	07.153	00.054
TERZAN8	06.609	07.158	24.125	21.872	15.522	10.260	-09.137	-08.986	-09.057	-27.694	-27.399	-27.538
UKS1	00.045	00.357	01.076	00.777	01.108	00.643	-54.300	-51.652	-52.824	-04.357	00.826	-01.468
DJORG1	00.075	00.312	01.570	00.878	01.537	00.978	-47.330	-43.911	-44.420	-05.792	00.899	-00.098
DJORG2	00.007	00.757	11.543	06.736	04.623	01.382	-27.072	-13.253	-20.572	-10.895	16.147	01.825
E3	01.660	01.929	09.997	08.683	07.650	03.093	-18.200	-14.566	-15.991	-16.565	-09.454	-12.243
IC1276	00.002	00.699	15.165	07.647	06.704	01.537	-25.998	-11.220	-19.167	-11.078	17.841	02.289
NGC0104	00.806	01.617	11.671	08.049	08.704	02.715	-19.711	-14.260	-16.875	-16.205	-05.537	-10.655
NGC5927	00.048	00.594	12.499	07.166	07.672	02.002	-24.340	-13.992	-19.238	-11.399	08.850	-01.414
NGC6256	00.002	00.468	03.040	02.255	02.179	01.005	-40.935	-30.135	-35.459	-08.491	12.643	02.224
NGC6304	00.005	00.473	03.404	02.440	02.379	00.804	-40.192	-27.344	-34.102	-09.954	15.189	01.963
NGC6316	00.000	00.806	03.917	02.845	03.009	01.553	-33.329	-23.308	-28.319	-07.919	11.693	01.886
NGC6342	00.001	00.384	02.047	01.355	01.935	01.133	-44.336	-36.373	-39.983	-08.316	07.268	00.203
NGC6352	00.014	00.806	06.240	03.616	03.707	01.772	-31.199	-17.737	-24.859	-09.817	16.526	02.590
NGC6356	00.056	00.700	35.558	14.218	18.268	05.028	-18.476	-08.076	-12.732	-14.297	06.055	-03.056
NGC6366	00.035	00.892	13.915	08.081	07.745	01.913	-25.109	-12.129	-18.797	-10.040	15.362	02.314
NGC6388	00.023	00.723	04.985	02.767	03.333	01.740	-32.665	-20.777	-27.388	-07.904	15.359	02.423
NGC6440	00.001	00.386	01.464	01.161	01.095	00.464	-54.880	-47.748	-51.530	-06.241	07.717	00.315
NGC6441	00.009	00.377	01.913	01.251	01.793	01.041	-45.440	-38.096	-41.417	-08.402	05.969	-00.530
NGC6496	01.603	01.975	05.761	04.517	04.804	02.172	-22.855	-19.257	-20.922	-14.668	-07.628	-10.885
NGC6539	00.001	00.572	04.130	02.767	03.107	01.399	-34.110	-21.435	-29.189	-07.699	17.107	01.931
NGC6553	00.006	00.716	04.891	02.687	04.308	01.646	-32.235	-20.840	-27.163	-12.999	09.301	-03.073
NGC6569	00.001	00.200	00.992	00.562	00.988	00.707	-58.660	-56.174	-56.865	-04.081	00.785	-00.568
NGC6637	00.002	00.298	01.492	00.928	01.486	00.939	-49.375	-43.792	-46.162	-06.959	03.966	-00.672
NGC6638	00.001	00.347	01.566	01.145	01.486	00.808	-49.731	-43.095	-46.118	-07.427	05.560	-00.355

Название	$(R_{min})_{min}$	$< R_{min} >$	$(R_{max})_{max}$	$< R_{max} >$	$(z _{max})_{max}$	$< z _{max} >$	E_{min}	E_{max}	E_{avg}	h_{min}	h_{max}	h_{avg}
			килопарсеки					$(100 \text{ км/с})^2$		100 км · км/с		
NGC6652	00.000	00.376	02.128	01.398	02.004	01.142	-43.755	-35.276	-39.134	-09.093	07.501	-00.051
NGC6760	00.009	00.550	08.657	04.226	06.241	02.512	-27.330	-17.570	-21.584	-12.466	06.633	-01.221
NGC6838	00.229	01.302	14.371	08.839	14.526	02.250	-20.179	-12.292	-16.512	-16.285	-00.851	-09.110
PAL11	00.036	00.477	13.435	05.582	08.653	03.877	-21.444	-13.049	-17.867	-05.611	10.818	01.389
PAL12	01.382	02.656	16.296	09.384	15.645	08.948	-12.555	-11.433	-12.057	-08.677	-06.482	-07.702
PAL6	00.000	00.499	02.005	01.606	01.346	00.618	-48.148	-39.036	-43.675	-07.697	10.135	01.057
PAL8	00.034	00.606	12.137	05.745	06.093	02.674	-24.534	-12.820	-19.072	-07.177	15.746	03.512
TERZAN1	00.005	00.520	02.142	01.835	01.273	00.556	-47.623	-37.906	-42.838	-07.778	11.237	01.586
TERZAN2	00.002	00.313	01.451	01.316	00.818	00.309	-52.655	-47.091	-49.283	-06.818	04.069	-00.221
TERZAN7	02.193	02.655	23.803	18.771	20.003	10.996	-10.575	-09.391	-09.924	-13.799	-11.482	-12.526
TON2	00.002	00.273	01.693	01.410	00.974	00.578	-55.037	-48.744	-52.080	-05.000	07.315	00.787

8.4. Таблица 5

Результаты анализа орбит 110 шаровых звездных скоплений Галактики, посчитанных в модели гравитационного потенциала без бара. $(R_{min})_{min}$ - минимальное перицентрийное расстояние, $\langle R_{min} \rangle$ - среднее перицентрийное расстояние, $(R_{max})_{max}$ - максимальное апоцентрийное расстояние, $\langle R_{max} \rangle$ - среднее апоцентрийное расстояние, $(|z|_{max})_{max}$ - наибольшее удаление от плоскости симметрии Галактики за все время, $\langle |z|_{max} \rangle$ - среднее максимальное удаление от плоскости симметрии Галактики, $\langle e \rangle$ - оценка среднего эксцентриситета орбиты скопления, E - полная механическая энергия на единицу массы скопления, h - проекция орбитального момента на ось симметрии Галактики на единицу массы скопления (знак минус соответствует вращению в сторону вращения Галактики).

Название	$(R_{min})_{min}$	$< R_{min} >$	$(R_{max})_{max}$ килопарсеки	$< R_{max} >$	$< z _{max} >$	$< e >$	E $(100 \text{ км/с})^2$	h 100 кпс · км/с
1636-283	00.040	00.052	03.104	02.426	02.114	00.878	-18.891	-00.223
IC1257	07.146	08.574	86.053	67.222	70.863	44.742	-03.563	-26.191
IC4499	04.278	07.618	61.369	35.204	58.843	33.443	-04.532	-13.177
NGC1261	02.035	02.439	20.509	19.420	14.424	10.028	-08.373	08.099
NGC1851	00.723	00.769	22.302	20.439	12.414	05.811	-08.697	-03.685
NGC1904	00.239	00.275	19.696	18.149	12.124	03.808	-09.304	-01.446
NGC2298	02.088	02.152	17.782	17.388	06.589	03.533	-09.471	09.344
NGC2808	00.722	00.737	15.400	15.240	01.999	01.066	-10.506	-04.012
NGC0288	00.038	00.043	12.384	09.599	10.429	05.171	-11.260	-00.182
NGC3201	07.670	07.935	50.632	48.945	17.062	10.227	-05.323	30.353
NGC0362	00.216	00.243	12.841	11.379	07.572	03.088	-11.284	-01.190
NGC4147	04.712	07.150	32.617	23.933	29.933	19.999	-06.474	-13.771
NGC4372	02.729	02.737	07.160	07.145	01.053	00.865	-13.524	-09.190
NGC4590	05.981	06.352	31.682	28.335	19.976	12.132	-06.893	-20.653
NGC4833	00.254	00.310	07.785	06.687	04.633	01.510	-14.042	-01.473
NGC5024	04.645	05.720	25.325	19.540	24.317	19.228	-06.936	-11.226
NGC5053	00.632	01.161	16.889	09.768	16.179	10.493	-09.521	-02.311
NGC5139	01.223	01.328	06.890	06.335	03.235	01.947	-13.929	04.864
NGC5272	02.190	02.811	15.649	13.567	12.915	08.941	-09.486	-07.496
NGC5286	00.083	00.096	12.434	10.308	09.267	04.477	-11.276	00.434
NGC5466	02.622	03.339	42.663	32.790	44.294	28.376	-05.525	09.885
NGC5694	06.021	06.858	63.299	59.269	36.445	21.177	-04.507	-24.690
NGC5824	09.304	10.158	31.241	28.720	19.761	13.442	-06.541	-28.462
NGC5897	02.067	02.820	11.396	08.662	09.970	07.303	-10.548	-06.326
NGC5904	01.861	02.368	18.410	14.384	15.787	10.365	-09.075	-06.743
NGC5946	01.824	01.867	07.531	06.883	04.418	03.075	-13.079	-05.804
NGC5986	00.117	00.179	05.749	04.164	03.703	01.638	-15.771	-00.706
NGC6093	00.045	00.107	03.541	01.748	03.154	02.173	-17.183	00.175
NGC6101	09.400	09.796	92.672	86.385	47.589	24.069	-03.381	37.688
NGC6121	00.057	00.082	06.404	04.788	04.485	01.723	-15.096	-00.355
NGC6139	02.200	02.322	05.112	04.642	03.482	02.935	-14.116	-05.638
NGC6144	00.573	00.792	20.327	14.288	19.036	11.849	-08.893	-02.299
NGC6171	00.306	00.429	04.704	03.500	02.714	01.360	-16.772	-01.610

Название	$(R_{min})_{min}$	$< R_{min} >$	$(R_{max})_{max}$ килогарсеки	$< R_{max} >$	$(z _{max})_{max}$	$< z _{max} >$	$< e >$	E $(100 \text{ км/с})^2$	h 100 кпс · км/с
NGC6205	00.970	01.228	08.461	06.145	07.601	05.195	0.667	-12.323	03.027
NGC6218	02.010	02.032	05.217	04.827	02.686	02.102	0.408	-14.639	-05.720
NGC6229	19.819	20.117	71.350	62.466	47.231	29.522	0.513	-03.832	54.381
NGC6235	00.207	00.342	02.819	01.556	02.600	01.896	0.640	-17.870	-00.599
NGC6254	02.104	02.157	05.271	04.991	02.513	01.920	0.396	-14.633	-06.108
NGC6266	00.639	00.703	02.462	02.207	00.985	00.609	0.517	-19.452	-02.415
NGC6273	00.270	00.341	02.363	01.623	02.435	02.019	0.653	-17.769	00.643
NGC6284	02.503	02.828	06.707	05.677	05.244	04.330	0.335	-12.703	06.419
NGC6287	00.003	00.004	02.123	01.524	02.285	01.930	0.995	-18.095	-00.007
NGC6293	00.048	00.091	02.391	01.407	01.705	00.985	0.878	-20.422	00.263
NGC6325	00.882	01.031	02.062	01.681	01.864	01.686	0.240	-18.025	-02.067
NGC6333	00.801	00.967	02.825	02.178	02.386	01.934	0.385	-17.145	-02.131
NGC6341	00.376	00.399	10.664	09.785	05.583	02.685	0.922	-12.004	-01.854
NGC6362	02.107	02.187	05.156	04.710	03.231	02.648	0.366	-14.300	-05.616
NGC6397	02.301	02.539	06.541	06.213	02.791	01.941	0.420	-13.699	-07.637
NGC6401	00.119	00.131	01.371	01.232	00.747	00.328	0.808	-23.132	-00.552
NGC6402	00.318	00.399	04.917	04.064	02.803	01.117	0.821	-16.484	-01.663
NGC6453	00.107	00.168	03.249	02.056	02.234	01.383	0.849	-18.570	00.544
NGC6535	00.724	00.774	11.389	10.529	05.755	02.904	0.863	-11.656	03.461
NGC6540	02.339	02.339	04.823	04.822	00.198	00.179	0.347	-15.612	-07.313
NGC6541	01.241	01.260	02.677	02.431	01.691	01.449	0.317	-17.539	-03.186
NGC6544	00.629	00.633	05.887	05.842	00.723	00.528	0.804	-15.396	-02.993
NGC6558	00.331	00.372	02.716	02.358	01.262	00.595	0.727	-19.492	-01.512
NGC6584	00.779	00.930	15.118	11.843	12.797	07.727	0.854	-10.137	-03.037
NGC6626	00.392	00.478	03.261	02.680	01.599	00.766	0.697	-18.635	-01.830
NGC6642	00.091	00.117	02.327	01.829	01.449	00.647	0.880	-20.517	-00.480
NGC6656	02.565	02.653	08.937	08.723	03.595	02.402	0.534	-12.226	-09.066
NGC6681	00.270	00.430	03.705	02.103	03.478	02.565	0.661	-16.305	-00.743
NGC6712	00.144	00.245	05.209	03.465	03.450	01.678	0.868	-16.222	-00.816
NGC6715	09.351	11.857	61.973	56.102	48.816	32.972	0.651	-04.243	-31.974
NGC6717	00.398	00.437	03.142	02.708	01.521	00.774	0.722	-18.574	-01.737
NGC6723	00.063	00.070	02.431	02.040	02.855	02.625	0.933	-16.550	-00.130
NGC6749	01.232	01.246	05.084	05.026	00.602	00.456	0.603	-15.914	-04.805

Название	$(R_{min})_{min}$	$< R_{min} >$	$(R_{max})_{max}$ килопарсеки	$< R_{max} >$	$< z _{max} >$	$< e >$	E $(100 \text{ км/с})^2$	h 100 кпс · км/с
NGC6752	03.379	03.471	05.403	05.360	01.871	0.214	-13.893	-08.972
NGC6779	00.853	00.926	14.643	13.663	07.692	0.873	-10.580	04.316
NGC6809	00.761	00.778	06.156	05.065	04.646	0.734	-14.200	-02.495
NGC6864	03.042	03.482	13.030	11.112	09.839	0.523	-10.242	09.381
NGC6934	01.844	01.940	45.791	43.806	23.897	0.915	-05.704	-09.139
NGC6981	00.897	00.924	24.138	21.100	16.526	0.916	-08.314	03.919
NGC7078	00.149	00.154	11.973	11.364	05.670	0.973	-11.313	-00.736
NGC7089	01.543	01.634	13.501	11.840	08.749	0.757	-10.626	-05.850
NGC7099	01.226	01.426	07.388	05.846	06.249	0.608	-12.857	03.695
TERZAN8	09.102	09.617	32.258	28.739	20.753	0.499	-06.559	-27.484
UKS1	00.687	00.693	01.240	01.208	00.326	0.271	-22.219	-02.020
DJORG1	00.441	00.449	06.865	06.780	01.410	0.876	-14.792	-02.371
DJORG2	00.577	00.638	06.574	05.690	03.595	0.798	-14.551	-02.603
E3	06.196	06.252	07.844	07.762	01.905	0.108	-11.708	-15.354
IC1276	03.218	03.395	07.685	07.495	03.099	0.377	-12.618	-10.086
NGC0104	05.255	05.397	07.467	07.213	03.325	0.144	-11.903	-12.707
NGC5927	04.383	04.394	05.470	05.457	00.715	0.108	-13.779	-11.115
NGC6256	00.158	00.196	03.590	02.886	02.193	0.873	-18.264	-00.859
NGC6304	01.500	01.516	02.801	02.791	00.615	0.296	-17.952	-04.361
NGC6316	00.370	00.395	03.965	03.501	01.983	0.797	-17.117	-01.627
NGC6342	00.681	00.816	01.842	01.473	01.727	0.287	-18.673	-01.652
NGC6352	02.813	02.822	03.999	03.989	00.711	0.171	-15.707	-07.354
NGC6356	05.689	05.829	08.198	07.927	03.518	0.153	-11.497	-13.939
NGC6366	01.760	01.818	05.808	05.759	01.517	0.520	-14.591	-06.155
NGC6388	01.032	01.129	04.217	03.802	01.901	0.542	-16.374	03.787
NGC6440	00.070	00.077	01.438	01.316	00.674	0.890	-22.996	00.351
NGC6441	00.052	00.089	02.203	01.398	01.589	0.881	-20.758	-00.272
NGC6496	03.671	03.781	11.011	10.610	04.653	0.475	-11.162	-11.789
NGC6539	00.227	00.296	04.650	03.679	02.856	0.851	-16.938	-01.243
NGC6553	02.310	02.312	03.661	03.659	00.290	0.226	-16.620	-06.418
NGC6569	00.016	00.035	01.093	00.563	01.020	0.711	-23.793	-00.057
NGC6637	00.019	00.041	01.675	00.835	01.544	0.906	-21.205	-00.068
NGC6638	00.170	00.207	02.006	01.656	01.181	0.778	-21.220	-00.830

Название	$(R_{min})_{min}$	$< R_{min} >$	$(R_{max})_{max}$ килопарсеки	$< R_{max} >$	$(z _{max})_{max}$	$< z _{max} >$	$< e >$	E $(100 \text{ км/с})^2$	h 100 кпс · км/с
NGC6652	00.027	00.069	02.942	01.468	02.106	01.288	0.910	-19.323	00.152
NGC6760	01.245	01.265	06.454	06.361	00.868	00.535	0.668	-14.753	-05.199
NGC6838	05.253	05.270	07.038	07.014	01.041	00.958	0.142	-12.524	-13.754
PAL11	00.328	00.405	08.499	07.341	04.885	01.941	0.895	-13.443	-01.834
PAL12	02.612	03.740	16.487	12.303	15.955	11.911	0.534	-08.880	-07.183
PAL6	00.083	00.109	03.115	02.423	01.927	00.777	0.914	-19.079	00.467
PAL8	02.445	02.509	04.926	04.917	01.487	01.323	0.324	-14.820	-07.177
TERZAN1	01.034	01.070	02.039	01.994	00.501	00.456	0.302	-19.667	-03.121
TERZAN2	00.190	00.197	01.576	01.512	00.483	00.229	0.769	-22.307	00.863
TERZAN7	04.326	04.573	25.923	21.091	20.643	12.251	0.644	-07.615	-13.700
TON2	01.234	01.281	01.570	01.537	00.472	00.458	0.091	-20.100	-03.093

Список литературы

- [1] M. Miyamoto, R. Nagai, Astronomical Society of Japan, **27**, no. 4, 533, (1975);
- [2] L. Hernquist, Astron. J., **356**, 359, (1990);
- [3] A. S. Rastorguev et al., Astrophysical Bulletin, **72**, issue 2, 122, (2017);
- [4] G. de Vaucouleurs, K. C. Freeman, Vistas in Astronomy, **14**, issue 1, 163, (1972);
- [5] M. Sato, M. J. Reid, A. Brunthaler, K. M. Menten, The Astrophysical Journal, **720**, issue 2, 1055, (2010)
- [6] S. Gillessen, F. Eisenhauer et al., The Astrophysical Journal, **692**, issue 2, 1075, (2009)
- [7] M. J. Reid et al., The Astrophysical Journal, **783**, issue 2, 130, (2014)
- [8] A. Cabrera-Lavers et al., Astronomy and Astrophysics, **465**, issue 3, 825, (2007)
- [9] Olivier Bienaymé, Astronomy & Astrophysics, **612**, id.A75, (2018)
- [10] V. P. Debattista, J. A. Sellwood, The Astrophysical Journal, **543**, issue 2, 704, (2000)
- [11] M. T. Karim, E. E. Mamajek, Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, **465**, issue 1, 472, (2017)
- [12] Ralph Schönrich, James Binney, Walter Dehnen, Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, **403**, issue 4, 1829, (2010)
- [13] M. V. Zabolotskikh, A. S. Rastorguev, A. K. Dambis, Astronomy Letters, **28**, issue 7, 454, (2002)
- [14] O. Gerhard, Memorie della Societa Astronomica Italiana Supplement, **18**, 185 (2011)

- [15] N. Bissantz et al., Monthly Notice of the Royal Astronomical Society, **340**, issue 3, 949 (2003)
- [16] B. J. Weiner, J. A. Sellwood, The Astrophysical Journal, **524**, issue 1, 112, (1999)
- [17] C. Allen, E. Moreno, B. Pichardo, The Astrophysical Journal, **652**, issue 2, 1150, (2006)
- [18] C. Allen, E. Moreno, B. Pichardo, The Astrophysical Journal, **674**, issue 1, 237, (2008)
- [19] A. D.Klinichev, E. V. Glushkova, A. K. Dambis, L. N. Yalyalieva, Astron. Rep. (2018), in press.
- [20] M. B. Taylor, Astronomical Society of the Pacific Conference Series, **351**, 666 (2006)
- [21] D. Michalik, L. Lindegren, D. Hobbs, Astron. and Astrophys. , 574, 115 (2015)
- [22] N. Zaharias, C. Finch, J. Flouard, Astron. J.**153**, 166 (2017)
- [23] A. С. Расторгуев и др., Астрофизический бюллетень, **72**, N 2, 134, (2017)
- [24] W.E. Harris, Astron. J. **112**, 1487 (1996) (2010 edition)
- [25] R. de la Fuente Marcos, C. de la Fuente Marcos, C. Moni Bidin, S. Ortolani, G. Carraro, A&A **581**, A13, (2015)
- [26] A. Koch, C.J. Hansen, A. Kunder, A&A **604**, A41, (2017)
- [27] B. Dias, B. Barbuy, I. Saviane, E.V. Held, G.S. Da Costa, S. Ortolani, M. Gullieuszik, M., S. Vasquez, A&A **590**, A9, (2016)
- [28] Gaia Collaboration, A. Helmi, F. van Leeuwen et al., A&A, (2018), in press