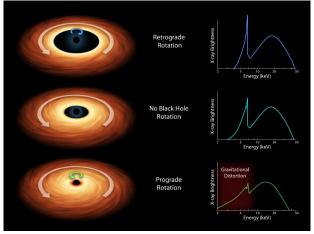
Торможение вращения черной дыры излучением нестандартного диска

Павел Аболмасов

ГАИШ, 2013

Для чего это надо?

Учимся мерить моменты вращения ЧД, и, может быть, скоро научимся...





Координаты, скорости + два параметра - масса M и момент вращения:

$$J = a \frac{GM^2}{c}$$

(th запрета на *a*??)

$$R_{sing} = a \frac{GM}{c}$$

$$r_{ISCO} = 3 + Z_2 - \sqrt{(3 - Z_1)(3 + Z_1 + 2Z_2)},$$
 (1)

where:

$$Z_1 = 1 + \left(1 - a^2\right)^{1/3} \left(\left(1 + a\right)^{1/3} + \left(1 - a\right)^{1/3}\right)$$

$$Z_2 = \sqrt{3a^2 + Z_1^2}$$

Удельный (на единицу приобретенной полной массы) момент при a o 1

$$rac{L^{\dagger}}{E^{\dagger}}
ightarrow 2 rac{GM}{c}$$

Удельный момент ЧД:

$$j_{BH} = a \times \frac{GM}{c}$$

Аккреция из экваториальной плоскости

$$rac{dM}{dt} = E^{\dagger}(R_{ISCO})\dot{M}$$
 $rac{dJ}{dt} = L^{\dagger}(R_{ISCO})\dot{M}$

$$rac{dJ}{dt} = L^{\dagger}(R_{ISCO})\dot{M}_{ISCO}$$

Аккреция из экваториальной плоскости

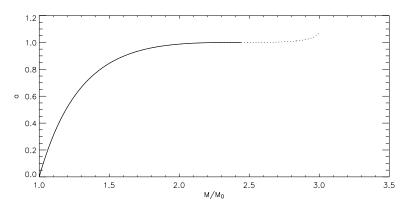
$$\frac{da}{d\ln M} = \frac{L^{\dagger}}{E^{\dagger}} - 2a$$

$$(GM=c=1)$$

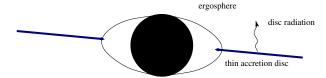
 \dot{E}^\dagger и L^\dagger – удельные (на единицу массы покоя) энергия и момент для аккрецирующего вещества

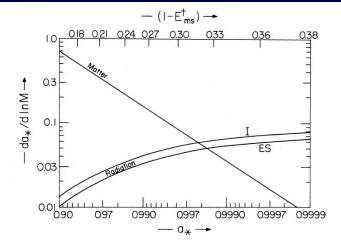
Аккреция из экваториальной плоскости

$$\frac{da}{d\ln M} = \frac{L^{\dagger}}{E^{\dagger}} - 2a$$

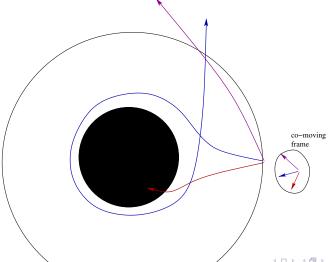


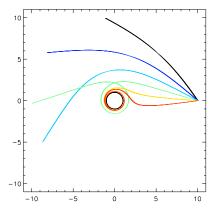
Thorne (1974), релятивистский тонкий диск



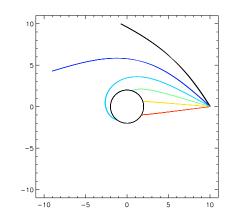


$$\delta a_{eq} \simeq 2 imes 10^{-3}$$

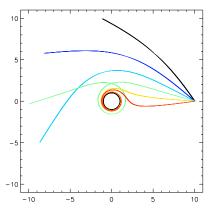




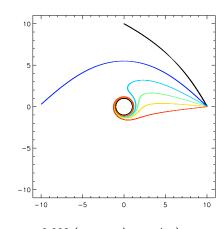
$$a = 0.998, r_{in} = 10$$



$$a = 0, r_{in} = 10$$



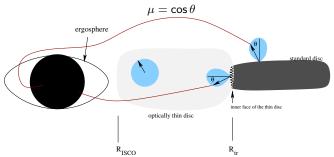
$$a = 0.998, r_{in} = 10$$



a = 0.998 (retrograde rotation), $r_{in} = 10$

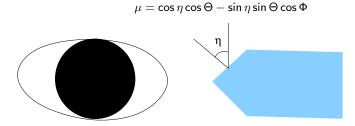
$$= 10$$

Диаграмма направленности



Локальный поток в единице телесного угла с единицы площади (не интенсивность!):

Диаграмма направленности (произвольный угол наклона)



Система отсчета, обращающаяся вместе с диском (orbiting frame)

метрика вблизи экваториальной плоскости:

$$\alpha^2 = \frac{r^2 \Delta}{\Sigma^2}$$

$$\Sigma^2 = r^4 + r^2 a^2 + 2ra^2 = r^4 A$$

$$ds^{2} = -\alpha^{2}dt^{2} + \frac{\Sigma^{2}}{r^{2}} \left(d\varphi - \omega_{LT}dt\right)^{2} + \frac{r^{2}}{\Delta}dr^{2} + dz^{2}$$

$$\Delta = r^2 - 2r + a^2$$

$$\omega_{LT} = \frac{1}{r^{3/2} + a} = \mathcal{B}^{-1} r^{-3/2}$$

Система отсчета движется с кеплеровской угловой скоростью $\Omega_K = (r^{3/2} + a)^{-1}$.

Orbiting tetrad

$$\omega^{\hat{t}} = \frac{1}{u^{t}} \times \left(dt - \frac{\alpha^{2}}{g_{\varphi\varphi}} \left(\Omega - \omega_{LT} \right) \times \left(d\varphi - \Omega dt \right) \right) = C^{-1/2} \times \left(\mathcal{G}dt - \sqrt{r}\mathcal{F}d\varphi \right)$$
(2)

$$\omega^{\hat{\varphi}} = \frac{1}{u^{t}} \times \frac{\sqrt{g_{\varphi\varphi}}}{\alpha} \left(-\Omega dt + d\varphi \right) = \mathcal{C}^{-1/2} \times \left(-\sqrt{\frac{\mathcal{D}}{r}} dt + r\mathcal{B}\sqrt{\mathcal{D}} d\varphi \right)$$
(3)

$$\omega^{\hat{r}} = \sqrt{g_{rr}} dr = \mathcal{D}^{-1/2} dr \tag{4}$$

$$\omega^{\hat{z}} = dz \tag{5}$$

(Novikov & Thorne, 1973)

Параметры фотона

$$\begin{split} -n_t &= -\omega_t^{\hat{\mathbf{a}}} n_{\hat{\mathbf{a}}} = \frac{1}{\sqrt{\mathcal{C}}} \times \left(\mathcal{G} + \sqrt{\frac{\mathcal{D}}{r}} \sin \Theta \sin \Phi \right) \\ n_\varphi &= \omega_\varphi^{\hat{\mathbf{a}}} n_{\hat{\mathbf{a}}} = \frac{1}{\sqrt{\mathcal{C}}} \times \left(\sqrt{r} \mathcal{F} + r \mathcal{B} \sqrt{\mathcal{D}} \sin \Theta \sin \Phi \right) \end{split}$$

 $n_{\hat{r}} = -1;$ $n_{\hat{\varphi}} = \sin \Theta \sin \Phi;$ $n_{\hat{r}} = \sin \Theta \cos \Phi;$ $n_{\hat{z}} = \cos \Theta;$

Судьба фотона

Можно аналитически просчитать траекторию (Carter, 1968)

Судьба фотона

Можно аналитически просчитать траекторию (Carter, 1968) Уравнение для радиальной координаты фотона:

$$W(r,\theta)\left(\frac{dr}{d\lambda}\right)^2+V(r)=Q^{-2}$$

Нужно только найти точку поворота (внутри ЧД она или снаружи?), поэтому зависимость от θ неважна.

Судьба фотона

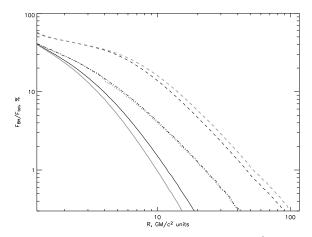
Можно аналитически просчитать траекторию (Carter, 1968) Уравнение для радиальной координаты фотона:

$$W(r,\theta)\left(\frac{dr}{d\lambda}\right)^2 + V(r) = Q^{-2}$$

Нужно только найти точку поворота (внутри ЧД она или снаружи?), поэтому зависимость от θ неважна.

Методика Thorne (1974), Приложение А

Доля захваченного излучения



сплошное – тонкий диск, штриховые – радиальная (переходная) фотосфера, пунктир/штрихпунктир – изотропное излучение



Изменение массы и момента импульса:

(интегрируем по углам в сопутствующей системе, потом по поверхности диска)

$$\left(\frac{dM}{dt}\right)_{rad} = \int_{\mathsf{disc \ surface}} F(R) \left(\int_{\mathsf{co-moving}\ \Omega} i(\Theta, \Phi, R) n_t C_{\mathsf{BH}}(\Theta, \Phi, R) d\Omega\right) R dR d\varphi$$

$$\left(\frac{dJ}{dt}\right)_{rad} = \int_{\text{disc surface}} F(R) \left(\int_{\text{co-moving }\Omega} i(\Theta, \Phi, R) n_{\varphi} C_{BH}(\Theta, \Phi, R) d\Omega\right) R dR d\varphi$$

Здесь dA=RdRdarphi — элемент площади поверхности диска. $C_{BH}=1$, если фотон падает в ЧД, 0 в противном случае.

Уравнение раскрутки:

$$\frac{da}{d\ln M} = \frac{L^{\dagger} + (dJ/dt)_{rad}/M}{E^{\dagger} + (dE/dt)_{rad}/\dot{M}} - 2a \tag{6}$$

Гибридный диск

Оптически толстый, геометрически тонкий релятивистский диск снаружи радиуса $R_{tr}+$ оптически тонкий диск внутри $R_{tr}+$ переходная зона, в которой излучается энергия, запасенная в излучении

$$\left(\frac{dE}{dt}\right)_{rad} = \int_{R_{in}}^{R_{tr}} RF(R)dR \int_{\Omega} n_{t} C_{BH}(\Theta, \Phi, R)d\Omega + \\
+ L_{tr} \times \int_{\Omega} i_{r}(\Theta, \Phi) n_{t} C_{BH}(\Theta, \Phi, R_{tr})d\Omega - L_{diff} \times \int_{\Omega} n_{t} C_{BH}(\Theta, \Phi, R_{tr} + \Delta R)i_{s}(\Theta, \Phi)d\Omega + \\
+ \int_{R_{tr}}^{+\infty} RF(R)dR \int_{\Omega} n_{t} C_{BH}(\Theta, \Phi, R)i_{s}(\Theta, \Phi)d\Omega$$
(7)

$$\left(\frac{dJ}{dt}\right)_{rad} = \int_{R_{in}}^{R_{tr}} RF(R)dR \int_{\Omega} n_{\varphi} C_{BH}(\Theta, \Phi, R)d\Omega + \\
+ L_{tr} \times \int_{\Omega} i_{r}(\Theta, \Phi)n_{\varphi} C_{BH}(\Theta, \Phi, R_{tr})d\Omega - L_{diff} \times \int_{\Omega} n_{\varphi} C_{BH}(\Theta, \Phi, R_{tr} + \Delta R)i_{s}(\Theta, \Phi)d\Omega + \\
+ 4\pi \int_{R_{tr}}^{+\infty} RF(R)(R)dR \int_{\Omega} n_{\varphi} C_{BH}(\Theta, \Phi, R)i_{s}(\Theta, \Phi)d\Omega$$
(8)

Излучение с переходного радиуса:

$$\begin{split} L_{tr} &= L_{diff} + L_{adv} \simeq 4\pi RHF_{SD} + 2\pi R \times U_{rad}v^{\hat{r}} = \\ &= 2\pi RHF_{SD} \times \left(1 + 4K\frac{1}{c}\left(\frac{T_{e}}{T_{eff}}\right)^{4}v^{\hat{r}}\right) = 2\pi RHF_{SD} \times \left(1 + 4Kv^{\hat{r}} \times \left(1 + \frac{3}{8}\tau\right)\right), \end{split} \tag{9}$$

Излучение с переходного радиуса:

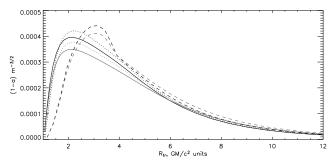
$$L_{tr} = L_{diff} + L_{adv} \simeq 4\pi RHF_{SD} + 2\pi R \times U_{rad}v^{r} =$$

$$= 2\pi RHF_{SD} \times \left(1 + 4K\frac{1}{c}\left(\frac{T_{c}}{T_{eff}}\right)^{4}v^{\hat{r}}\right) = 2\pi RHF_{SD} \times \left(1 + 4Kv^{\hat{r}} \times \left(1 + \frac{3}{8}\tau\right)\right),$$
(9)

диффузионную светимость L_{diff} отнимаем у стандартного диска! (отсюда еще один, отрицательный, член в выражениях для dM/dt и dJ/dt)

Равновесные а для переходной фотосферы

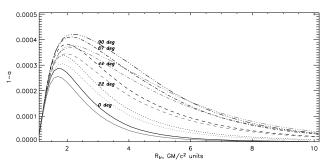
Без собственно диска. Равновесное δa (нормированные на $\dot{m}^{3/2}$) как функция переходного радиуса R_{tr} (разные темпы аккреции):



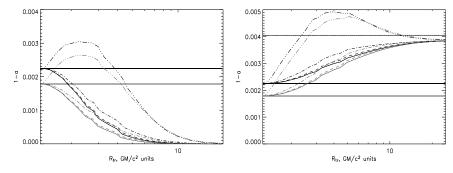
References

Равновесные а для переходной фотосферы

То же для разных наклонов η (для $\dot{m} = 1$):



Равновесные а для гибридного диска



То же. Слева внутренний диск ничего не излучает, справа излучает столько же, сколько стандартный. Горизонтальные линии — торновские предельные значения $\delta a \simeq 0.0018$ и 0.0022 и $\delta a \simeq 0.004$ (предельное для прозрачного диска)

Вклад оптически тонкого диска:

- 1. Низкая эффективность $\epsilon \ll 1$
- 2. Отклонения от кеплеровского вращения ($C_1 \neq 1$)

Случай $\delta a^{1/3} \ll 1$

$$L^{\dagger}(R_{ISCO}) = \frac{2}{\sqrt{3}} \times \left(1 + 2^{2/3} \delta a^{1/3} + 2^{-5/6} \delta a^{2/3}\right) + O(\delta a) \tag{10}$$

$$E^{\dagger}(R_{ISCO}) = \frac{1}{\sqrt{3}} \times \left(1 + 2^{2/3} \delta a^{1/3} - \frac{5}{3} 2^{-8/3} \delta a^{2/3}\right) + O(\delta a)$$
 (11)

Зависимость от локальной эффективности

$$\frac{da}{d \ln M} \simeq 2 \left[\left(2^{-5/6} + \frac{5}{3} 2^{-8/3} \right) \delta a^{2/3} + \sqrt{3} \left(J'_{rad} - E'_{rad} \right) \right], \tag{12}$$

=>

$$\delta a_{eq} \propto \left(J'_{rad} - E'_{rad}\right)^{3/2}$$

В частности, для изотропного излучения оптически тонкого диска:

$$\delta a_{eq} \simeq 0.00405 \times \epsilon^{3/2}$$

Некеплерово вращение

$$L^{\dagger} \rightarrow C_1 L^{\dagger}$$

=>

$$\frac{da}{d \ln M} \simeq 2C_1 \left[3 \times 2^{-2/3} \delta a^{2/3} - \left(\frac{1}{C_1} - 1 \right) \right],$$

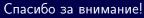
$$\delta a_{eq} \simeq 2 imes 3^{-3/2} \left(rac{1}{C_1} - 1
ight)^{3/2}$$

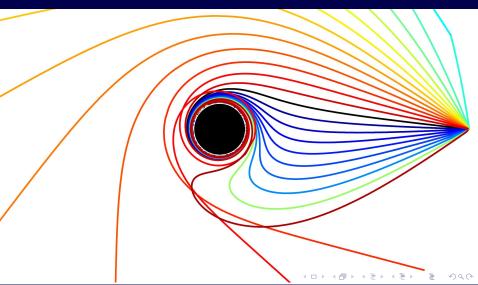
Резюме:

- излучение толстого диска не может обеспечить тормозящий момент, существенно больший, чем торновский
- гибридный диск, при благоприятном стечении обстоятельств, может повысить δa примерно в полтора раза
- вдвое больше может дать оптически тонкий, радиационно эффективный диск (но где же такой взять?)
- изотропно переизлучающая корона? (спасибо Е. А. Васильеву за идею!)
- оптически тонкий кеплеровский диск, излучающий $\epsilon < 1$ выделяемой гравитационной энергии, может раскрутить до равновесного $\delta a_{eq} \simeq 0.00405 imes \epsilon^{3/2}$
- нужно учитывать отклонения от кеплеровского вращения, если его величина больше нескольких процентов

После резюме

- есть другие эффекты: магнитные поля, наклон диска, слияния ЧД etc.
- ▶ пока наблюдательных оценок керровских параметров немного и они плохо согласуются друг с другом, но всё может измениться...





Bardeen J. M., 1970, Nature, 226, 64

Carter B., 1968, Physical Review, 174, 1559

Novikov I. D., Thorne K. S., 1973, in Dewitt C., Dewitt B. S., eds, Black Holes (Les Astres Occlus) Astrophysics of black holes.. pp 343–450

Thorne K. S., 1974, ApJ, 191, 507



References