Наблюдательные аспекты моделей расширенной гравитации

(по материалам кандидатской диссертации)

Ранну К.А.

Научный руководитель
Алексеев С.О.

ГАИШ МГУ

01.04.2014

Содержание

Модель Гаусса-Бонне

$$S = \frac{1}{16\pi}\int d^4x\sqrt{-g}\left(-R + 2\partial_\mu\phi\,\partial^\mu\phi - e^{-2\phi}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \lambda e^{-2\phi}S_{GB}\right),$$

$$ds^2 = \Delta dt^2 - \frac{1}{\Delta}dr^2 - f^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2)$$

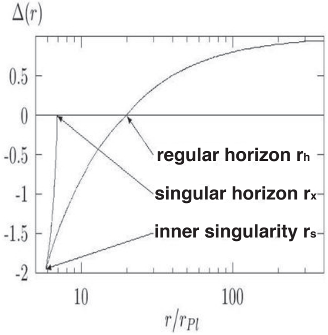
$$\phi = \phi_0 + \frac{D}{r} + \dots$$

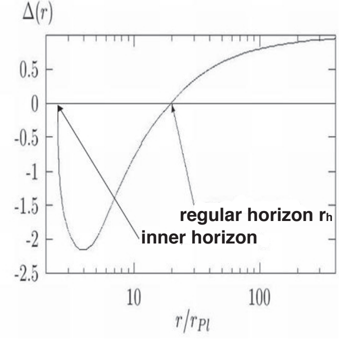
$$F = q\sin\theta\; d\theta \wedge d\varphi$$

1991 Garfincle, Horowitz, Strominger, Phys. Rev. D **43**, 3140
1997 Alexeyev, Pomazanov, Phys. Rev. D **55**, 2110
2009 Alexeyev, Barrau, Rannu, Phys. Rev. D **79**, 067503

Метрическая функция $\Delta(r)$ и критический заряд

Критический заряд — значение магнитного заряда, при котором внутренняя сингулярность исчезает, ее заменяет локальный минимум функции $\Delta(r)$

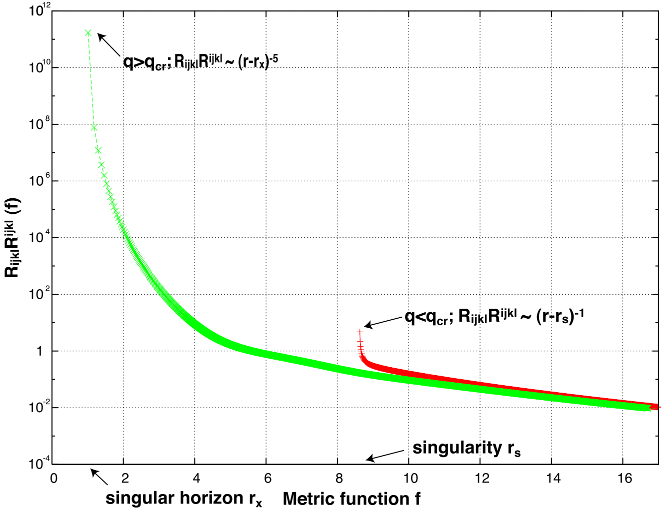




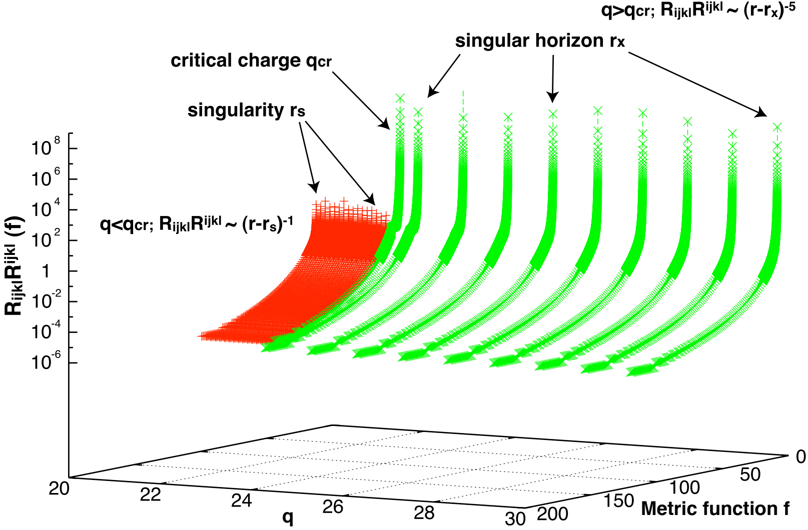
1997 Alexeyev, Pomazanov, Phys. Rev. D **55**, 2110

2001 Alexeev, Sazhin, Pomazanov, Int. J. Mod. Phys. D **10** 225

Инвариант кривизны $R_{ijkl}R^{ijkl}(f)$



Инвариант кривизны $R_{ijkl}R^{ijkl}(q, f)$



Выводы к главе 2

В найденном ранее решении Максвелла-Гаусса-Бонне исследовано поведение инварианта кривизны вблизи внутренней сингулярности, возникающей при большом магнитном заряде ($q > q_{cr} = 33.4$ для $M = 100$).
Показано, что вблизи сингулярного горизонта r_x инвариант кривизны расходится быстрее ($(r - r_x)^{-5}$), чем вблизи сингулярности r_s ($(r - r_s)^{-1}$), поэтому сингулярность в точке r_x намного сильнее, чем в r_s:

при $\quad f \to f_s \quad \mathbf{R_{ijkl}R^{ijkl} \sim const_1 \times (f - f_s)^{-1}}$

при $\quad f \to f_x \quad \mathbf{R_{ijkl}R^{ijkl} \sim const_2 \times (f - f_x)^{-5}}$

Параметризованный постньютоновский формализм

Постньютоновский предел:

- приближение слабого поля;
- асимптотически-плоское пространство;
- материя — идеальная жидкость.

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}$$

$\eta_{\mu\nu}$ — метрика Минковского,

$$h_{00}(1/r) \sim O(1) + O(2)$$
$$h_{0j}(1/r) \sim O(3)$$
$$h_{ij}(1/r) \sim O(1)$$

1981 Уилл «Теория и эксперимент в гравитационной физике»

Экспериментальные значения параметров Эддингтона

ППН-параметр	Физический смысл	Экспериментальное значение	Эффекты
γ	кривизна пространства, создаваемая единицей массы покоя	$1 + 2.3 \times 10^{-5}$	задержка, отклонение света
β	степень нелинейности закона суперпозиции для гравитации	$1 + 1.1 \times 10^{-4}$	эффект Нордтведта, смещение перигелия

2009 Турышев, УФН **179**, 3

Постньютоновское разложение метрики Гаусса-Бонне

ППН:

$$h_{00} \sim \frac{1}{r^2}$$

Гаусс-Бонне:

$$\mathbf{h_{00}^{GB} = 8\,\frac{DM}{r^4}}$$

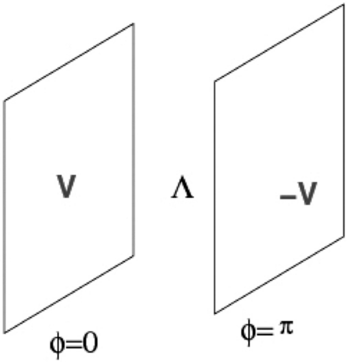
Низко-энергетический эффективный предел струнного действия

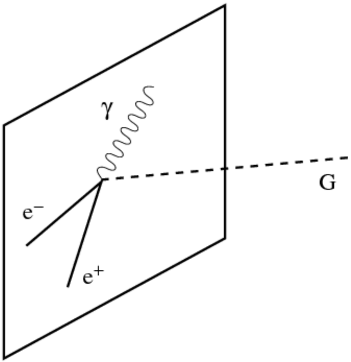
Установлено, что вклад квадратичной поправки по кривизне соотетствует третьему постньютоновскому порядку, поэтому ее присутствие не может быть зарегистрировано в рамках экспериментов по измерению постньютоновских параметров в Солнечной системе.

Модель Гаусса-Бонне является частным случаем гравитации Лавлока, однако вклад в параметризацию метрики поправок более высокого порядка, начиная с третьего, будет еще слабее, чем вклад квадратичной поправки.

Выводы для гравитации Лавлока справедливы и для других моделей $f(R)$, включающих ряд поправок по кривизне и удовлетворяющих требованиям ППН-формализма.

Модель Рандалл-Сандрума





1999 Randall, Sundrum,

Phys. Rev. Lett. **83**, 3370 Phys. Rev. Lett. **83**, 4690

Решение Фигураса-Вайсмана

$$
\begin{aligned}
G_{\mu\nu} = {} & 8\pi G_4 T^{brane}_{\mu\nu} + \\
& + \epsilon^2 \left\{ 16\pi G_4 \langle T^{CFT}_{\mu\nu}[g] \rangle + a_{\mu\nu}[g] + \log\epsilon \; b_{\mu\nu}[g] \right\} + \\
& + O(\epsilon^4 \log\epsilon),
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
a_{\mu\nu}[g] = & -\frac{1}{4}\nabla^2 R_{\mu\nu} + \frac{1}{12}\nabla_\mu\nabla_\nu R + \frac{1}{24}\nabla^2 R g_{\mu\nu} + \frac{1}{6} R R_{\mu\nu} + \\
& + \frac{1}{8} R_{\alpha\beta}R^{\alpha\beta} g_{\mu\nu} - \frac{1}{24} R^2_{\mu\nu} - \frac{1}{2} R_{\mu\alpha\nu\beta}R^{\alpha\beta},
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
b_{\mu\nu}[g] = & -\frac{1}{2}\nabla^2 R_{\mu\nu} + \frac{1}{6}\nabla_\mu\nabla_\nu R + \frac{1}{12}\nabla^2 R g_{\mu\nu} + \frac{1}{3} R R_{\mu\nu} + \\
& + \frac{1}{4} R_{\alpha\beta}R^{\alpha\beta} g_{\mu\nu} - \frac{1}{12} R^2_{\mu\nu} - R_{\mu\alpha\nu\beta}R^{\alpha\beta},
\end{aligned}
$$

2011 Figueras, Wiseman, Phys. Rev. Lett. **107** 081101

Постньютоновская параметризация решения Фигураса-Вайсмана

$$\mathbf{h}_{00}^{\mathbf{FW}} = \frac{\epsilon^2}{\mathbf{l}^2} \frac{\mathbf{121}}{\mathbf{27}} \frac{\mathbf{M}^4}{\mathbf{r}^2}$$

$$\beta = 1 - \frac{\epsilon^2}{\mathbf{l}^2} \frac{\mathbf{121}}{\mathbf{108}} \mathbf{M}^2$$

Решение Абдолрахими-Пейджа

$$ds^2 = -\left(1 - \frac{2M}{r}\right) dt^2 + \left[r^2 + \frac{F}{-\Lambda_5}\right] d\Omega^2 + \\ + \left[1 - \frac{1}{-\Lambda_5 r^2}\,\frac{r-2M}{r-1.5M}\left(F - r\,\frac{dF}{dr}\right)\right]\left(1 - \frac{2M}{r}\right)^{-1} dr^2,$$

$$F = 1 - 1.1241\left(\frac{2M}{r}\right) + 1.956\left(\frac{2M}{r}\right)^2 + \cdots + 2.900\left(\frac{2M}{r}\right)^{11}$$

2012 Abdolrahimi, Cattoen, Page, Yaghoobpour-Tari, JCAP **06**, 039

Постньютоновская параметризация решения Абдолрахими-Пейджа

$$g_{\mu\nu} = g_{\mu\nu}^{Sch} \quad \text{до} \quad \frac{1}{r^2},$$

$$\pi_{\mu\nu} \sim T_{\mu\nu}^2 \sim \frac{1}{r^6}, \quad E_{\mu\nu} = 0 \text{ for AdS}_5$$

2000 Maartens, Phys. Rev. **D62** 084023

$$\downarrow$$

$$h_{00}^{AP} = \frac{l^2 M^2}{96 r^4}$$

Выводы к главе 3

- На основании исследования постньютоновского разложения решения Фигураса-Вайсмана для модели Рандалл-Сандрума II сделан вывод о возможности отрицательной нелинейности суперпозиции для гравитации, однако этот эффект достаточно мал (меньше, чем точность измерения параметра β).
- На основании исследования постньютоновского разложения решения Абдолрахими-Пейджа показано полное согласие с ОТО в требуемом порядке.

Модель Рандалл-Сандрума хорошо согласуется с ОТО и результатами наблюдений в солнечной системе.

Модель Бранса-Дикке

- одна из первых расширенных теорий гравитации с безмассовым скалярным полем;
- в теорию естественным образом входит скалярное поле, которое требуется для теории ранней Вселенной (инфляция) и может обеспечить ее ускоренное расширение, наблюдаемое сегодня (роль космологической постоянной);
- нулевое приближение возможных моделей квантовой гравитации.

$$S = \frac{1}{16\pi} \int d^4x \, \sqrt{-g} \, \left(- \phi R + \frac{\omega}{\phi} \, g^{\mu\nu} \phi_{,\mu} \phi_{,\nu} + L_{matter} \right)$$

R — скалярная кривизна

ϕ — безмассовое скаляное поле

ω — параметр Бранса-Дикке

1988 Morris, Thorne, Am. J. Phys. **56** 395

Метрика для кротовой норы в теории Бранса-Дикке

$$ds^2 = -\, e^{\alpha_0} \left(\frac{1 - \frac{B}{\rho}}{1 + \frac{B}{\rho}} \right)^{\frac{2}{\lambda}} dt^2 + e^{\beta_0} \left(1 + \frac{B}{\rho} \right)^4 \left(\frac{1 - \frac{B}{\rho}}{1 + \frac{B}{\rho}} \right)^{\frac{\lambda - C - 1}{\lambda}} \left(d\rho^2 + \rho^2 d\Omega^2 \right)$$

$$\phi = \phi_0 \left(\frac{1 - B/\rho}{1 + B/r} \right)^{C/\lambda}, \ \lambda = \sqrt{\frac{2\omega + 3}{2\omega + 4}}, \ B = \frac{M}{2\phi_0} \sqrt{\frac{2\omega + 4}{2\omega + 3}}, \ C = -\, \frac{1}{\omega + 2}$$

$\phi_0 = \phi(\infty)$, $\qquad M$ — масса кротовой норы

1961 Brans, Dicke, Phys. Rev. **124** 925

Проходимая кротовая нора $\rightarrow \omega < -\,2$

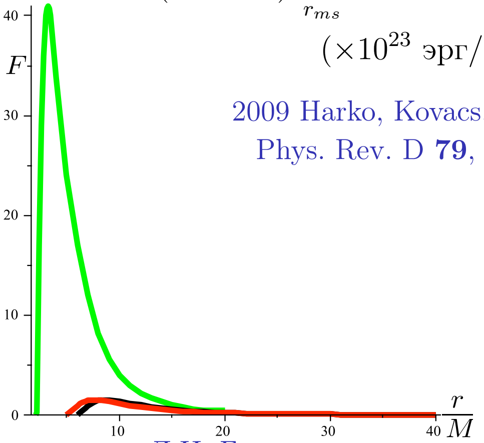
1995 Agnese, La Camera, Phys. Rev. D **51** 2011

По данным Кассини $\rightarrow |\omega| > 50000$

2003 Bertotti et al., Nature **425** 374

Поток энергии при аккреции

$$F(r) = -\frac{\dot{M}_0}{4\pi\sqrt{-g}}\frac{\Omega_{,r}}{(\tilde{E}-\Omega\tilde{L})^2}\int\limits_{r_{ms}}^{r}(\tilde{E}-\Omega\tilde{L})\,\tilde{L}_{,r}\,dr$$



$(\times 10^{23}$ эрг/см^2/с$)$

2009 Harko, Kovacs, Lobo, Phys. Rev. D **79**, 064001

Д.И. Гареева

2011 Алексеев, Гареева, Ранну, ЖЭТФ **140** 722

Горловина и максимальный прицельный параметр

Горловина кротовой норы:

$$\frac{\partial}{\partial \rho}\left(g_{\theta\theta}\right)\Bigg|_{\rho=\rho_0} = 0$$

ρ_0 — изотропная радиальная координата горловины.

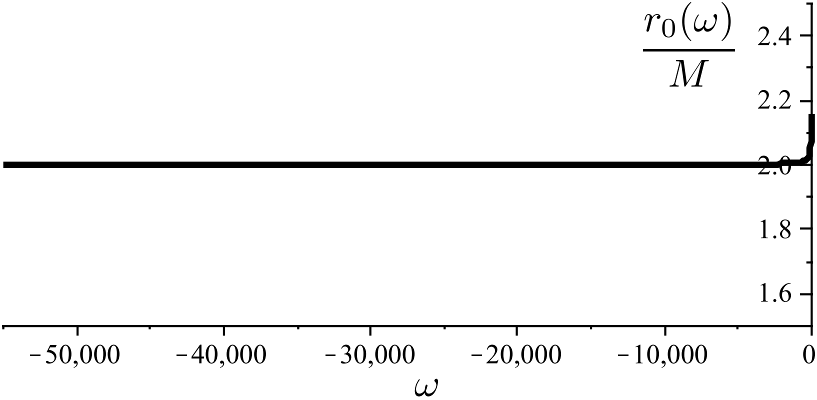
Максимальный прицельный параметр:

$$h^2_{max} = \min\left(-\frac{g_{\theta\theta}}{g_{tt}}\right)$$

2009 Шацкий, УФН 179 861

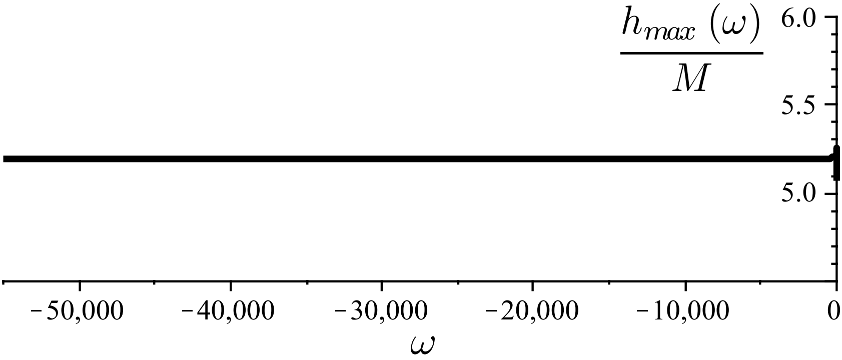
Радиус горловины кротовой норы

$$\rho_0 = \frac{\sqrt{2}\mathbf{B}}{2}\left(\frac{\mathbf{2}\,|\omega+\mathbf{1}| \pm \sqrt{-\mathbf{8}-\mathbf{6}\omega}}{\sqrt{(\mathbf{2}\omega+\mathbf{3})(\omega+\mathbf{2})}}\right) \approx \mathbf{2M}$$



Максимальный прицельный параметр

$$\mathbf{h_{max} \approx 5.18M \approx 3\sqrt{3}M}$$



Выводы к главе 4

- Найден радиус горловины кротовой норы Бранса-Дикке в произвольных координатах $r_0 = 2M$, что совпадает с гравитационным радиусом Шварцшильда для черной дыры такой же массы.
- Найден максимальный прицельный параметр кротовой норы Бранса-Дикке $h_{max} \approx 5.18M \approx 3\sqrt{3}M$ почти для всех допустимых значений ω максимальный, что совпадает с максимальным прицельным параметром для черной дыры Шварцшильда.

Показано, что для удаленного наблюдателя кротовые норы Бранса-Дикке являются асимптотически шварцшильдовскими, поэтому следует искать их по результатам наблюдений именно в этом качестве.

Положения, выносимые на защиту 1

На основании исследования постньютоновского разложения низко-энергетического эффективного предела струнной гравитации и решений модели Рандалл-Сандрума для больших черных дыр показано, что предсказания моделей с поправками по кривизне и дополнительным некомпактным измерением полностью согласуются с ОТО в пределах современных измерений в Солнечной системе. Для решения Фигураса-Вайсмана в модели Рандалл-Сандрума II с одной браной продемонстрирована возможность слабого эффекта отрицательной нелинейности суперпозиции для гравитации. Для решения Гаусса-Бонне в рамках эффективного предела струнной гравитации и решения Абдолрахими-Пейджа в модели Рандалл-Сандрума II показано полное соответствие общей теории относительности до третьего постньютоновского порядка. Вывод для струнной гравитации обобщен на модели $f(R)$ с ньютоновским пределом.

Положения, выносимые на защиту 2

Найдены изотропическая радиальная координата горловины и максимальный прицельный параметр для кротовой норы Бранса-Дикке. Показано, что эти величины совпадают с аналогичными величинами для черной дыры Шварцшильда. На основании этих результатов сделан вывод, что кротовая нора Бранса-Дикке может рассматриваться как «квазишварцшильдовский» компактный объект и играет роль базового решения в расширенной гравитации. Также сделан вывод, что результаты наблюдений отклонения света при прохождении через кротовую нору позволят отличить кротовую нору Бранса-Дикке от кротовых нор в других моделях гравитации.

Положения, выносимые на защиту 3

На основании исследования поведения инварианта кривизны под горизонтом черной дыры Максвелла-Гаусса-Бонне установлено, что внутренний горизонт, возникающий при магнитном заряде, превышающем критическое значение, является сингулярным. Показано, что при достижении магнитным зарядом своего критического значения, имеет место фазовый переход, в результате которого дополнительная ветвь решения, нефизичная при нулевом или малом заряде, реализуется и становится гладким продолжением основного решения до внутреннего горизонта. Также установлено, что сингулярность на внутреннем горизонте намного сильнее, чем внутренняя сингулярность в случае малого заряда. Таким образом, фазовый переход при критическом заряде изменяет внутреннюю структуру черной дыры Максвелла-Гаусса-Бонне, но не сказывается на природе данного компактного объекта.

Список публикаций 1

- S.O. Alexeyev, A. Barrau, K.A. Rannu, *«Internal structure of a Maxwell-Gauss-Bonnet black hole»* Phys. Rev. D **79** 067503 (2009)
- С.О. Алексеев, К.А. Ранну, Д.В. Гареева, *«Возможные наблюдательные проявления кротовых нор в теории Бранса-Дикке»*, ЖЭТФ **140** 722 (2011)
- С.О. Алексеев, К.А. Ранну, *«Черные дыры Гаусса-Боннэ и возможности их экспериментального поиска»*, ЖЭТФ **3** 463 (2012)
- K.A. Rannu, S.O. Alexeyev, A. Barrau, *«Study on internal structure of Maxwell-Gauss-Bonnet black hole»* Journal of Physics: Conference Series **229** 012061 (2010)
- K.A. Rannu, S.O. Alexeyev, A. Barrau, *«Internal structure of a Maxwell-Gauss-Bonnet black hole»*, Труды международной конференции «QUARKS-2010» **1** 143 (2010)
- K.A. Rannu, S.O. Alexeyev, A. Barrau, *«Internal structure of a Maxwell-Gauss-Bonnet black hole»* Proceedings of Science QFTHEP2010 079 (2010)

Список публикаций 2

- K.A. Rannu, S.O. Alexeyev, D.V. Gareeva, *«Brans-Dicke wormholes: possibility for observations and distinction»*, AIP Conf. Proc. **1458** 515 (2012)
- K.A. Ранну, П.И. Дядина, *«Экспериментальные проверки расширенных теорий гравитации»*, Ученые записки физического факультета **4** 134801 (2013)
- P.I. Dyadina, K.A. Rannu, S.O. Alexeyev, *«Post-newtonian limits for Lovelock gravity with scalar field»*, Труды международной конференции «Black and Dark Topics in Modern Cosmology and Astrophysics» 23 (2013)
- K.A. Rannu, S.O. Alexeyev, P.I. Dyadina, *«Post-newtonian limits for brane-world model»*, Труды международной конференции «Black and Dark Topics in Modern Cosmology and Astrophysics» 34 (2013)

Список аппробаций

- «Frontiers in Black Hole Physics», Дубна, май 2009
- «Spanish Relativity Meeting (ERE 2009)», Бильбао, сентябрь 2009
- «QUARKS-2010», Коломна, июнь 2010
- «QFTHEP2010», Голицыно, сентябрь 2010
- «40-ая студенческая научная конференция Физика Космоса», Коуровка, февраль 2011
- «Black Holes VIII. Theory & Mathematical aspects», Ниагара, май 2011
- «Spanish Relativity Meeting (ERE 2011)», Мадрид, август 2011
- «Ломоносовские чтения», Москва, ноябрь 2011
- «QUARKS-2012», Ярославль, июнь 2012
- «ЛОМОНОСОВ», Москва, апрель 2013
- «Black and Dark Topics in Modern Cosmology and Astrophysics», Дубна, сентябрь 2013

Спасибо
за внимание

Асимптотики

- Асимптотика на горизонте событий $\big((r-r_h)\ll 1\big)$:

$$\Delta = d_1(r-r_h) + d_2(r-r_h)^2 + O\left((r-r_h)^2\right)$$
$$f = f_0 + f_1(r-r_h) + f_2(r-r_h)^2 + O\left((r-r_h)^2\right)$$
$$E = E_0 + \phi_1(r-r_h) + \phi_2(r-r_h)^2 + O\left((r-r_h)^2\right)$$

1997 Alexeyev, Pomazanov, Phys. Rev. D **55**, 2110

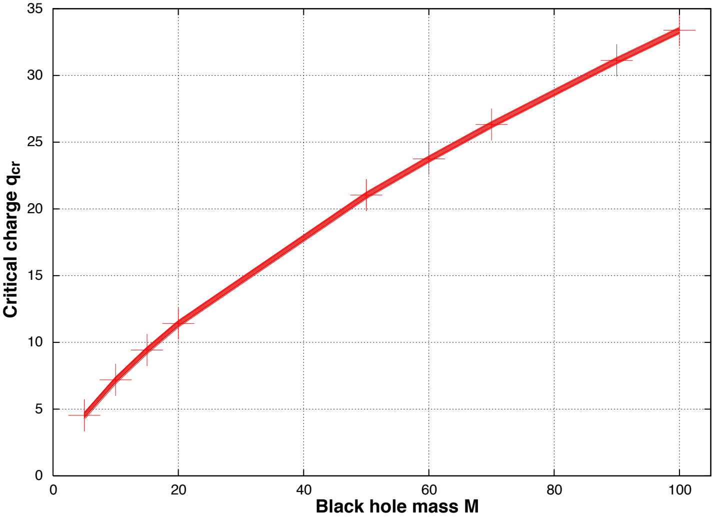
- Асимптотика на бесконечности — решение GM-GHS:

$$ds^2 = \left(1-\frac{2M}{r}\right)dt^2 - \left(1-\frac{2M}{r}\right)^{-1}dr^2 - r\left(r-\frac{q^2E_0}{M}\right)d\Omega$$
$$E = E_0 - \frac{q^2}{Mr}$$

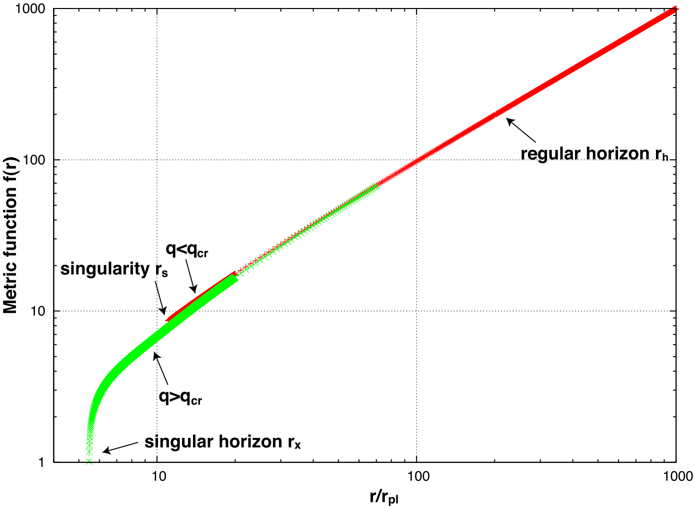
1988 Gibbons, Maeda, Nucl. Phys. B **298**, 741

1991 Garfincle, Horowitz, Strominger, Phys. Rev. D **43**, 3140

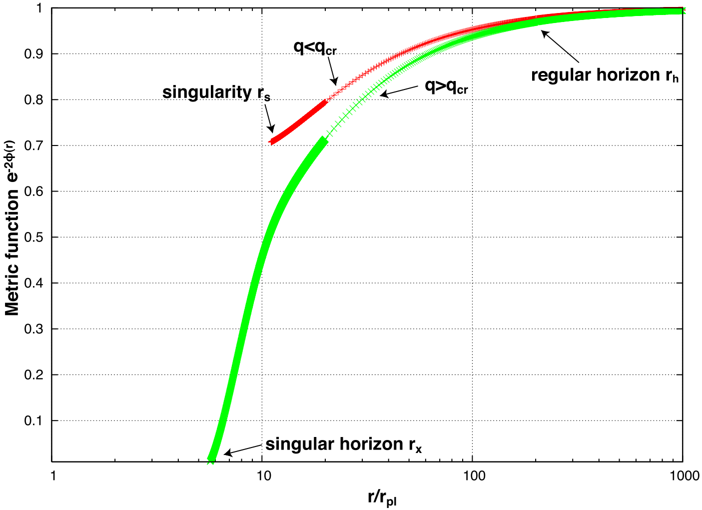
Зависимость критического заряда от массы черной дыры



Метрическая функция $f(r)$



Дилатонная экспонента $exp(-2\phi(r))$



Постньютоновское разложение метрики

$$g_{00} = -\ 1 + 2U - 2\beta U^2 - 2\xi\Phi_W + (2\gamma + 2 + \alpha_3 + \varsigma_1 - 2\xi)\ \Phi_1 +$$
$$+\ 2\ (3\gamma - 2\beta + 1 + \varsigma_2 + \xi)\ \Phi_2 + 2\ (1 + \varsigma_3)\ \Phi_3 +$$
$$+ 2\ (3\gamma + 3\varsigma_4 - 2\xi)\ \Phi_4 - (\varsigma_1 - 2\xi)\ \mathcal{A} - (\alpha_1 - \alpha_2 - \alpha_3)\ w^2U +$$
$$+\ \alpha_2 w^i w^j U_{ij} + (2\alpha_3 - \alpha_1)\ w^i V_i,$$

$$g_{0i} = -\ \frac{1}{2}\,(4\gamma + 3 + \alpha_1 - \alpha_2 + \varsigma_1 - 2\xi)\ V_i\ -$$
$$-\ \frac{1}{2}\,(1 + \alpha_2 - \varsigma_1 + 2\xi)\ W_i - \frac{1}{2}\,(\alpha_1 - 2\alpha_2)\ w^i U - \alpha_2 w^i U_{ij},$$

$$g_{ij} = (1 + 2\gamma U)\ \delta_{ij}.$$

1981 Уилл «Теория и эксперимент в гравитационной физике»

Постньютоновское разложение тензора энергии-импульса

$$T^{00} = \rho \left(1 + \Pi + v^2 + 2U\right)$$

$$T^{0i} = \rho \left(1 + \Pi + v^2 + 2U + \frac{p}{\rho}\right) v^i$$

$$T^{ij} = \rho \left(1 + \Pi + v^2 + 2U + \frac{p}{\rho}\right) v^i v^j + p\delta^{ij}(1 - 2\gamma U)$$

1981 Уилл «Теория и эксперимент в гравитационной физике»

Экспериментальные значения 1

ППН-параметр	Физический смысл	Экспериментальн значение
$\gamma - 1$	кривизна, создаваемая единицей массы покоя	2.3×10^{-5}
$\beta - 1$	степень нелинейности закона суперпозиции для гравитации	1.1×10^{-4}
ξ	наличие эффектов привилегированного положения	1×10^{-3}

Экспериментальные значения 2

ППН-параметр	Физический смысл	Экспериментально значение
α_1	наличие привилегированной системы отсчета	1×10^{-4}
α_2		4×10^{-7}
α_3		4×10^{-20}
ς_1	нарушение закона сохранения энергии, полного импульса и углового момента	2×10^{-2}
ς_2		4×10^{-5}
ς_3		1×10^{-8}
ς_4		6×10^{-3}

Уравнения поля Гаусса-Бонне

$$G_{\mu\nu} = 8\pi \left(T^{m}_{\mu\nu} + T^{\phi}_{\mu\nu} + T^{GB}_{\mu\nu}\right),$$

$$T^{\phi}_{\mu\nu} = \frac{1}{8\pi}\left(\partial_\mu\phi\,\partial_\nu\phi - \frac{1}{2}\,g_{\mu\nu}\,\partial^\rho\phi\,\partial_\rho\phi\right),$$

$$\begin{aligned}T^{GB}_{\mu\nu} = \frac{1}{16\pi}\Big[&2\left(\nabla_\mu\nabla_\nu e^{-2\phi}\right) R - 2\,g_{\mu\nu}(\Box e^{-2\phi})\ R\\ &-\ 4\left(\nabla^\rho\nabla_\mu e^{-2\phi}\right) R_{\nu\rho} - 4\left(\nabla^\rho\nabla_\nu e^{-2\phi}\right) R_{\mu\rho}\\ &+\ 4\left(\Box e^{-2\phi}\right) R_{\mu\nu} + 4\,g_{\mu\nu}(\nabla^\rho\nabla^\sigma e^{-2\phi})\ R_{\rho\sigma}\\ &- 4\left(\nabla^\rho\nabla^\sigma e^{-2\phi}\right) R_{\mu\rho\nu\sigma}\Big],\end{aligned}$$

2007 Sotiriou, Barausse, Phys. Rev. D **75**, 084007

$\mathrm{AdS}_5/\mathrm{CFT}_4$ разложение Феффермана-Грэхема

$$\langle T^{CFT}_{\mu\nu}\rangle = \frac{1}{4\pi G_5}\left\{-\frac{1}{4}\,(g^{(2)})^2_{\mu\nu} + \frac{1}{4}\,g^{(2)}_{\mu\nu}\,\mathrm{Tr}\,g^{(2)} - \right.$$
$$\left. -\frac{1}{8}\,g^{(0)}_{\mu\nu}\left[(\mathrm{Tr}\,g^{(2)})^2 - \mathrm{Tr}(g^{(2)})^2\right]\right\},$$

$$g^{(0)}_{\mu\nu} = g_{\mu\nu} + \frac{\epsilon^2}{2}\left(R_{\mu\nu} - \frac{1}{6}\,g_{\mu\nu}R\right) + O(\epsilon^4 log\epsilon),$$

$$g^{(2)}_{\mu\nu} = \frac{1}{d-2}\left(R_{\mu\nu} - \frac{1}{2\,(d-1)}\,R\;g^{(0)}_{\mu\nu}\right)$$

2001 Haro, Skenderis, Solodukhin, Commun. Math. Phys. **217**, 595

Уравнения поля Саски-Широмизу-Маэды

$$G_{\mu\nu} = -\Lambda_4\, g_{\mu\nu} + 8\pi G_N T_{\mu\nu} + \kappa_5^4\, \pi_{\mu\nu} - E_{\mu\nu},$$

$$\pi_{\mu\nu} = -\frac{1}{4}\, T_{\mu\alpha} T_\nu^\alpha + \frac{1}{12}\, T T_{\mu\nu} + \frac{1}{8}\, g_{\mu\nu} T_{\alpha\beta} T^{\alpha\beta} - \frac{1}{24}\, g_{\mu\nu} T^2,$$

$$\Lambda_4 = \frac{1}{2}\, \kappa_5^2 \left(\Lambda_5 + \frac{1}{6}\, \kappa_5^2 \lambda^2 \right),$$

$$G_N = \frac{\kappa_5^4 \lambda}{48\pi}, \qquad \kappa_5^2 = 8\pi G_5,$$

$$E_{\mu\nu} = \tilde{C}_{\mu\alpha\nu\beta} n^\alpha n^\beta$$

2000 Sasaki, Shiromizu, Maeda, Phys. Rev. D **62** 024008

Решение Бранса-Дикке. I тип

$$ds^2 = -\, e^{\alpha_0} \left(\frac{1 - \frac{B}{\rho}}{1 + \frac{B}{\rho}} \right)^{\frac{2}{\lambda}} dt^2 \; + $$

$$+ \; e^{\beta_0} \left(1 + \frac{B}{\rho} \right)^4 \left(\frac{1 - \frac{B}{\rho}}{1 + \frac{B}{\rho}} \right)^{\frac{\lambda - C - 1}{\lambda}} \left(d\rho^2 + \rho^2 d\Omega^2 \right)$$

$$\varphi = \varphi_0 \left(\frac{1 - B/\rho}{1 + B/\rho} \right)^{C/\lambda}, \qquad \lambda^2 = (C+1)^2 - C\,(1 - \omega C)$$

ρ — изотропная радиальная координата

φ — потенциал поля дилатона

φ_0 — величина потенциала поля дилатона на бесконечности

ω — параметр Бранса-Дикке

$\alpha_0,\ \beta_0,\ \lambda,\ B,\ C$ — константы

Решение Бранса-Дикке. II тип

$$ds^2 = -\ exp\left[\alpha_0 + \frac{4}{\Lambda}\ tan^{-1}\left(\frac{\rho'}{B'}\right)\right] dt^2 +$$

$$+\ \ exp\left[\zeta_0 - \frac{4(C+1)}{\Lambda}\ tan^{-1}\left(\frac{\rho'}{B'}\right) - 2\ ln\left(\frac{\rho'^2}{\rho'^2 + B'^2}\right)\right] \times$$

$$\times\ \left(d\rho'^2 + \rho'^2 d\Omega^2\right)$$

$$\varphi = \varphi_0\ exp\left[\frac{2C}{\Lambda}\ tan^{-1}\left(\frac{\rho'}{B'}\right)\right], \quad \Lambda^2 = C\left(1 - \frac{\omega C}{2}\right) - (C+1)^2$$

ρ' — изотропная радиальная координата

φ — потенциал поля дилатона

φ_0 — величина потенциала поля дилатона на бесконечности

ω — параметр Бранса-Дикке

α_0, ζ_0, Λ, B', C — константы

Решение Бранса-Дикке. III тип

$$ds^2 = -\,exp\left[\alpha_0 - \frac{2\rho}{B}\right]dt^2$$

$$+\,exp\left[\beta_0 - 4\,ln\left(\frac{\rho}{B}\right) + \frac{2(C+1)\rho}{B}\right]\left(d\rho^2 + \rho^2 d\Omega^2\right)$$

$$\varphi = \varphi_0\,exp\left[\frac{C}{B}\,\rho\right], \quad C = \frac{-1 \pm \sqrt{-2\omega - 3}}{\omega + 2}$$

ρ — изотропная радиальная координата

φ — потенциал поля дилатона

φ_0 — величина потенциала поля дилатона на бесконечности

ω — параметр Бранса-Дикке

α_0, β_0, B, C — константы

Решение Бранса-Дикке. IV тип

$$ds^2 = - \ exp\left[\alpha_0 - \frac{2}{B\rho}\right] dt^2 +$$
$$+ \ exp\left[\beta_0 + \frac{2(C+1)}{B\rho}\right]\left(d\rho^2 + \rho^2 d\Omega^2\right)$$
$$\varphi = \varphi_0 \ exp\left[\frac{C}{B\rho}\right], \quad C = \frac{-1 \pm \sqrt{-2\omega - 3}}{\omega + 2}$$

ρ — изотропная радиальная координата

φ — потенциал поля дилатона

φ_0 — величина потенциала поля дилатона на бесконечности

ω — параметр Бранса-Дикке

α_0, β_0, B, C — константы

Решение Бранса-Дикке

Не все решения Бранса-Дикке линейно независимы.

Тип II можно привести к типу I, выполнив замену:

$$\lambda = -i\Lambda, \;\; B = i/B$$

Тип III можно привести к типу IV, выполнив замену:

$$\rho \equiv 1/\rho$$

(Бхадра, Саркар, Лобо, Gen.Rel.Grav. **D 37**, *2189 (2005))*

Асимптотика на бесконечности

Параметр Бранса-Дикке $\omega \to \pm\infty$

$\to$ изотропная метрика Шварцшильда:

$$ds^2 = \left(\frac{1 - \dfrac{r_g}{4\rho}}{1 + \dfrac{r_g}{4\rho}} \right)^2 dt^2 - \left(1 - \frac{r_g}{4\rho} \right)^4 \left(d\rho^2 + \rho^2 d\Omega^2 \right)$$

$\omega \to +\infty \to$ черная дыра

$\omega \to -\infty \to$ кротовая нора

$$\lambda \to 1, \quad C \to 0, \quad B \to M/2$$

Модель аккреционного диска

Простейшая модель для стационарной дисковой аккреции в случае тонкого диска:

- гидродинамическое равновесие;
- градиент давления и вертикальный градиент энтропии пренебрежимо малы;
- диск излучает как черное тело;
- скорость аккреции $\dot{M}_0$ постоянна и не меняется со временем;
- все физические величины, описывающие вращающуюся плазму, усредняются по характерному времени, азимутальному углу и высоте;
- на высоких орбитах частицы движутся по законам Кеплера.

1973 Shakura, Sunyaev, Astron. Astrophys. **24** 337