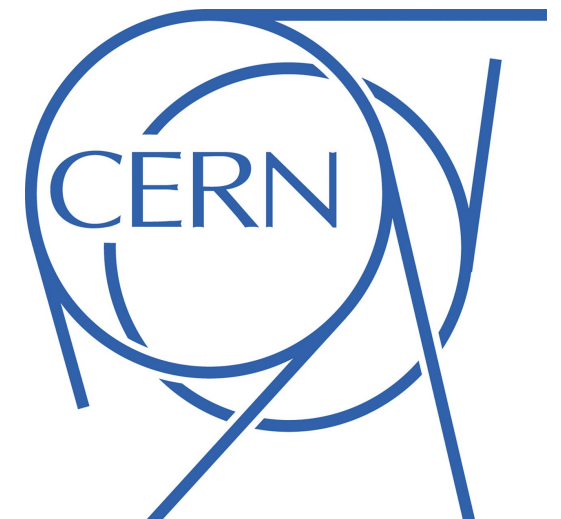
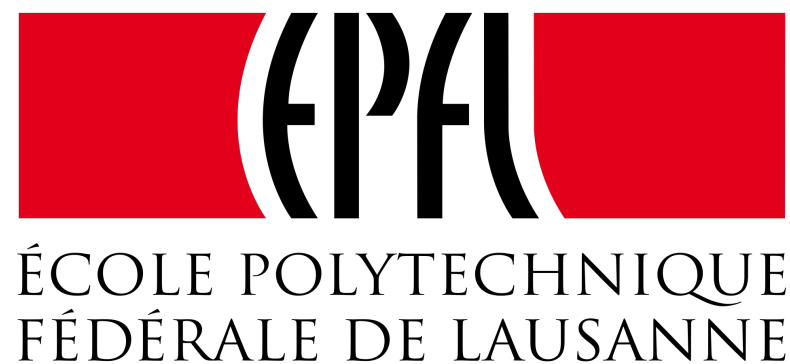


# Крупномасштабная структура Вселенной: на заре новой эры в КОСМОЛОГИИ

Михаил Иванов

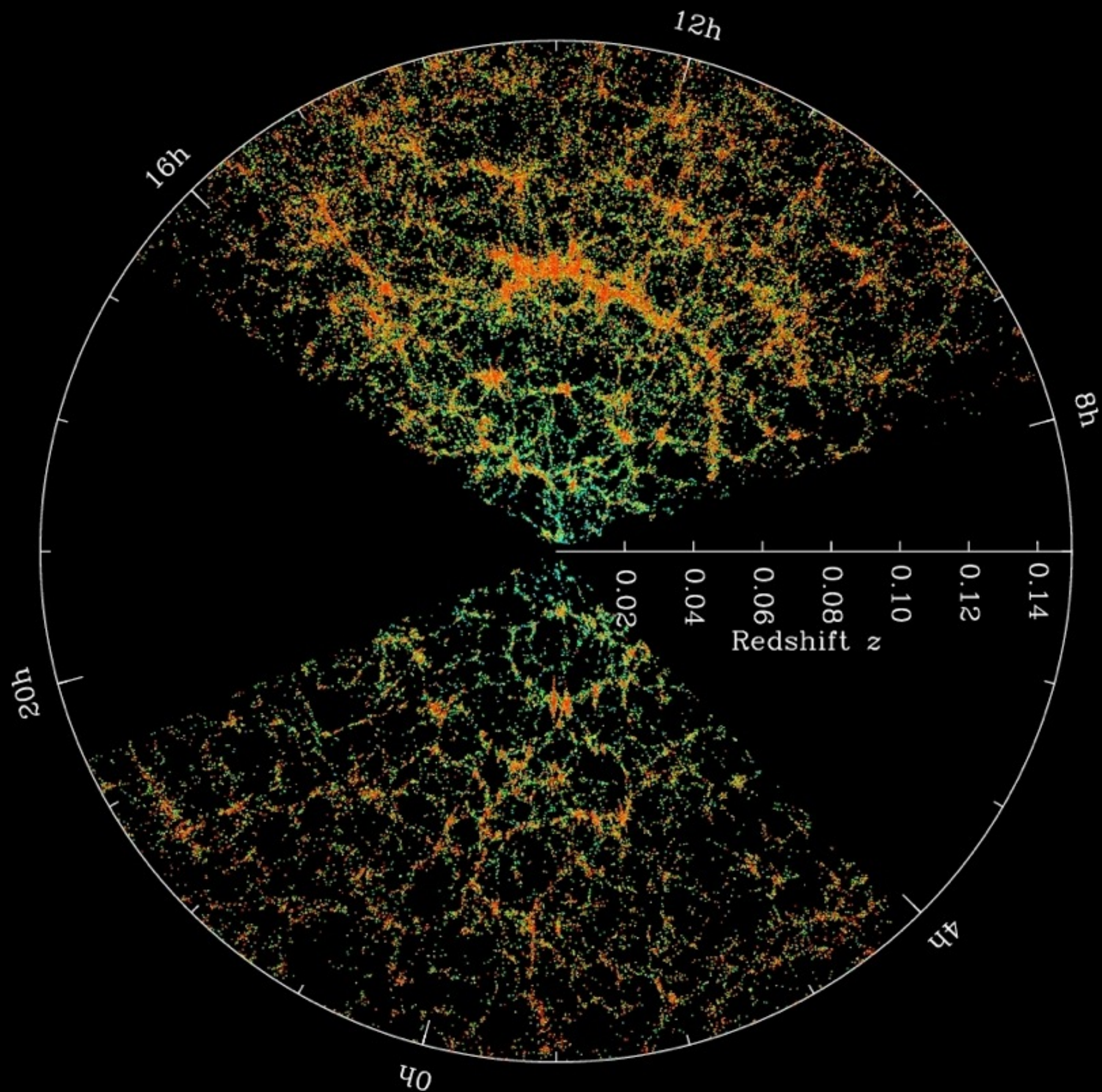


w/ D. Blas, M. Garny, S. Sibiryakov,

[arXiv:1512.05807], ++

ГАИШ, 15 Марта 2015

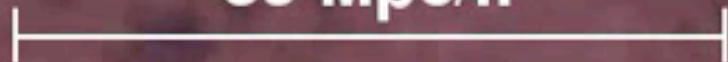
# Вселенная имеет прекрасную структуру



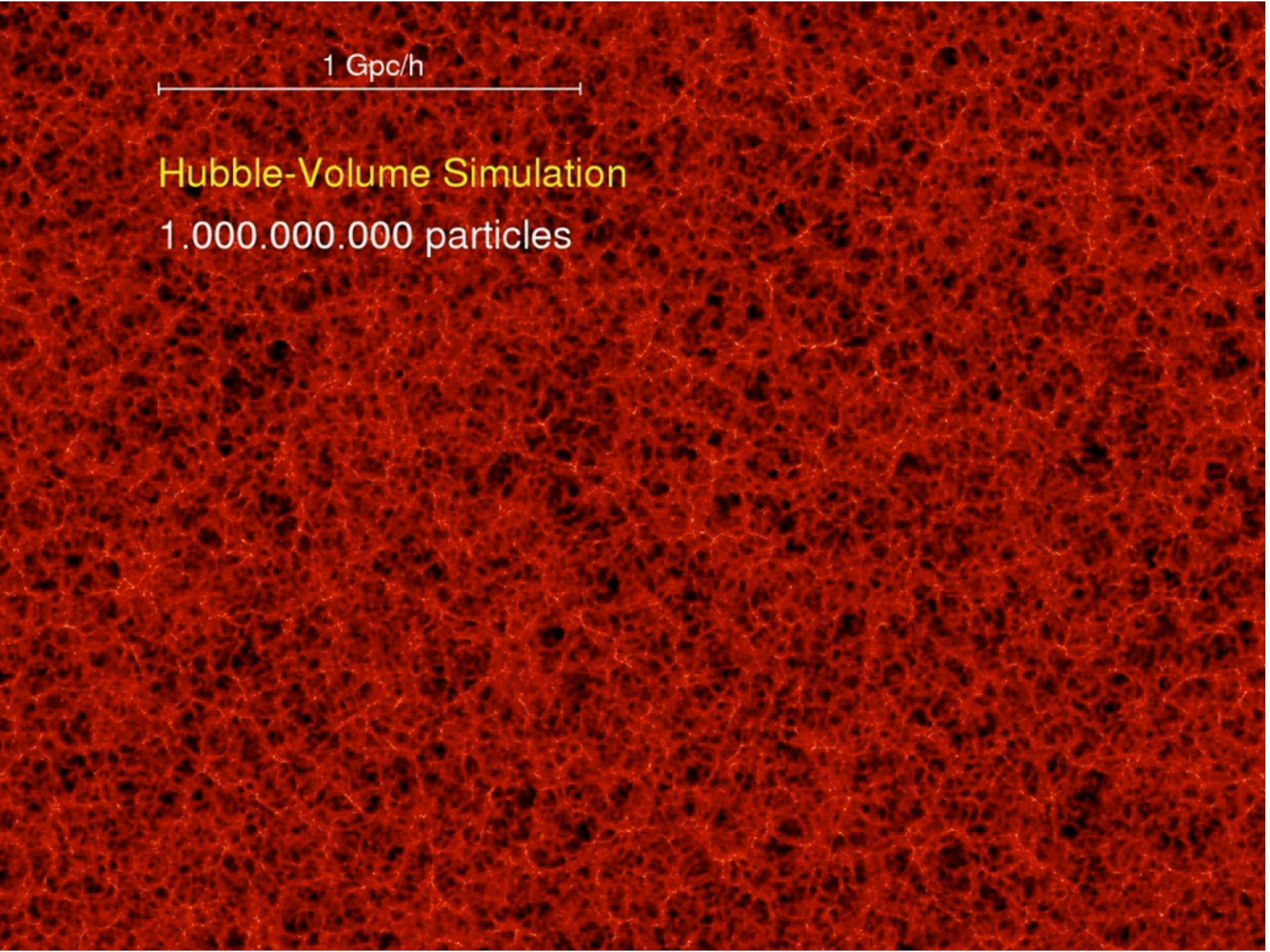


**$z = 20.0$**

**50 Mpc/h**





The background of the slide is a high-resolution simulation of the cosmic web, showing a dense network of dark matter filaments and clusters in shades of orange and red. At the top, there is a horizontal white line with vertical end caps, labeled "1 Gpc/h".

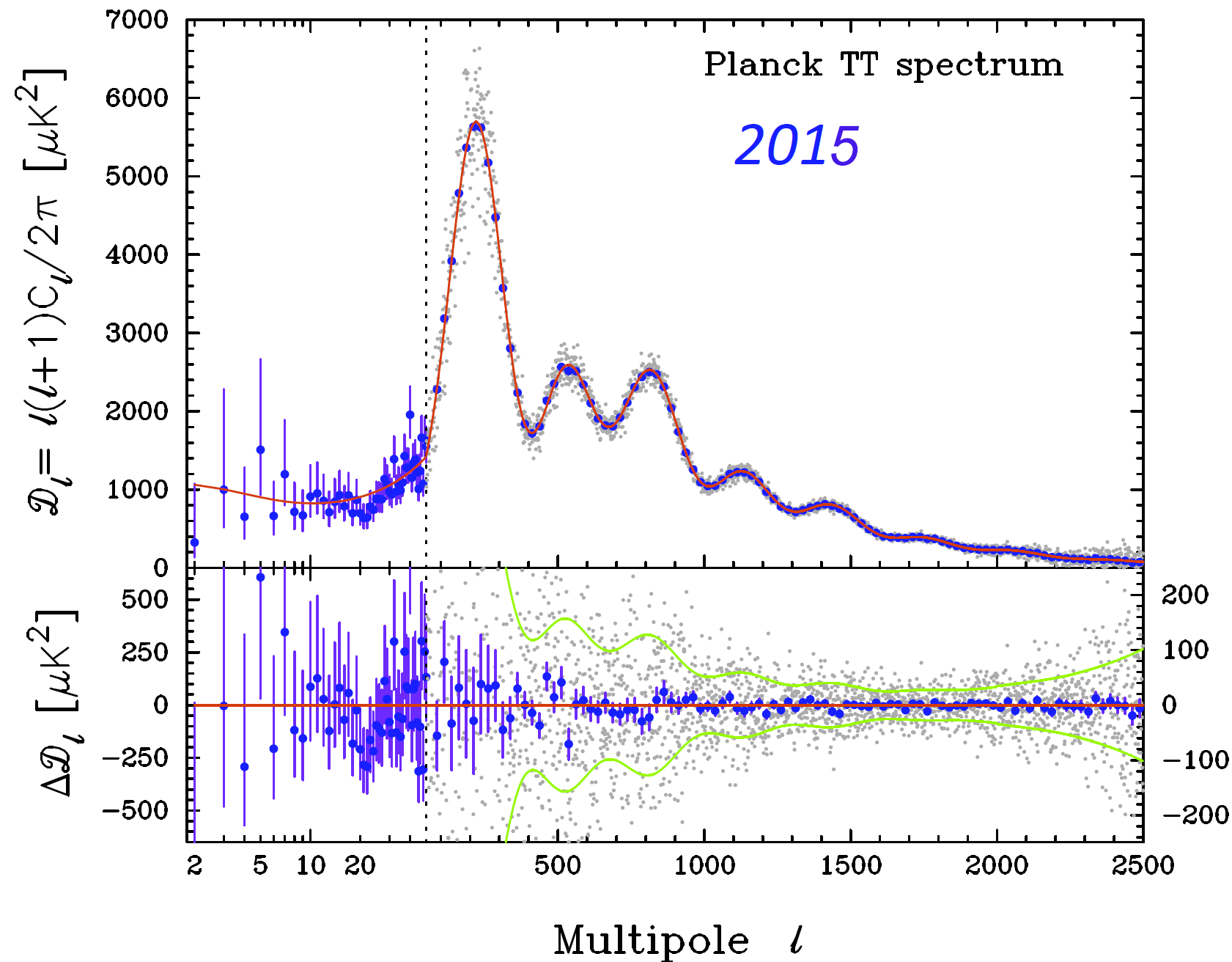
1 Gpc/h

Hubble-Volume Simulation

1.000.000.000 particles



# Микроволновое излучение



Что мы выучили?

I) Кол-во ТМ, ТЕ, вещества

II) Первичная стадия (инфляция) - амплитуда и наклон спектра

$\sim 1\%$  ТОЧНОСТИ

$$\ell \sim 1/\theta$$

Ограничена статистика - !

$$N \sim \ell_{max}^2 \sim 10^7 \quad \sigma \sim \frac{1}{\sqrt{N}}$$



# Что мы еще не узнали?



Массы нейтрино: пока только верхний предел



Темная энергия или космологическая постоянная - ?



Первичные гравитационные волны - ?



Первичная негауссовость -  
“дымящийся пистолет” инфляции



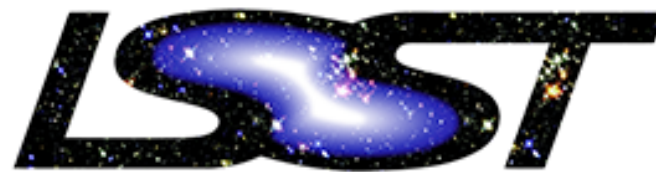
# Но вскоре узнаем!

Уже сейчас:



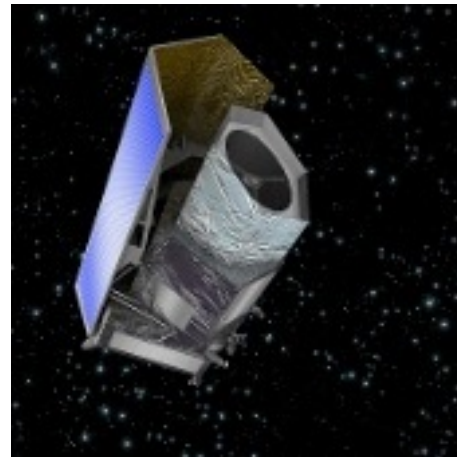
в будущем:

LSST



(констр. начата 2014)

Euclid



(запуск заплан. на 2020)

*DESI*



(начало в 2018)

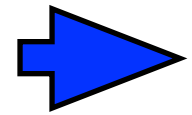
$$\sigma \sim \frac{1}{\sqrt{N}}$$

$$N \sim \left( \frac{\lambda_{max}}{\lambda_{min}} \right)^3 \sim 10^9$$

+ один порядок точности  
по сравнению с СМВ!

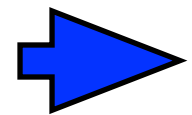
# Физика с Крупномасштабной структурой Вселенной

- Эволюция возмущений плотности материи = плотности числа галактик



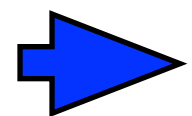
свойства Темной Материи (Холодная или теплая? пятая сила?)  
Темной Энергии (кластеризация квинтэссенции)  
массы нейтрино

- Барионные акустические осцилляции = стандартная линейка Вселенной



уравнение состояния Темной Энергии  
массы нейтрино

- Первичная негауссовость



взаимодействие инфлатона в ранней Вселенной



# Основные понятия

1) Контраст плотности  $\delta \equiv \frac{\delta\rho}{\rho}$

Локальное  
возмущение  
плотности

$$\delta\rho \sim 10^{-28} \text{ g/cm}^3$$



Однородная плотность

$$\rho \sim 10^{-30} \text{ g/cm}^3$$



2) Волновое число  
(импульс)

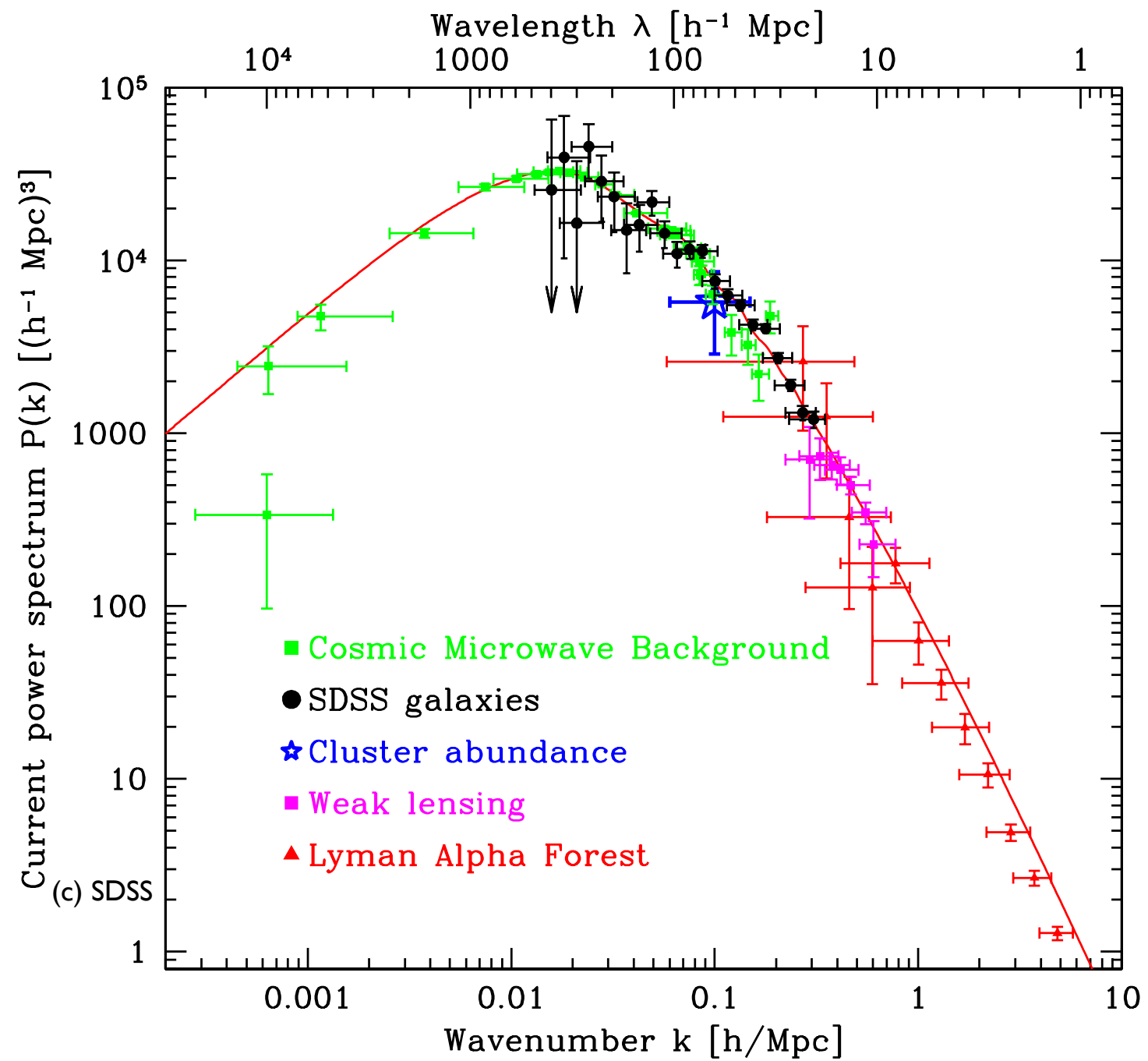
$$\delta(\mathbf{x}) = \int d^3k e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}} \delta_{\mathbf{k}}(t)$$

3) Спектр мощности

$$P(k) = \langle \delta_{-\mathbf{k}} \delta_{\mathbf{k}} \rangle$$

$$\lambda \sim k^{-1}$$

# Спектр мощности

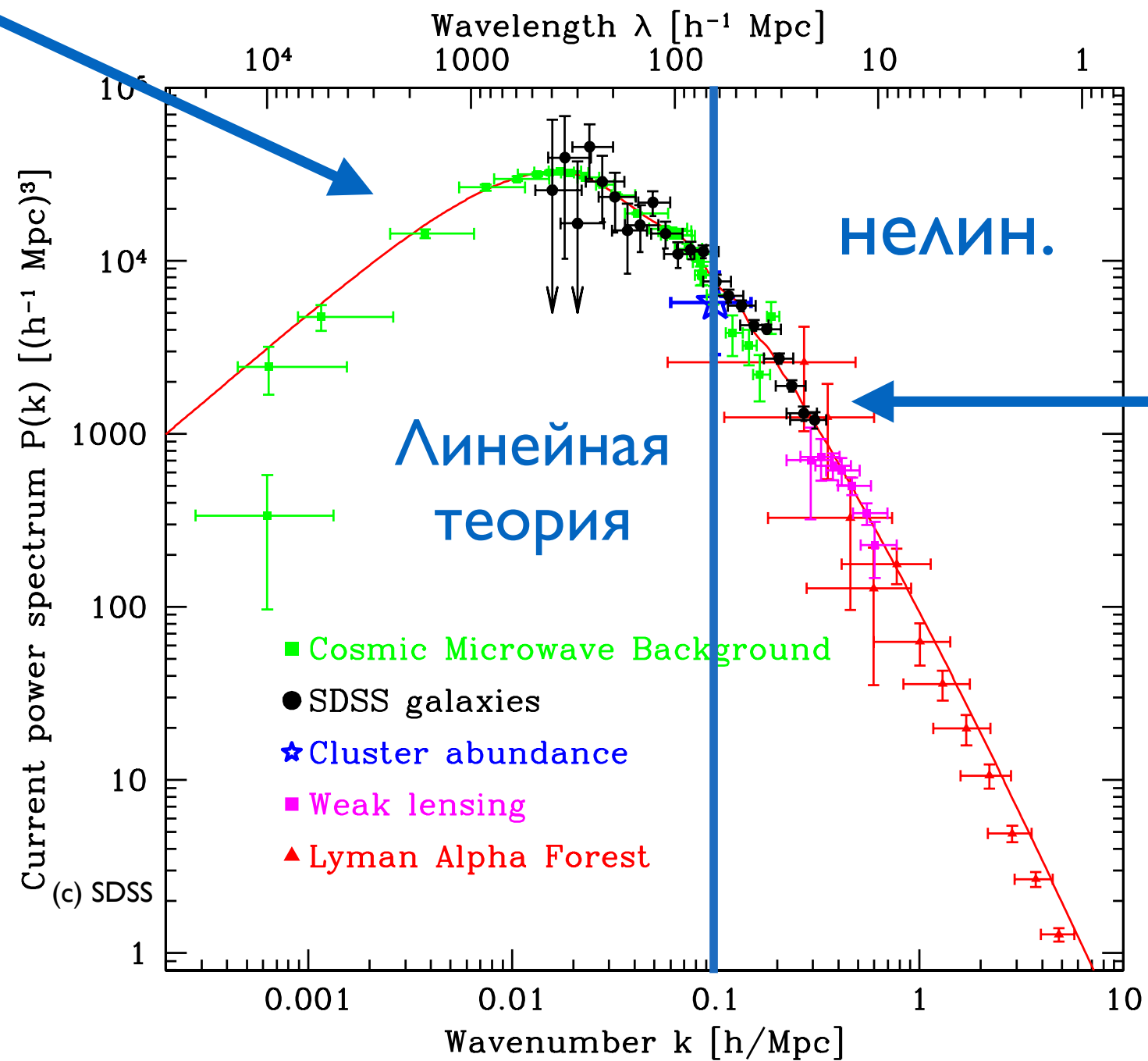


]



# Спектр мощности

$\delta \ll 1$



$\delta \approx 1$

Слон в комнате:  
нелинейности

# Нелинейности вступают в игру

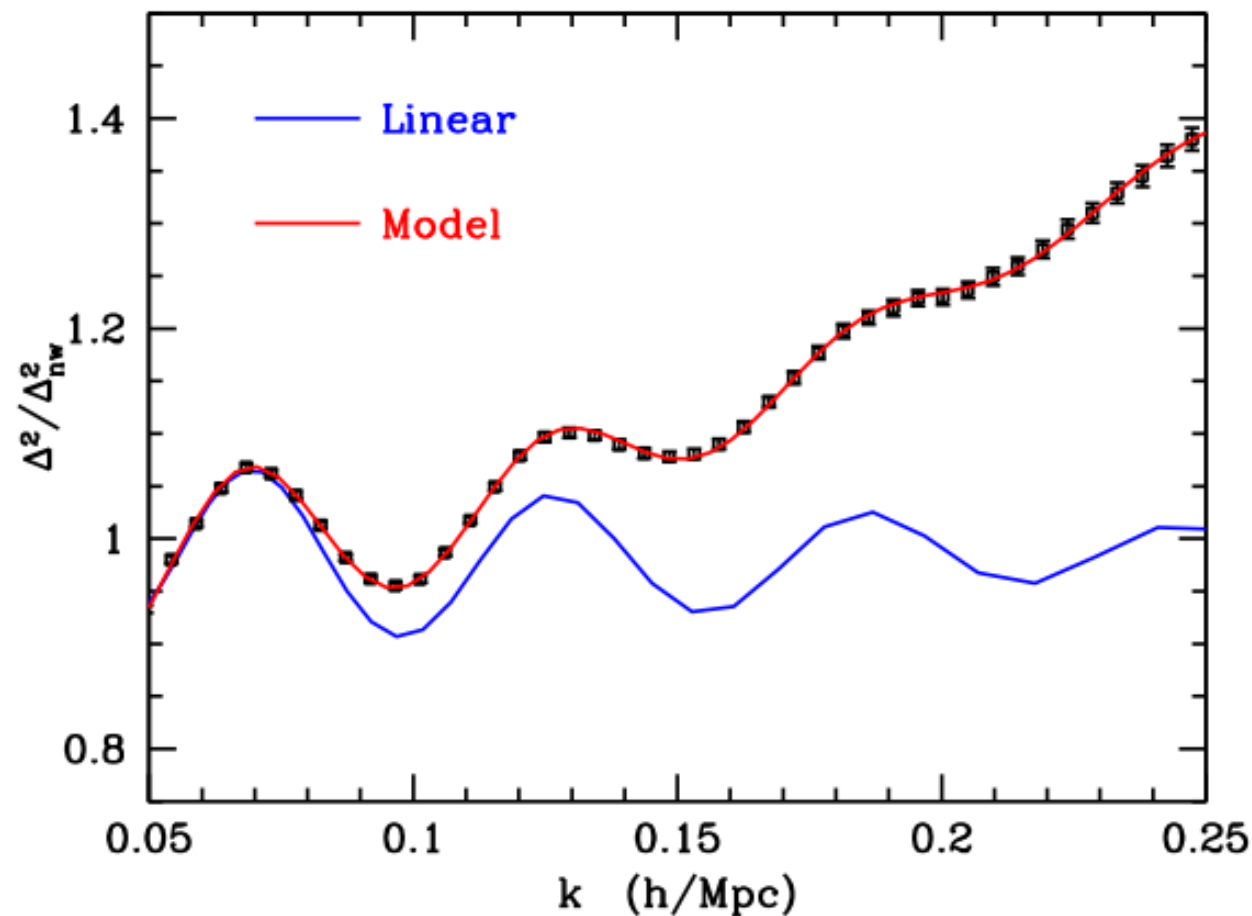
## Спектр мощности

$$\langle \delta(\mathbf{k})\delta(\mathbf{k}') \rangle = \delta_D^{(3)}(\mathbf{k}' + \mathbf{k})P(k)$$

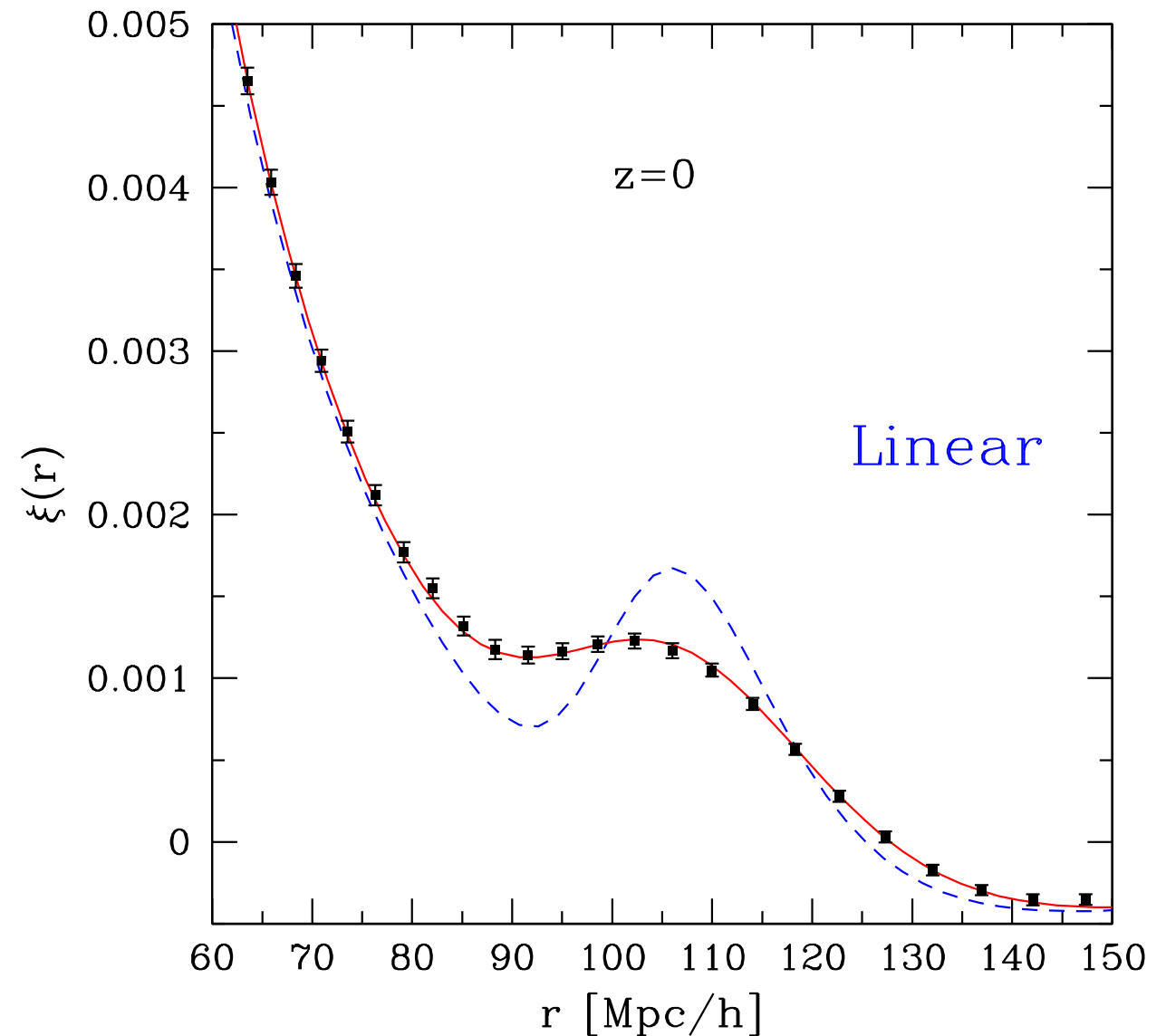
## Корреляционная функция

$$\xi(r) = \langle \delta(\mathbf{x})\delta(\mathbf{x} + \mathbf{r}) \rangle$$

$$\xi(r) = \int d^3k e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}} P(k)$$



(c) White



(c) Scoccimarro

# Как моделировать нелинейности - ?

## N - точечные симуляции

- 1) Много времени,
- 2) Дорого,
- 3) Трудно приспособлять под расширения



---

Развить аналитический инструмент  
чтобы сверять **теорию**  
с **данными** **быстро**





# Крупномасштабная структура Вселенной: теория

## I) Начальное распределение вероятности

$$\langle \delta_0(\mathbf{k}) \delta_0(\mathbf{k}') \rangle = P_0(k) \delta^{(3)}(\mathbf{k}' + \mathbf{k})$$

$\delta$  случайная Гауссова  
переменная

## II) Временная эволюция

$$\frac{\partial \delta}{\partial \tau} + \nabla \cdot (1 + \delta) \vec{v} = 0$$

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial \tau} + H \vec{v} + \vec{v} \cdot \nabla \vec{v} = -\nabla \Phi$$

Уравнение Пуассона:

$$\nabla^2 \Phi = 4\pi G a^2 \bar{\rho} \delta$$

$$\delta = \rho / \bar{\rho} - 1 \quad \text{density contrast}$$

$\vec{v}$  fluid  
velocity

$H$  Hubble  
parameter

$\Phi$  grav.  
potential

# Переход в Фурье - пространство

Новое время

$$t \equiv \log a(\tau)$$

Новая переменная:  
дивергенция скорости

$$\theta \equiv -\frac{\nabla \vec{v}}{aH}$$

$$\frac{\partial \delta(\mathbf{k})}{\partial t} - \theta(\mathbf{k}) = \int d\mathbf{q}_1 d\mathbf{q}_2 \delta_D^{(3)}(\mathbf{k} - \mathbf{q}_1 - \mathbf{q}_2) \frac{(\mathbf{q}_1 + \mathbf{q}_2) \cdot \mathbf{q}_2}{q_2^2} \delta(\mathbf{q}_1) \theta(\mathbf{q}_2)$$

$$\frac{\partial \theta(\mathbf{k})}{\partial t} - \frac{3}{2} \delta(\mathbf{k}) + \frac{1}{2} \theta(\mathbf{k}) = \int d\mathbf{q}_1 d\mathbf{q}_2 \delta_D^{(3)}(\mathbf{k} - \mathbf{q}_1 - \mathbf{q}_2) \frac{(\mathbf{q}_1 + \mathbf{q}_2)^2 (\mathbf{q}_1 \cdot \mathbf{q}_2)}{2q_1^2 q_2^2} \theta(\mathbf{q}_1) \theta(\mathbf{q}_2)$$

Линейное решение: растущая мода

$$\theta_L = \delta_L = \delta_0(\mathbf{k}) e^t$$

# Стандартная теория возмущений (SPT)

$$\delta(\mathbf{k}) = a(t)\delta_0(\mathbf{k}) + a^2(t)F_2\delta_0^2 + a^3(t)F_3\delta_0^3 + \dots$$

$$\hat{F}_2\delta_0^2 = \int d^3q \left( \frac{5}{7} + \frac{1}{2} \frac{(\mathbf{q} \cdot \mathbf{k} - q)}{q^2} + \frac{1}{2} \frac{(\mathbf{q} \cdot \mathbf{k} - \mathbf{q})}{(\mathbf{k} - \mathbf{q})^2} + \frac{2}{7} \frac{(\mathbf{q} \cdot \mathbf{k} - \mathbf{q})^2}{q^2(\mathbf{k} - \mathbf{q})^2} \right) \delta_0(\mathbf{q})\delta_0(\mathbf{k} - \mathbf{q})$$

$$\langle \delta(\mathbf{k})\delta(-\mathbf{k}) \rangle = a^2 \langle \delta_0(\mathbf{k})\delta_0(-\mathbf{k}) \rangle + a^4 F_2^2 \langle \delta_0^4 \rangle + 2a^4 F_3 \langle \delta_0^4 \rangle + \dots$$

$$P = \underline{P_{11}^L} + \underline{\underline{P_{22}}} + \underline{\underline{\underline{P_{33}}}}} + P_{51} + P_{24} + \dots$$

Лин.

I-петл.

II-петл.



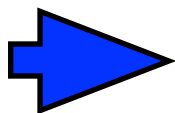
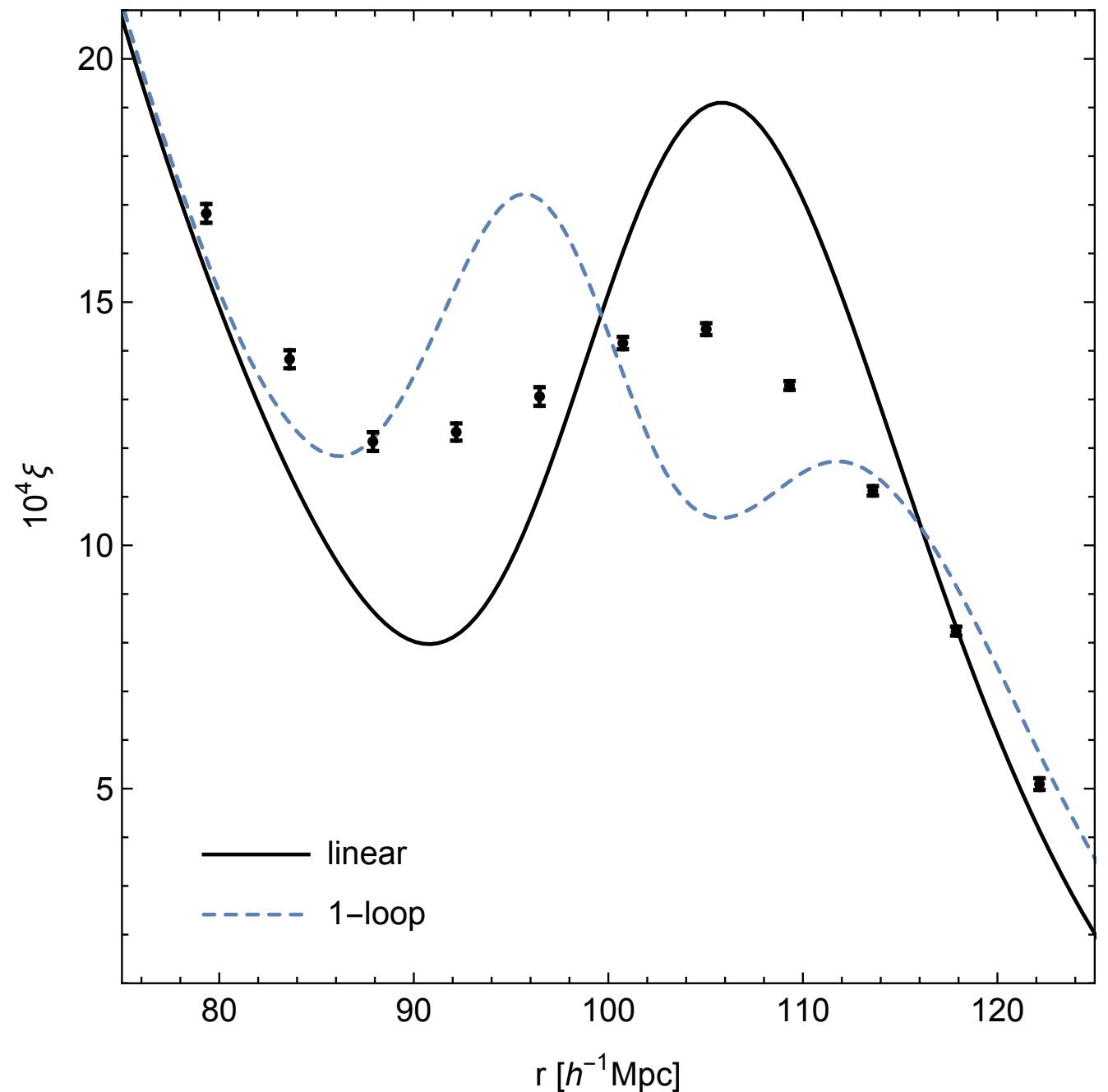
# Стандартная теория возмущений (SPT)

- Инфракрасные расходимости, которые сокращаются

$$P_{22} \sim P^L(k) \int [dq] \frac{k^2}{q^2} P^L(q)$$

$$P_{13} \sim -P^L(k) \int [dq] \frac{k^2}{q^2} P^L(q)$$

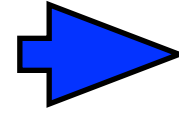
нелокальность по времени!



Трудно анализировать  
физические ИК эффекты

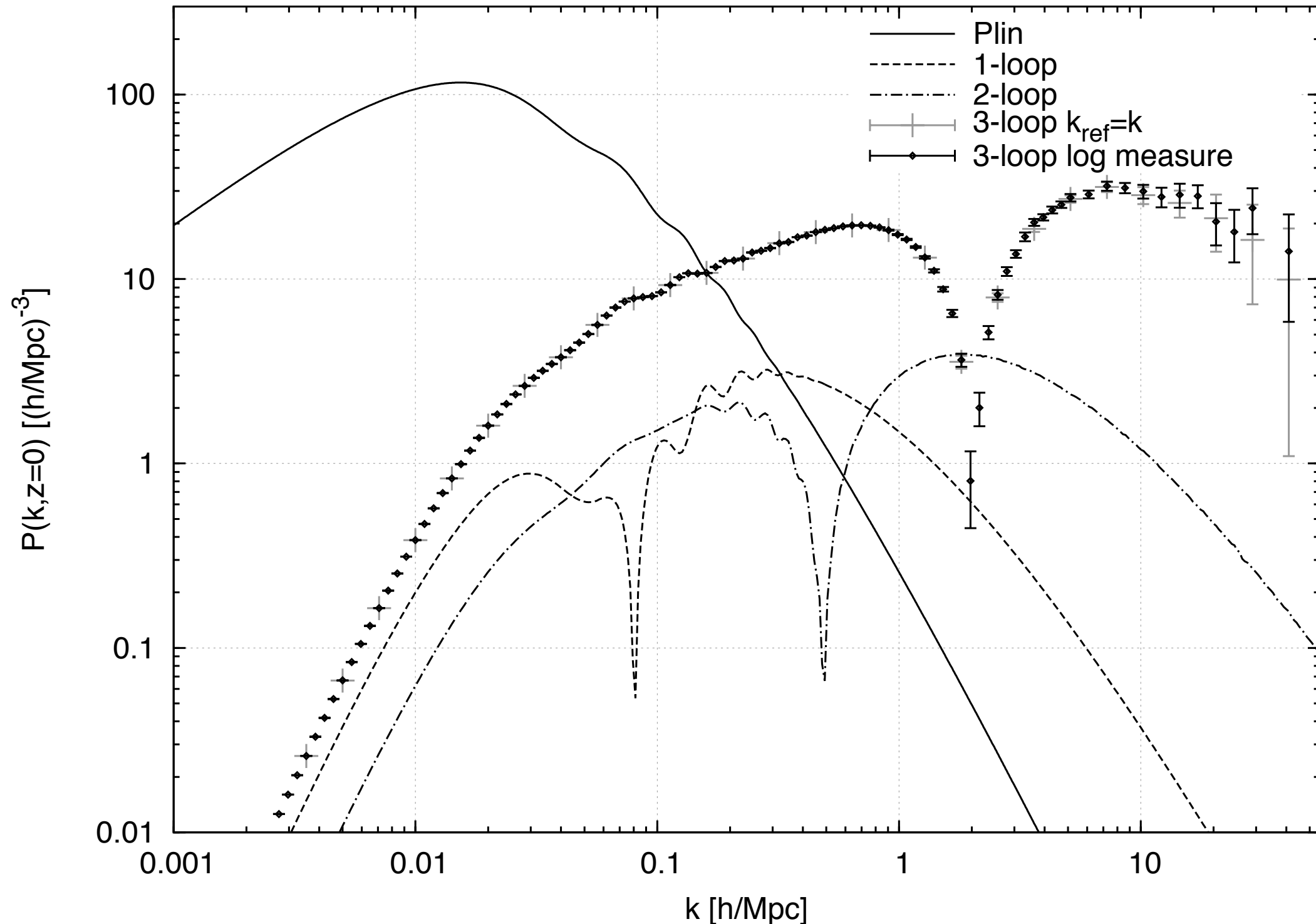
# Стандартная теория возмущений (SPT)

- Приближение одиночных потоков не работает на малых масштабах



Неправильное описание  
мелкомасштабной динамики

Каустики!



# Теория возмущений на временных расслоениях (TSPT)

Поля + начальная ФРВ

ex: Standard Perturbation Theory (SPT)

$$\frac{\partial \delta}{\partial \tau} + \nabla \cdot (1 + \delta) \vec{v} = 0$$

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial \tau} + H \vec{v} + \vec{v} \cdot \nabla \vec{v} = -\nabla \Phi$$

$$\nabla^2 \Phi = 4\pi G a^2 \bar{\rho} \delta$$

Гауссово распределение:

$$\langle \delta_0(\mathbf{k}) \delta_0(\mathbf{k}') \rangle = P_0(k) \delta^{(3)}(\mathbf{k}' + \mathbf{k})$$

# Теория возмущений на временных расслоениях (TSPT)

Поля + начальная ФРВ

ex: Standard Perturbation Theory (SPT)

Зависящая от  
времени ФРВ



$$\frac{\partial \delta}{\partial \tau} + \nabla \cdot (1 + \delta) \vec{v} = 0$$

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial \tau} + H \vec{v} + \vec{v} \cdot \nabla \vec{v} = -\nabla \Phi$$

$$\nabla^2 \Phi = 4\pi G a^2 \bar{\rho} \delta$$

Гауссово распределение:

$$\langle \delta_0(\mathbf{k}) \delta_0(\mathbf{k}') \rangle = P_0(k) \delta^{(3)}(\mathbf{k}' + \mathbf{k})$$

$$\psi = \delta, \theta$$

$$\partial_t \mathcal{P} + \frac{\partial}{\partial \psi} (\dot{\psi} \mathcal{P}) = 0$$

$$\mathcal{P}[\psi] \Big|_{t=0} = \mathcal{P}[\psi_0]$$

Уравнение Лиувилля

$$Z_t[J] = \mathcal{N}^{-1} \int \mathcal{D}\psi \mathcal{P}[\psi] \exp \left\{ \int J \psi \right\}$$



# Теория возмущений на временных расслоениях (TSPT)

Поля + начальная ФРВ



Зависящая от  
времени ФРВ

ex: Standard Perturbation Theory (SPT)

Временная эволюция  
и статистика  
масштабов  
“развязаны”

$$\psi = \delta, \theta$$

$$\partial_t \mathcal{P} + \frac{\partial}{\partial \psi} (\dot{\psi} \mathcal{P}) = 0$$

$$\mathcal{P}[\psi] \Big|_{t=0} = \mathcal{P}[\psi_0]$$

Уравнение Лиувилля

$$Z_t[J] = \mathcal{N}^{-1} \int \mathcal{D}\psi \mathcal{P}[\psi] \exp \left\{ \int J\psi \right\}$$

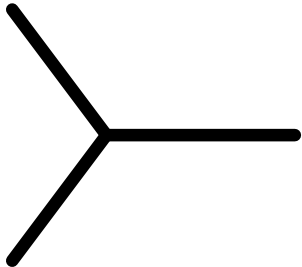
# Теория возмущений на временных расслоениях (TSPT)

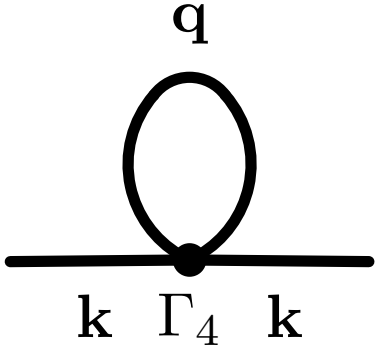
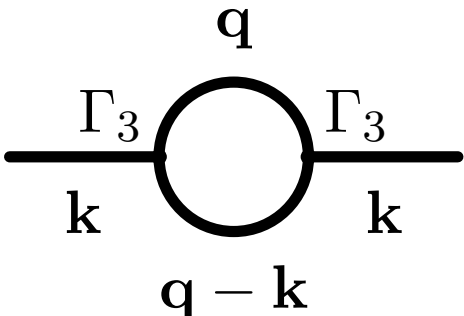
$$\mathcal{P} = \exp\{-W[\psi]\} \quad W = \sum_{n=2}^{\infty} \int \Gamma_n \psi^n$$

Все стат. веса можно вычислить явно: у-е Лиувилля

Фейнмановская диаграммная техника:

Пропагатор =  $P^L = \frac{1}{\Gamma_2} =$  

Вертекс =  $\langle \delta^3 \rangle \sim \Gamma_3 =$  

$P_{1-loop} =$   + 

# Теория возмущений на временных расслоениях (TSPT)

$$\mathcal{P} = \exp\{-W[\psi]\} \qquad W = \sum_{n=2}^{\infty} \int \Gamma_n \psi^n$$

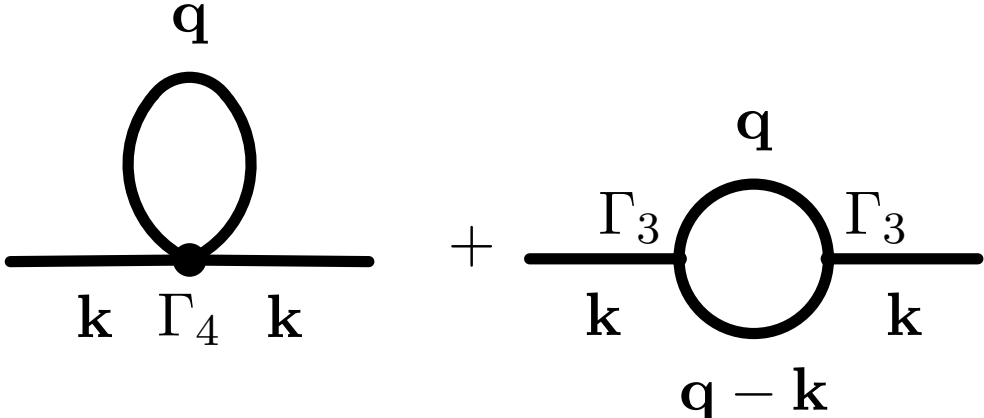
Все стат. веса можно вычислить явно: у-е Лиувилля

Фейнмановская диаграммная техника:

Пропагатор =  $P^L = \frac{1}{\Gamma_2} =$  

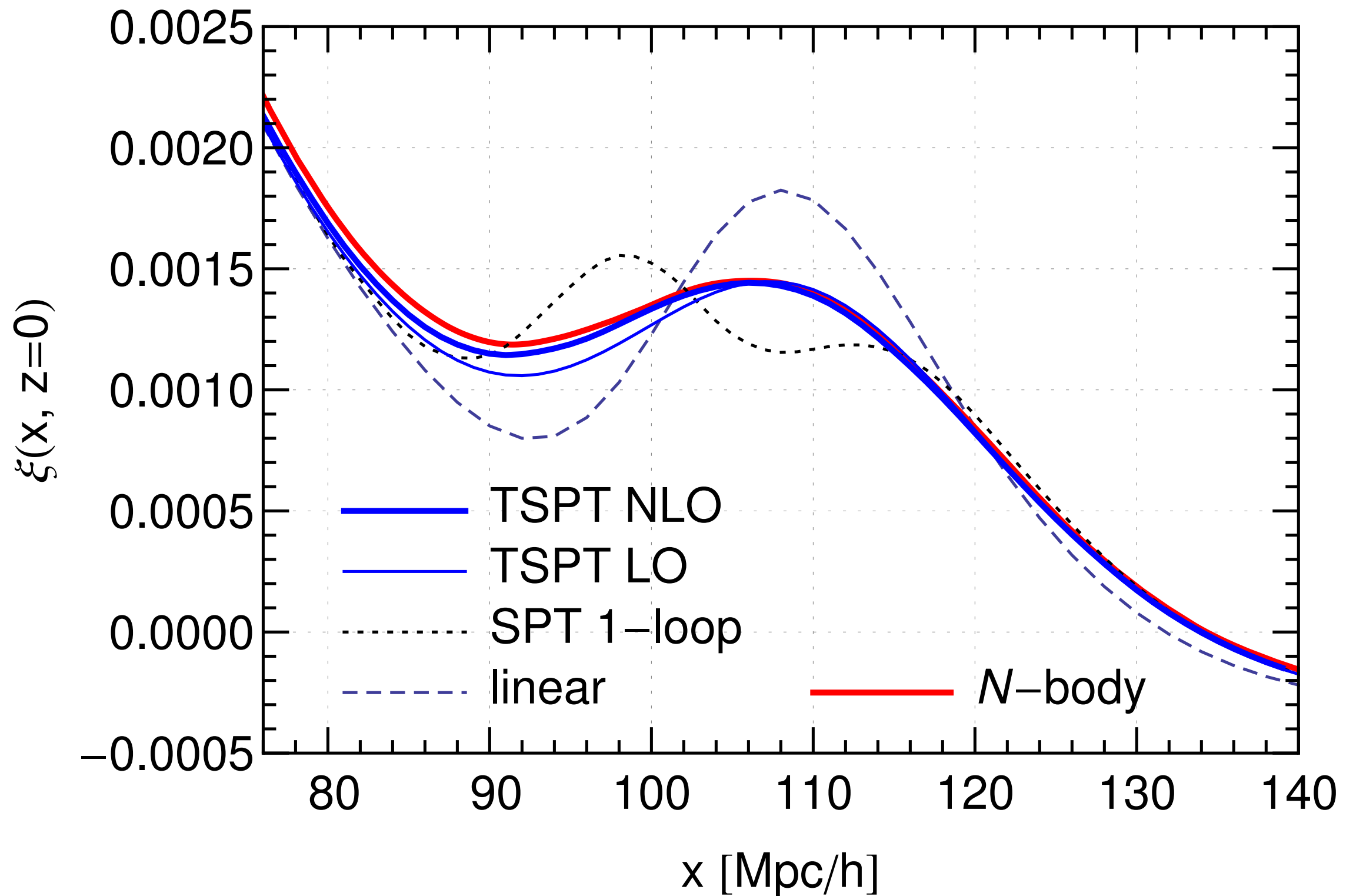
Вертекс =

Нет ИК расходимостей!

$$P_{1-loop} =$$


# БАО: метод инфракрасного пересуммирования

$$\xi(x, z=0)$$





# Короткие масштабы: метод ренормгруппы

- Короткие масштабы сильно нелинейны: их нужно “отынтегрировать”
  - Вводим масштаб обрезания
  - Выводим уравнения ренормгруппы (КТП) в эффективной теории
- I) Все параметры теории ( $G_n$ ) зависят от  $\Lambda$
- II) Физические наблюдаемые не зависят от  $\Lambda$
- III) Эффект сложной “микроскопической” физики определен конечным числом параметров

# Короткие масштабы: метод ренормгруппы

Эффективная теория:  
физика коротких масштабов  
параметризована конечным  
набором новых операторов

Тут мы в принципе бессильны,  
даже степени свободы другие

Сверх-сильные нелинейности  
(= режим сильной связи)



нас интересуют физ. величины  
в этой области

Тут уже другая сложная  
теория, но степени свободы  
пока те же

# Короткие масштабы: метод ренормгруппы

I-петлевой спектр мощности:

$$P_{1-loop}^{ren.}(k) = P_{1-loop}(k) + \alpha \left( \frac{k}{k_{NL}} \right)^2 P^L(k) + \beta \left( \frac{k}{k_{NL}} \right)^4$$

“конечные” контрчлены

$\alpha, \beta$  — новые свободные параметры,  
которые необходимо фитировать из данных

$$\ddot{\delta}_{\mathbf{k}} = \dots - \alpha k^2 \delta_{\mathbf{k}}$$

Физ. смысл:  
эфф. скорость звука

$\beta$

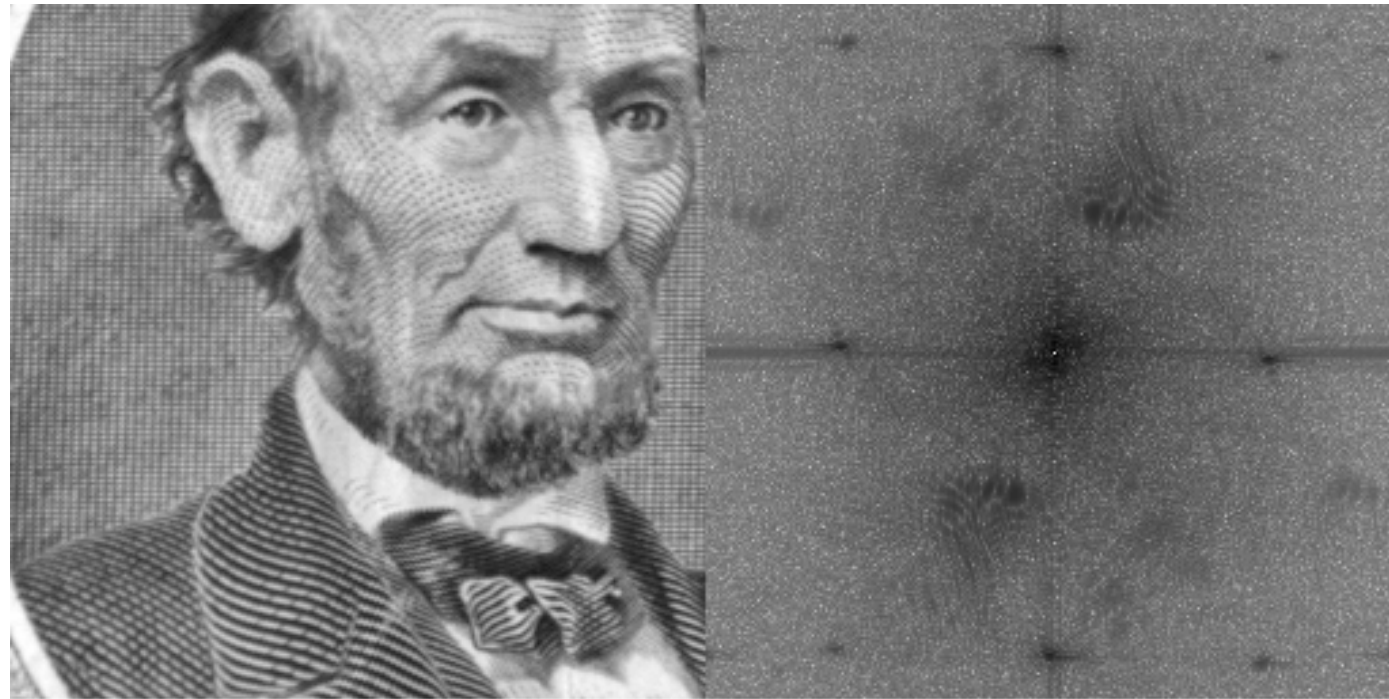
Стохастический шум







# Биспектр: восстановления лица Вселенной



Abe

Abe's Power Spectrum

$$\langle \delta(\mathbf{k}_1) \delta(\mathbf{k}_2) \delta(\mathbf{k}_3) \rangle = \delta_D^{(3)} \left( \sum_i \mathbf{k}_i \right) B(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2, \mathbf{k}_3)$$

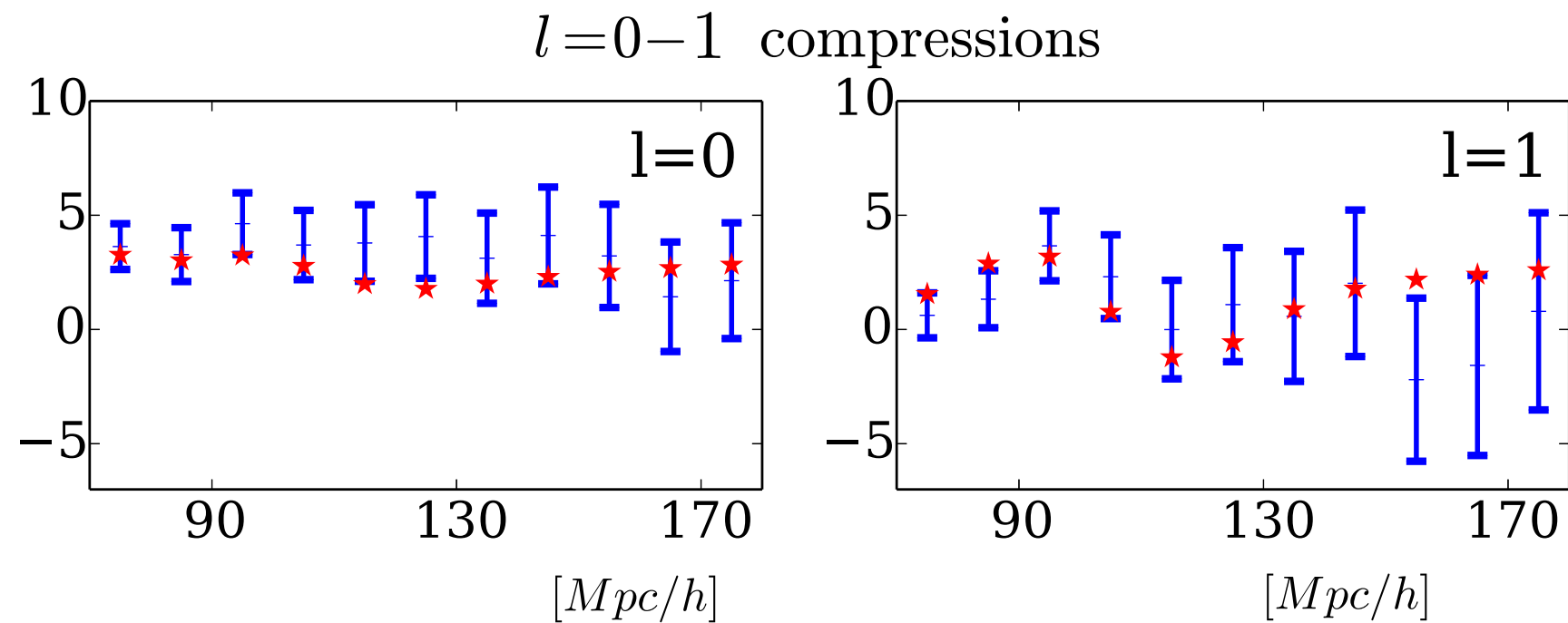
= 0 в линейном режиме

Нетривиален в нелинейном режиме

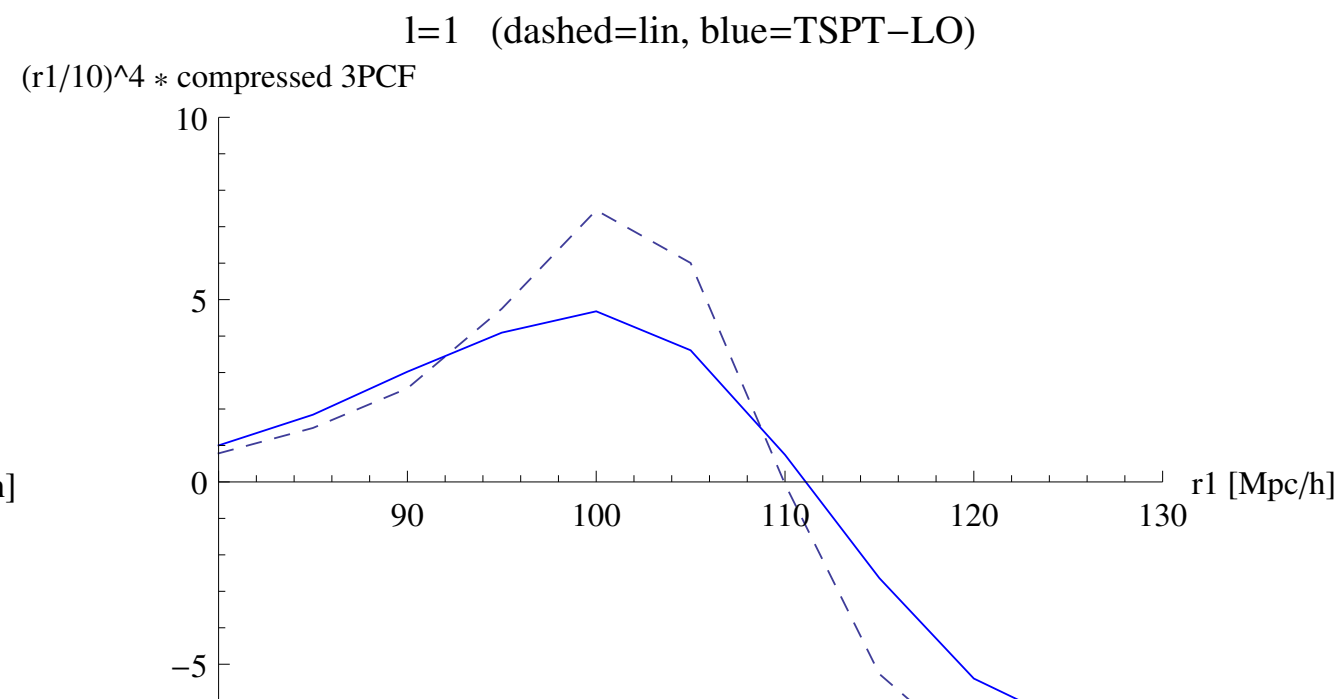
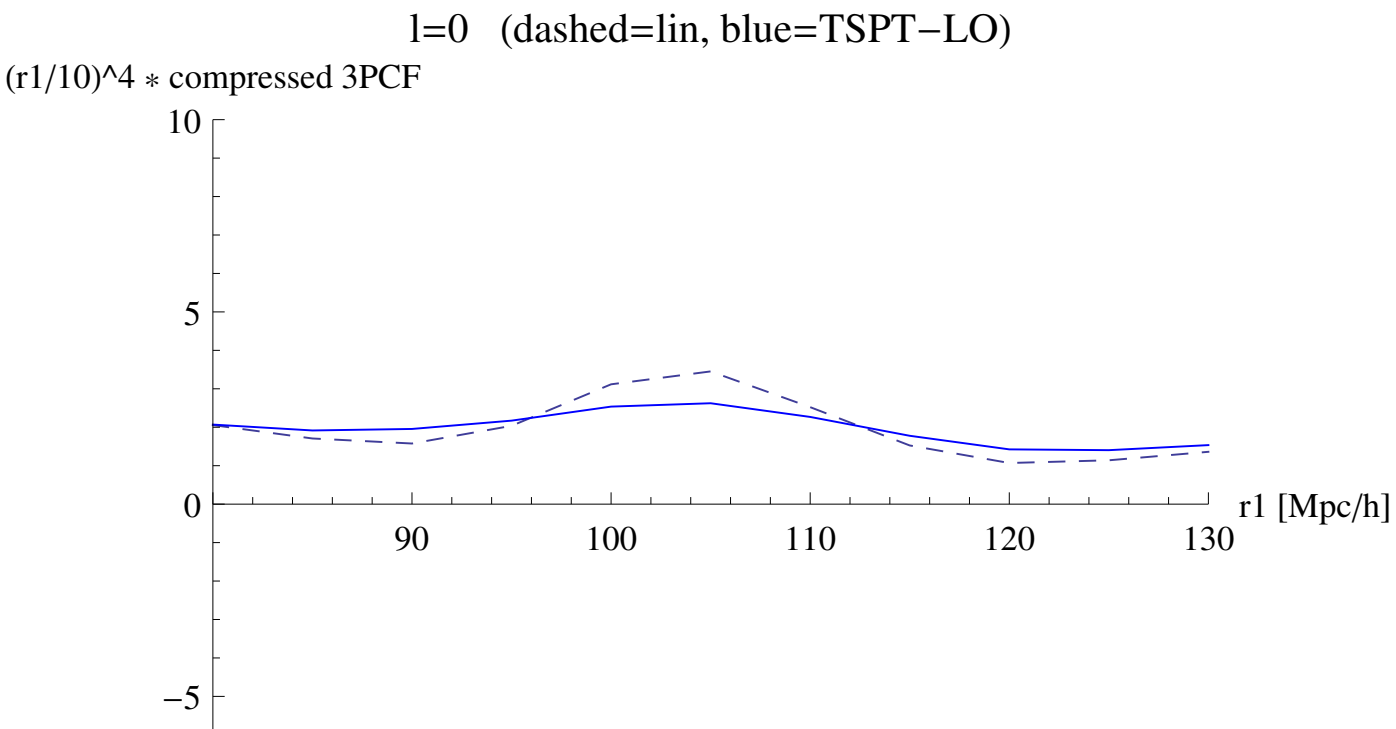
Новая наблюдаемая величина - ф-я 3-х переменных



# Биспектр: барионные акустические осцилляции



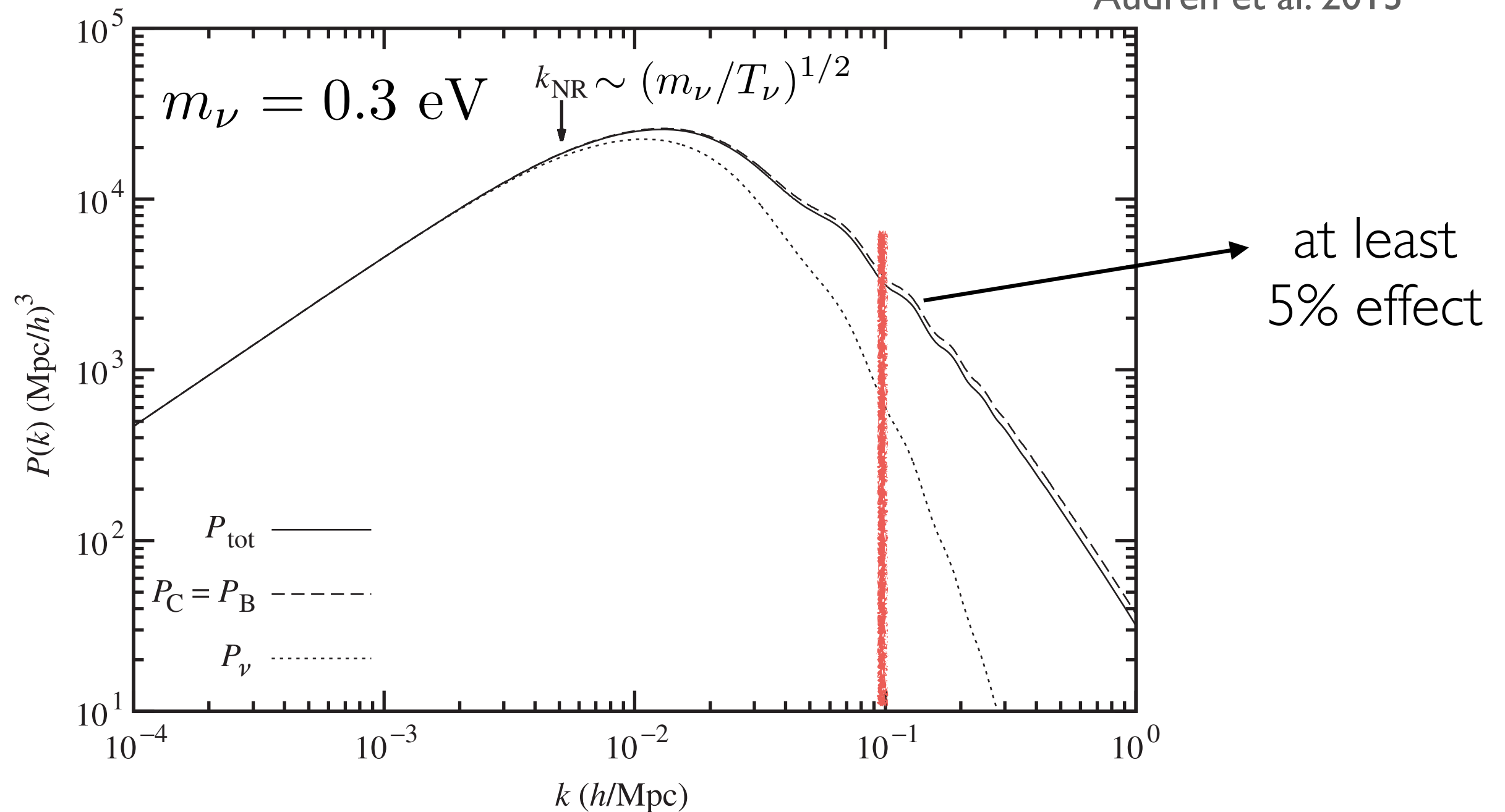
Slephian et al.'15



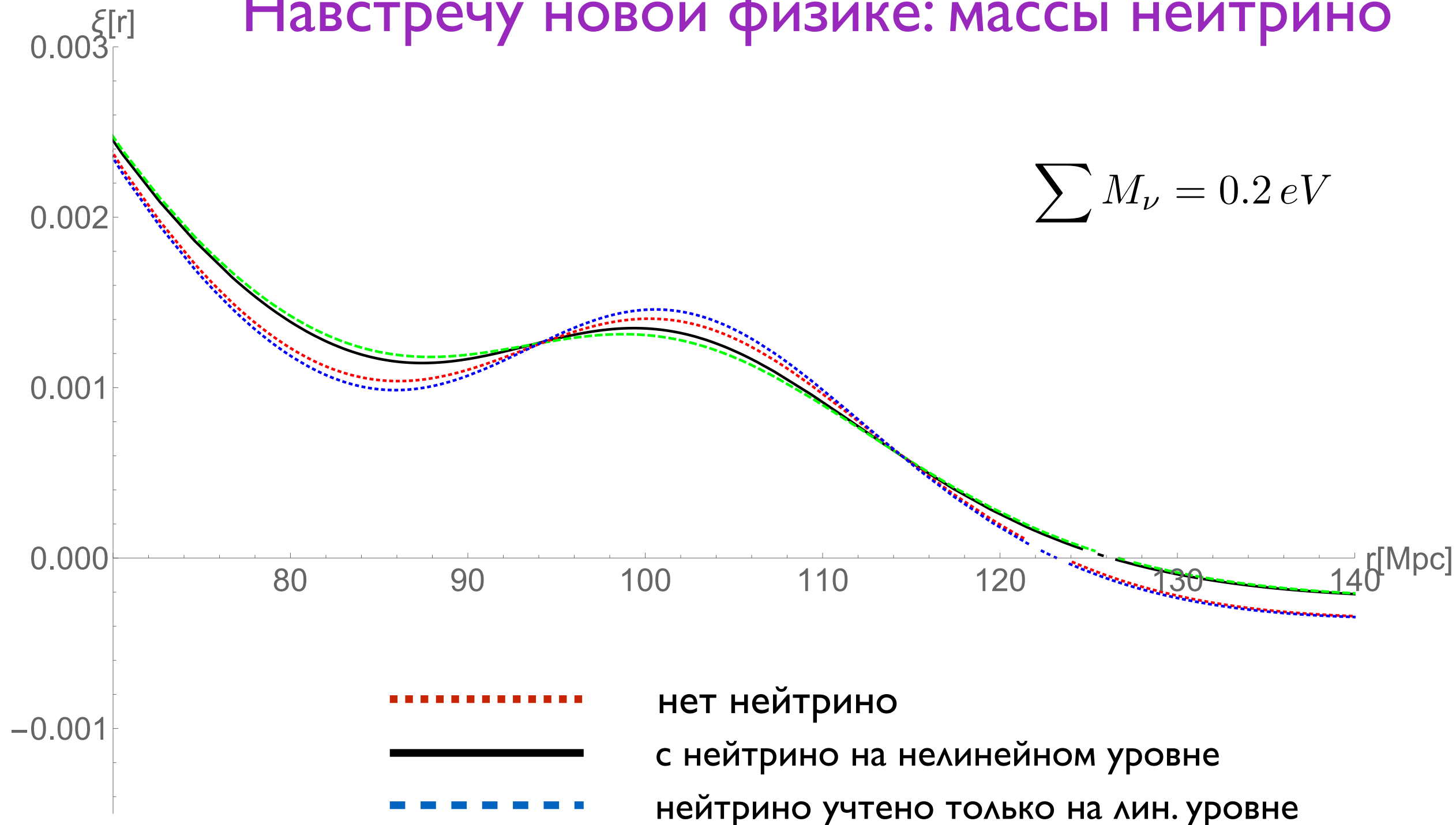
предварительно

# Навстречу новой физике: массы нейтрино

Audren et al. 2013



# Навстречу новой физике: массы нейтрино



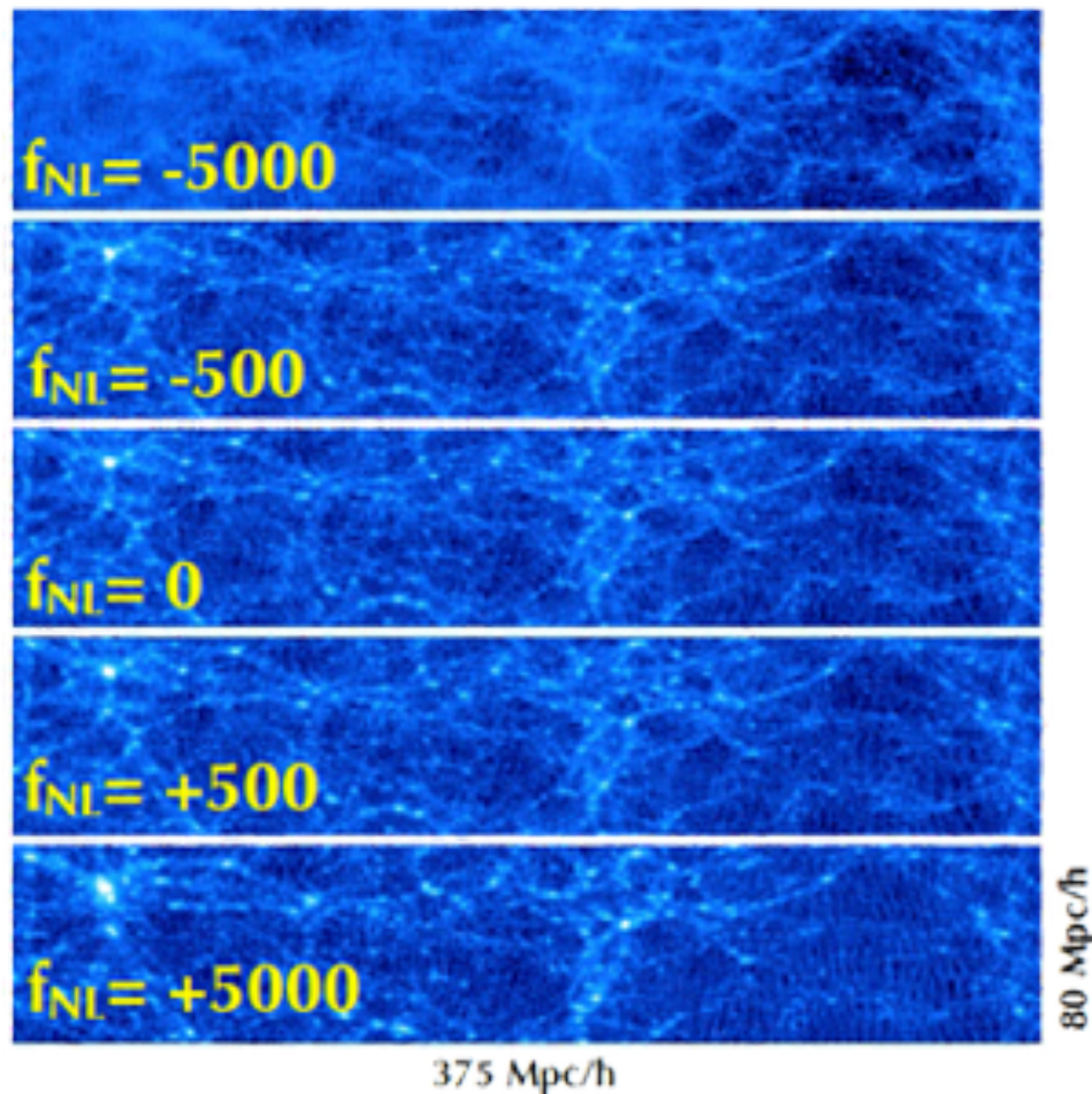
Planck:  $\sum M_\nu < 0.23 \text{ eV}$  (95%  $CL$ .)

Осцилляции:

LSS:  $\sum M_\nu = \dots \pm 20 \text{ meV}$  (68%  $CL$ .)

$m_\nu > 60 \text{ meV}$

# Навстречу новой физике: первичная негауссовость



$$B^{initial} \sim f_{NL}$$

Planck

$$f_{NL}^{\text{loc.}} = 0.8 \pm 5.0 \quad (68\% \text{ CL})$$

LSS

$$f_{NL}^{\text{loc.}} = \dots \pm 1.0 \quad (68\% \text{ CL})$$



# Достижения TSPT



Динамика и статистика “развязаны”



Простое диаграммное представление



Нет ИК расходимостей  
(гарантировано симметрией)



Систематическое ИК пересуммирование  
= аккуратное описание БАО



Метод ренормгруппы  
= аккуратное описание корреляционных функций  
на малых масштабах

## Итоги:

- КСВ - Главная наблюдаемая в космологии будущего  
Необходимо аналитическое описание на слабо-  
● нелинейных масштабах (10 - 100 Мpc) чтобы продолжать  
прогресс в космологии
- TSPT - новый многообещающий подход к КСС

## В прогрессе:



Сравнение с данными симуляций, фитирование



Биспектр, 2-х петлевой спектр мощности



Эффект барионов - стат. смещение

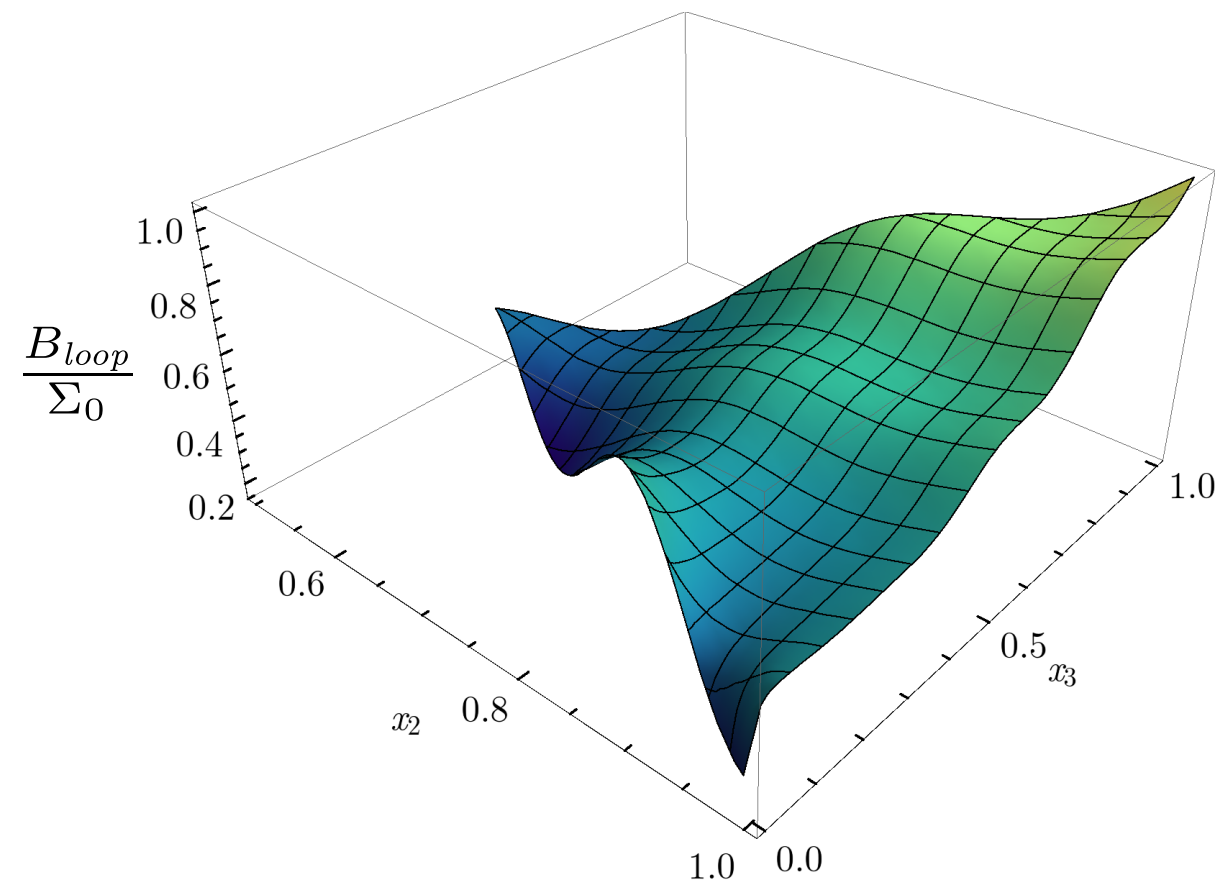
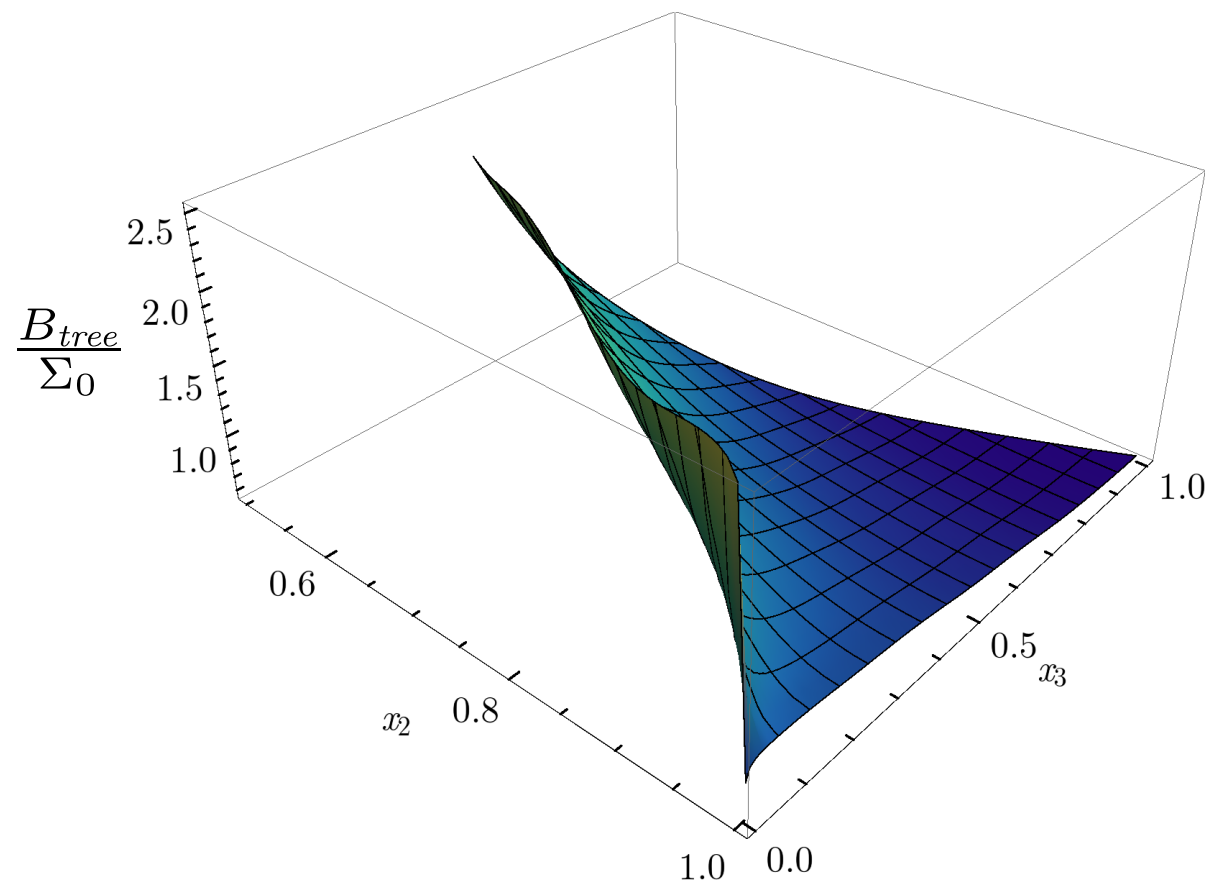


Первичная негауссовость, массивные нейтрино

Спасибо за внимание!

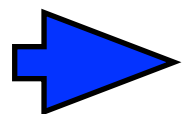


# Биспектр



$$B^{tree}(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2, \mathbf{k}_3) = 2F_2(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2)P(k_1)P(k_2) + cycle$$

$$\Sigma_0 = P(k_1)P(k_2) + cycle$$



Первичная негауссовость!



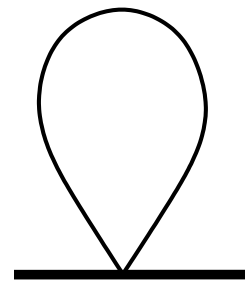
# Инфракрасное пересуммирование



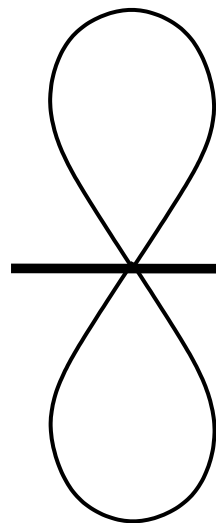
диаграммы  
ромашки



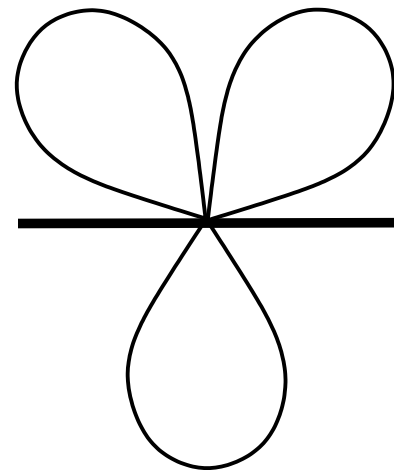
$$P_w^{IR-res.}(k) = \text{---} +$$



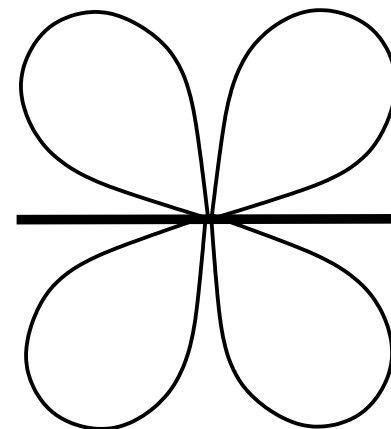
+



+



+



+

...

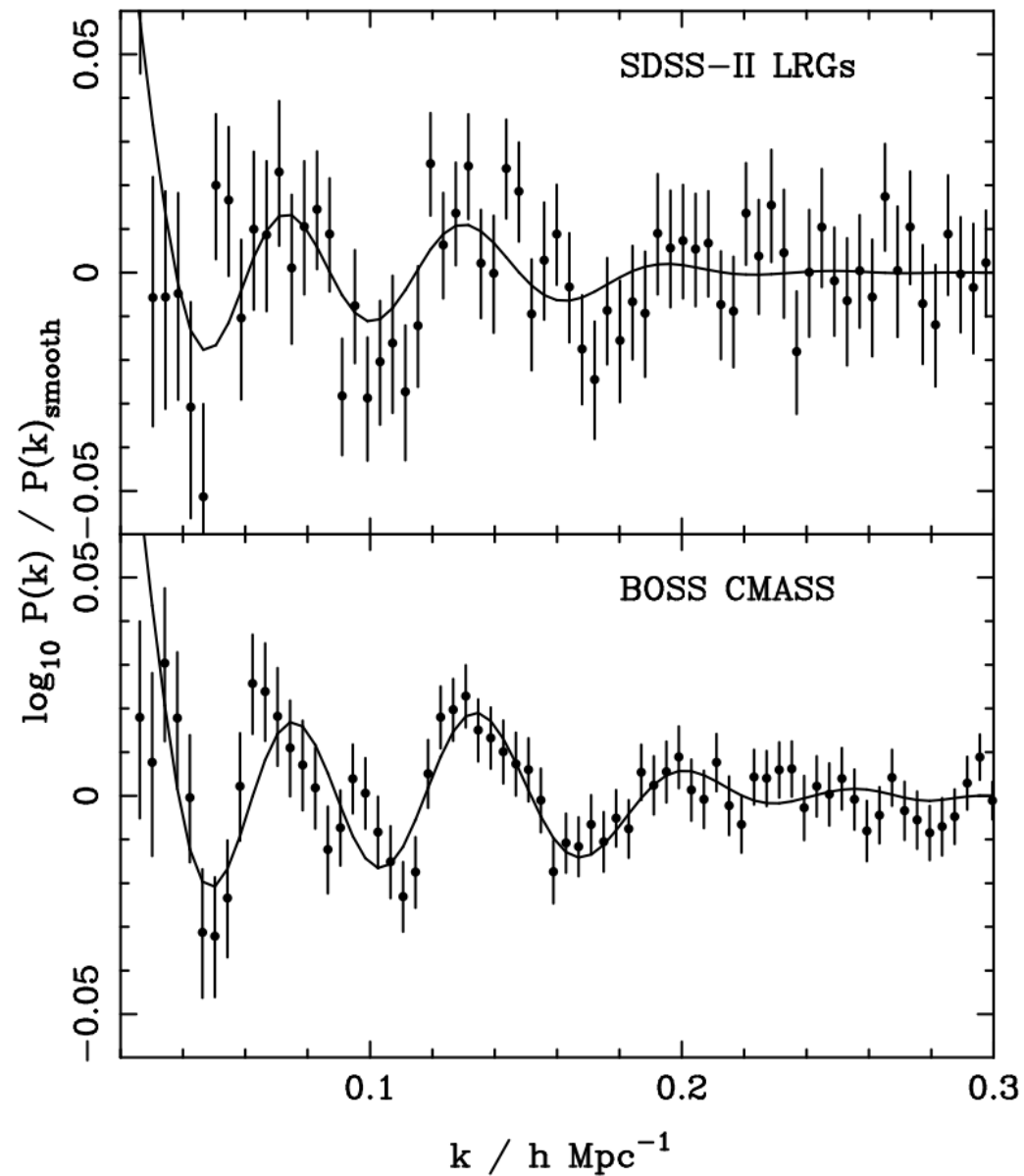
$$= e^{-\Sigma^2 k^2} P_w(k)$$

~~IR-divergent~~

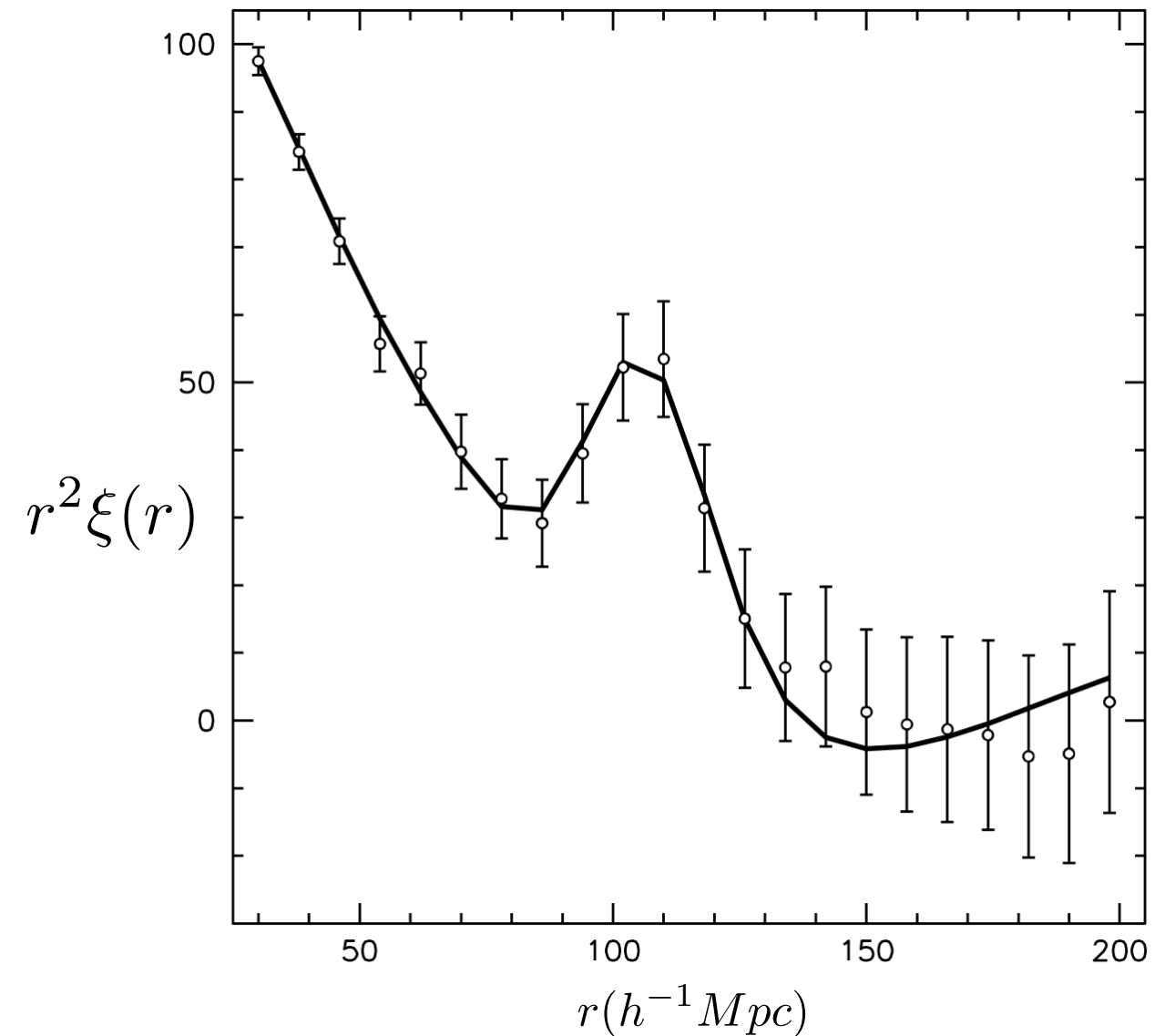
$$= \exp \left\{ -\frac{k^2}{3} \cdot 4\pi \int_0^{\Lambda_{IR}} dq P_s^L(q) (1 - j_0(qr_{BAO}) + 2j_2(qr_{BAO})) \right\} P_w(k)$$

*BAO scale*

# Baryon acoustic oscillations



Power spectrum



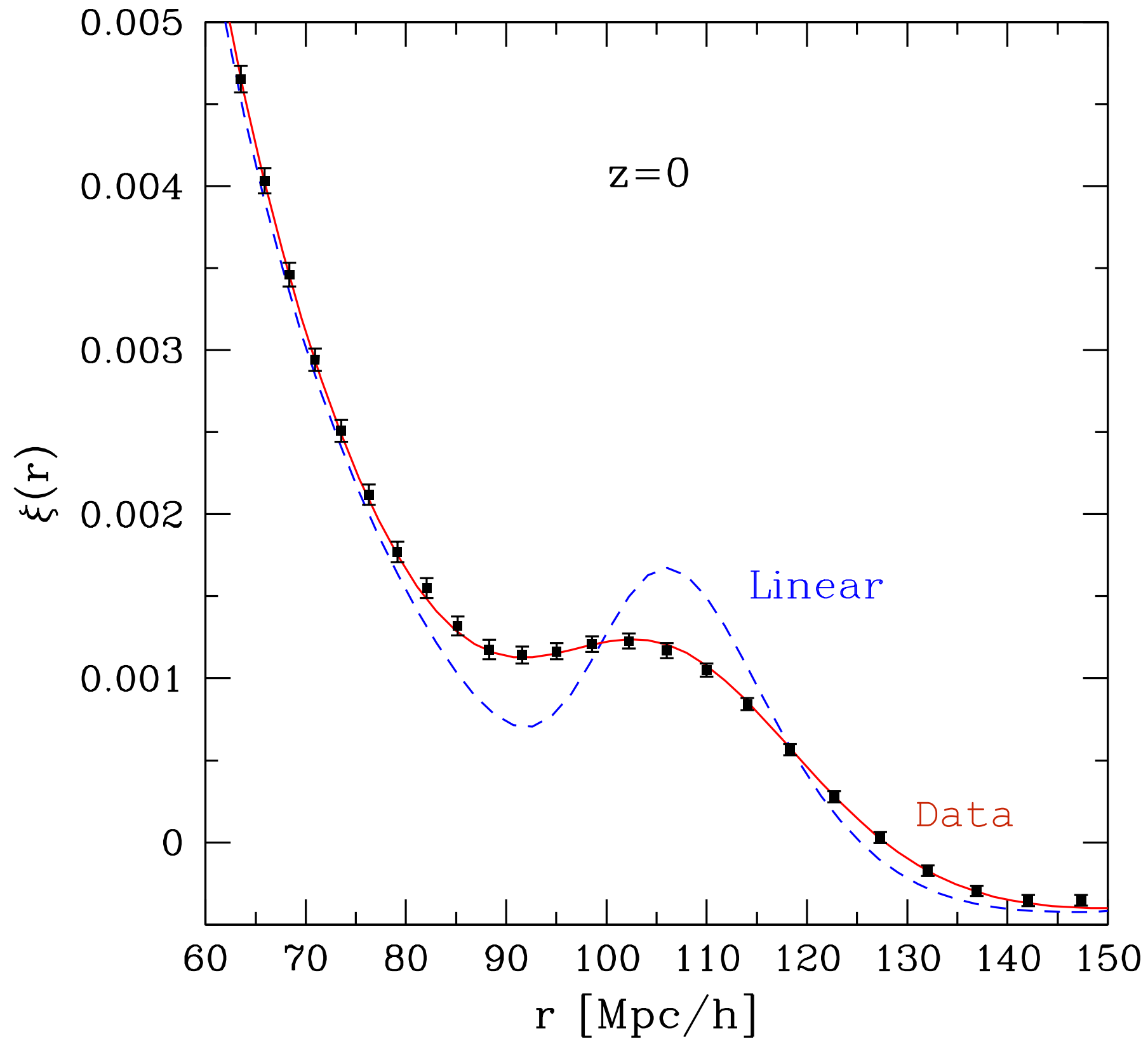
Correlation function

$$\xi(r) = \int d^3 k e^{i \vec{k} \cdot \vec{r}} P(k)$$

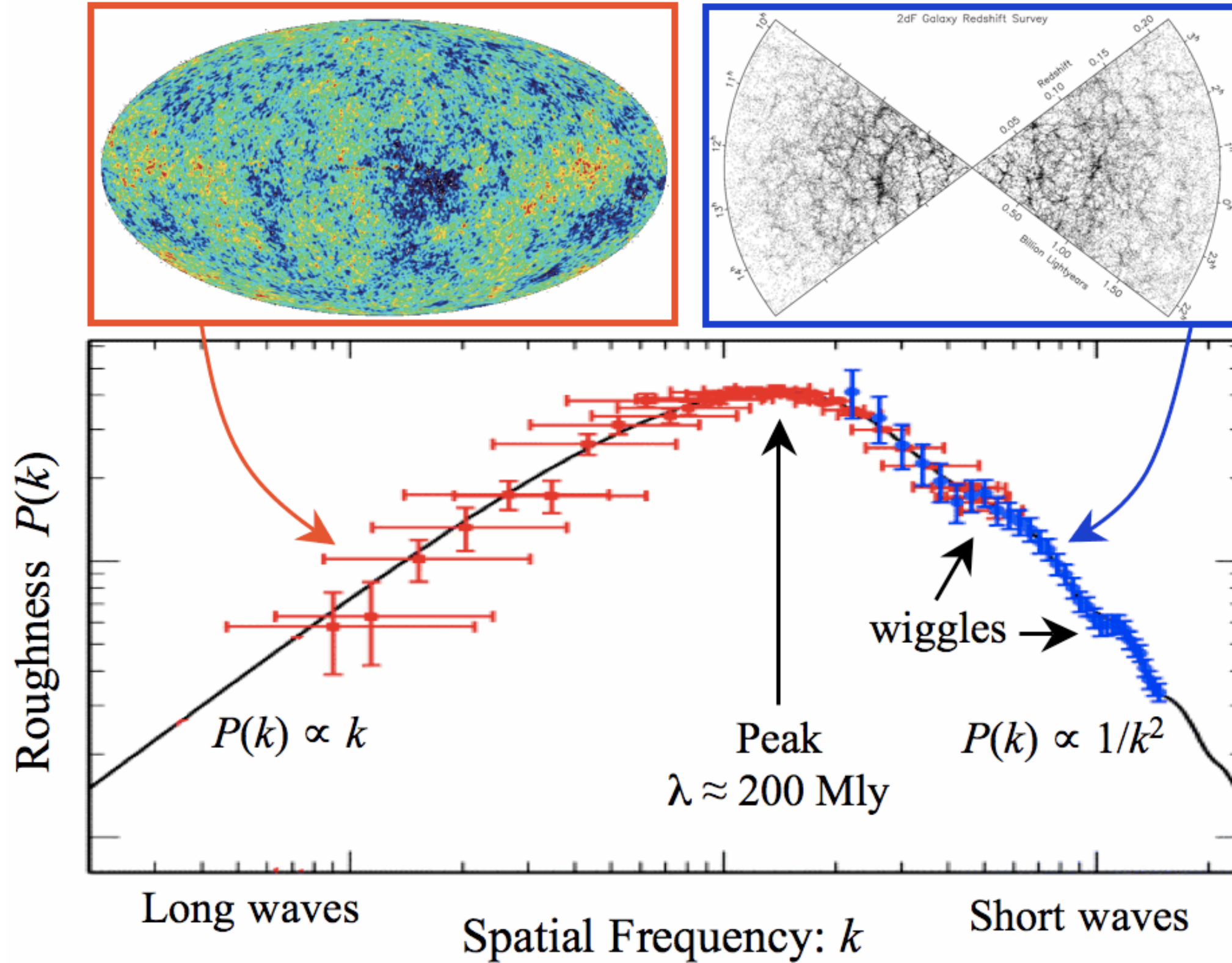


Standard ruler - extremely powerful probe

# BAO in the galaxy correlation function

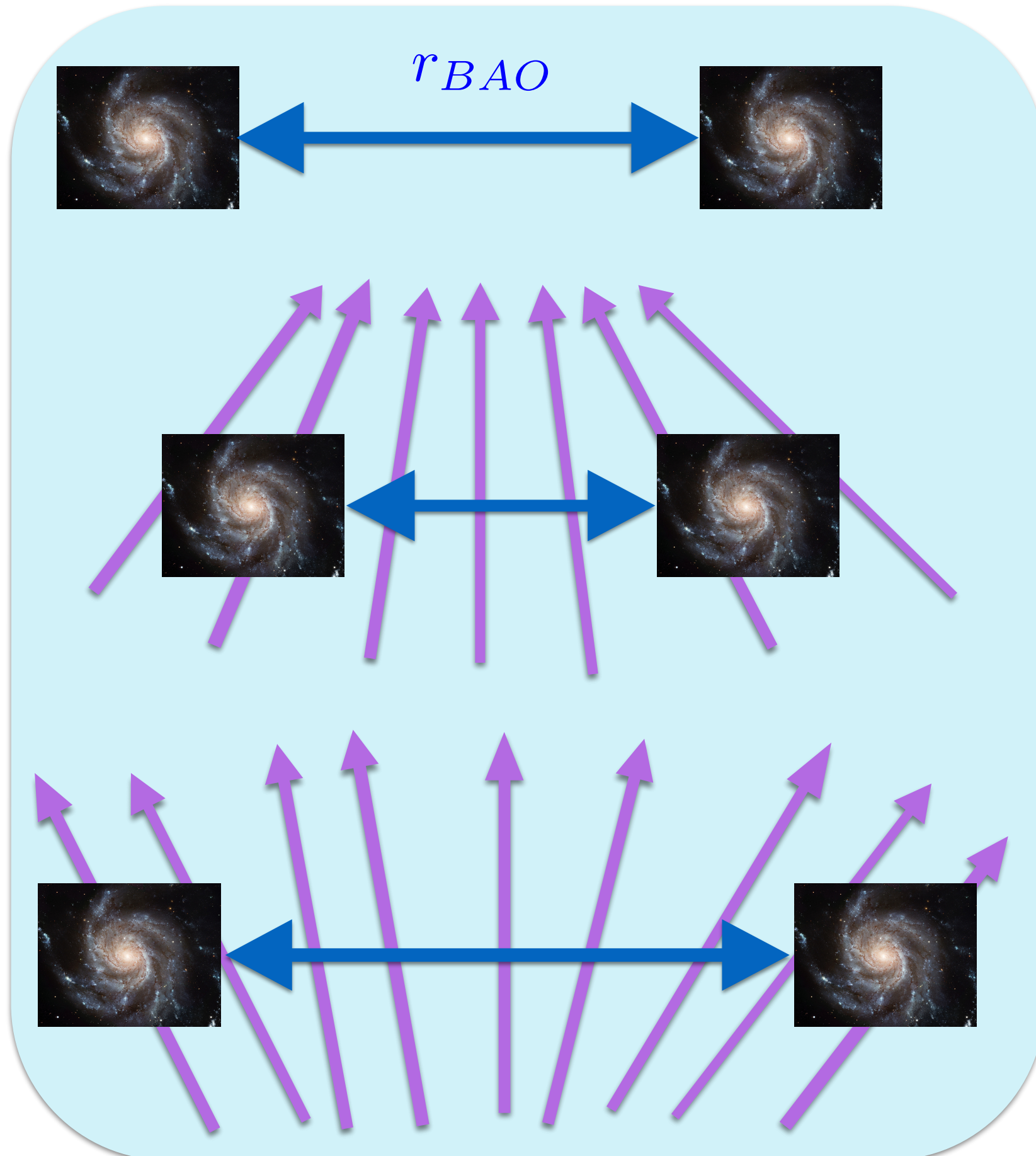


# Спектр мощности





# Non-linearities: physical picture



large scale  
bulk motions  
= correlation  
degrades

BAO peak  
broadening