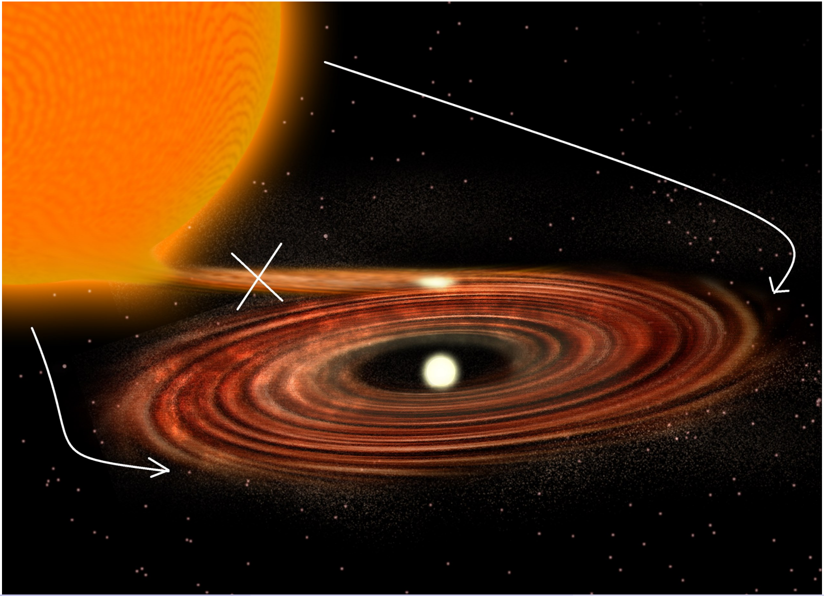
Миграция планет в аккреционном диске двойной системы

- Процесс миграции планет был многократно моделирован в протопланетных дисках вокруг одиночных звезд (*Golreich & Tremaine* (1979), *Philip J. Armitage "Astrophysics of Planet formation"*)
- Цель: процесс миграции в аккреционных дисках двойных систем - красного гиганта + нормальная звезда, вокруг которой существует планетная система.
- Аккреция происходит в режиме звездного ветра, без переполнения полости Роша.
- Мы хотим посчитать времена миграции планет различных масс, мигрирующих с различных расстояний и сравнить их с характерным временем жизни нашей системы - порядка 10^8 лет.

1. Стандартный тонкий диск



1. Стандартный тонкий диск

1.1 Система уравнений:

$$\nu = \alpha c_s H, \quad H = \frac{c_s}{\Omega_K}, \quad \tau = \frac{1}{2}\tilde{\kappa}\Sigma, \quad p = \frac{\gamma k_B \rho T_c}{\mu m_H}, \quad c_s^2 = \frac{p}{\rho}$$

Решение уравнения Новье-Стокса для ϕ-ой компоненты:

$$\nu\Sigma = \frac{\dot{M}_{tot}}{3\pi} f, \quad f = 1 - \left(\frac{R_{in}}{R}\right)^{1/2}$$

Уравнение баланса энергии:

$$\frac{9}{4}\nu\Sigma\Omega_K^2 = \frac{8\sigma T_c^4}{3\tau}$$

Мы используем следующие значения параметров:

$\alpha = 0.01, \quad M_1 = 3\ M_{sun}, \quad R_1 = 10^3\ R_{sun}$ красный гигант

$\gamma = 5/3, \quad \mu = 1, \quad M_2 = M_{sun}, \quad R_2 = R_{sun}$ звезда на ГП

1.2. Полученные выражения для параметров диска:

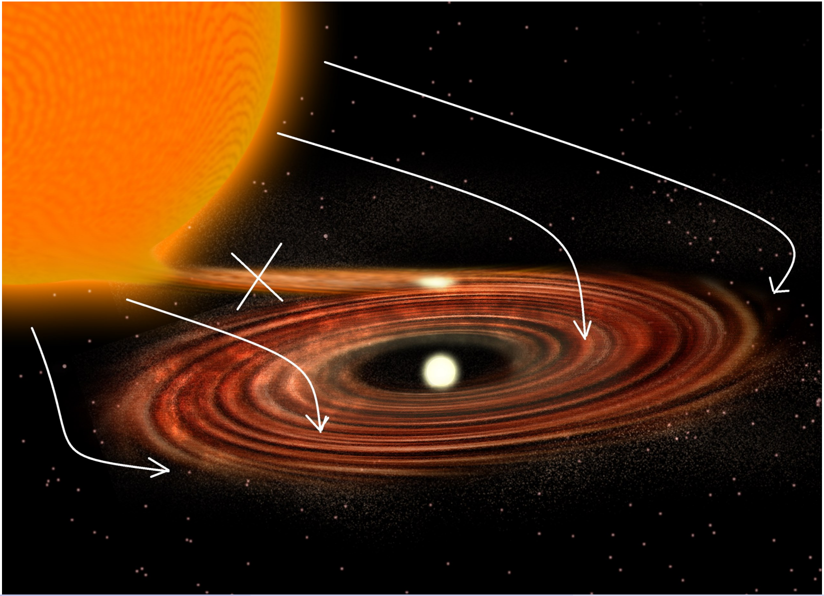
$$\Sigma = 8.04 \cdot \alpha^{-4/5} \left(\frac{\mu}{\gamma}\right)^{4/5} m^{1/5} \dot{m}^{3/5} f^{3/5} r^{-3/5} \ \left[\frac{g}{cm^2}\right]$$

$$H = 2.28 \cdot 10^{11} \ \alpha^{-1/10} \left(\frac{\gamma}{\mu}\right)^{2/5} m^{-7/20} \dot{m}^{1/5} f^{1/5} r^{21/20} \ [cm]$$

$$r = \frac{R}{AU}, \ m = \frac{M_2}{M_{sun}}, \dot{m} = \frac{\dot{M}}{\dot{M_{RG}}},$$

$$M_{sun} = 1.98 \cdot 10^{33} \, [g] \, , \ \dot{M_{RG}} = 6.28 \cdot 10^{18} \left[\frac{g}{s}\right]$$

2. Тонкий диск с оседанием вещества



2. Тонкий диск с оседанием вещества

2.1 Система уравнений:

$$\nu = \alpha c_s H, \quad H = \frac{c_s}{\Omega_K}, \quad \tau = \frac{1}{2}\tilde{\kappa}\Sigma, \quad p = \frac{\gamma k_B \rho T_c}{\mu m_H}, \quad c_s^2 = \frac{p}{\rho}$$

Непрозрачность:

$$\tilde{\kappa} = \kappa_0 \left(\frac{T_c}{T_{evap}}\right)^{-14}, \;\; \kappa_0 = 2 \; [cm^2 g^{-1}]$$

$$T_{evap} = 1380 \; [K] \text{ – температура испарения пыли}$$

При решении уравнения Новье-Стокса для ϕ-ой компоненты в данном случае, было использовано следующее предположение:

$$\dot{\Sigma}_{ext} = \begin{cases} \dfrac{\dot{M}_{tot}}{2\pi R R_\alpha}, & R < R_\alpha \\ 0, & R \geq R_\alpha \end{cases}$$

$$R_a = \frac{2GM_2}{v_r^2 + {c_s}_{wind}^2}, \quad v_r^2 = v_w^2 + v_o^2, \quad v_o^2 = \frac{GM1^2}{(M1+M2)a_b}$$

$${c_s}_{wind} = 2 \cdot 10^6 \ [km/s], \quad v_w = 1 \cdot 10^6 \ [km/s]$$

Подставляя его в выражение для $\nu\Sigma$, полученное в результате решения уравнения Новье-Стокса для ϕ-той компоненты:

$$\nu\Sigma = \frac{1}{3\pi R^2\Omega}\left(\dot{M}\ \Omega R^2\Big|_{R_{in}}^{R} + \int_{R_{in}}^{R} 2\pi\Omega R^3 \dot{\Sigma}_{ext} dR\right)$$

Получаем окончательную формулу для $\nu\Sigma$:

$$\nu\Sigma = \frac{\dot{M}_{tot}}{3\pi} f$$

$$f = \begin{cases} \frac{R_\alpha + R_{in} - R}{R_\alpha}\left(1 - \left(\frac{R_{in}}{R}\right)^{1/2}\right) + \frac{2}{3}\frac{R}{R_\alpha}\left(1 - \left(\frac{R_{in}}{R}\right)^{3/2}\right), & R < R_\alpha \\ \frac{R_{in}}{R_\alpha}\left(1 - \left(\frac{R_{in}}{R}\right)^{1/2}\right) + \frac{2}{3}\left(\frac{R_\alpha}{R}\right)^{1/2}\left(1 - \left(\frac{R_{in}}{R_\alpha}\right)^{3/2}\right), & R \geq R_\alpha. \end{cases}$$

$$T_c^4 = T_V^4 + T_W^4 + T_I^4$$ – уравнение баланса температур

T_c – центральная темература в диске $z = 0$

$$T_V^4 = \frac{27\kappa\nu\Sigma^2\Omega^2}{64\sigma}$$ – температура вязкой диссипации энергии

$$T_W^4 = \begin{cases} \frac{GM_2\dot{M}_{tot}}{2\pi R^2 R_\alpha \sigma}, & R < R_\alpha \\ 0, & R \geq R_\alpha \end{cases}$$

Температура излучения звезды:

$$T_I^4 = \frac{2}{3\pi}\left(\frac{R_*}{R}\right)^3 T_*^4 + \frac{1}{7\Omega R}\left(\frac{R_*}{R}\right)^2 T_c^{1/2}\left(\frac{\gamma k_B}{\mu m_H}\right)^{1/2} T_*^4$$

2.2 Параметры диска вычисляются напрямую из численных значений

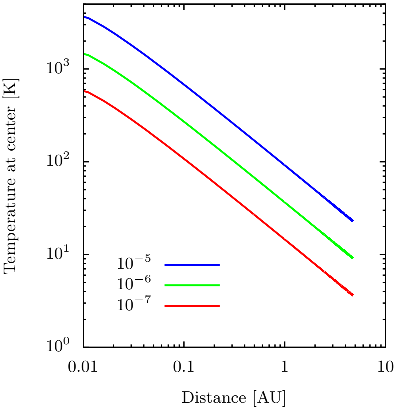
$$\Sigma = \frac{\mu m_H (GM_2)^{1/2}\dot{M}_{tot}}{3\pi\gamma k_B \alpha R^{3/2}} T_c^{-1}, \qquad H = \frac{\gamma k_B R^3}{GM_2 \mu m_H} T_c$$

3. Полученные профили дисков

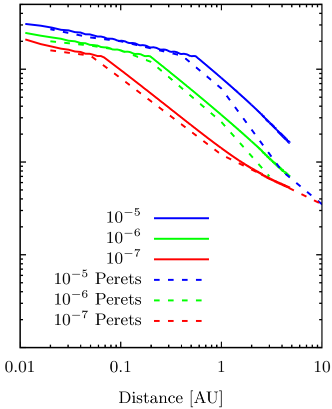
3.1. Графики зависимости центральной температуры диска от расстояния до нормальной звезды.

(Прямые линии отображают наши результаты, пунктирные — результаты *Perets & Kenyon* 2013. Цветные линии отображают темпы истечения красного гиганта $\left[M_{sun}\ year^{-1}\right]$, $a_b = 10\ [AU]$)

стандартный диск

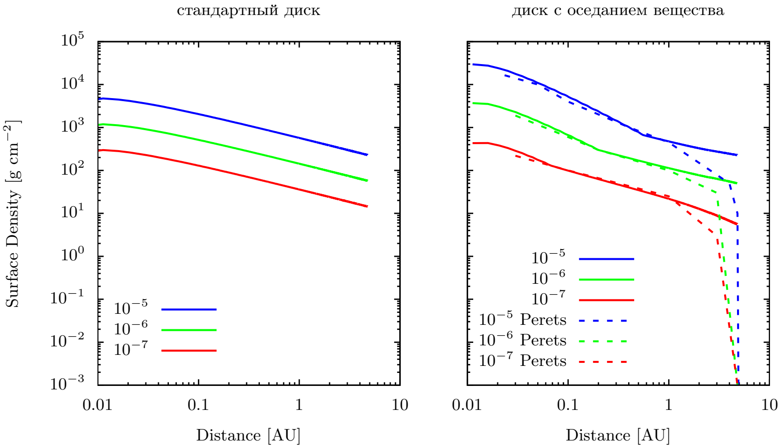


диск с оседанием вещества



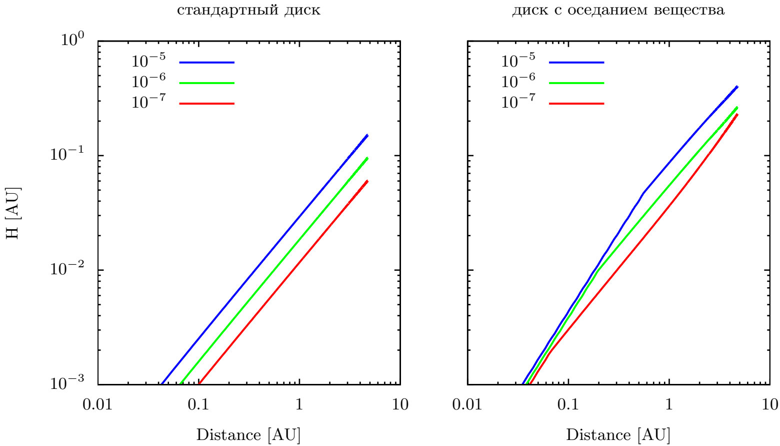
3.2. Графики зависимости поверхностной плотности диска от расстояния до нормальной звезды.

(Прямые линии отображают наши результаты, пунктирные — результаты *Perets & Kenyon* 2013. Цветные линии отображают темпы истечения красного гиганта $\left[M_{sun}\ year^{-1}\right]$, $a_b = 10\ [AU]$)

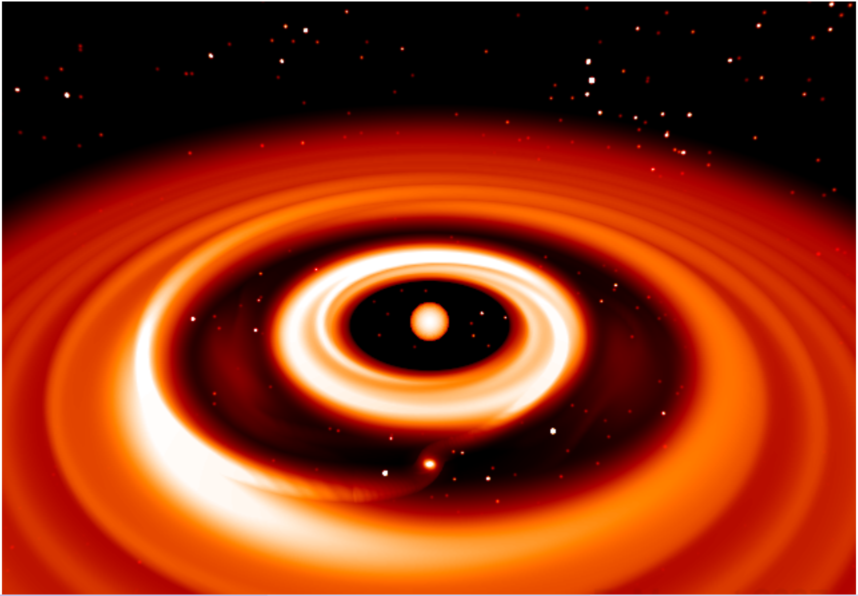


3.3. Графики зависимости толщины диска от расстояния до нормальной звезды.

(Цветные линии отображают темпы истечения красного гиганта $\left[M_{sun}\ year^{-1}\right]$, $a_b = 10\ [AU]$)



4. Миграция планет



4. Миграция планет

4.1. Гравитационные резонансы. Типы миграции. Выражение для времени миграции.

Резонансы, дающиие основной вклад в приращение углового момента:

1) Коротационный резонанс: $\Omega(r) = \Omega_p$

1) Линдбладовский резонанс: $m[\Omega(r) - \Omega_p] = \pm\, \kappa(r)$
m– целое, $\kappa(r)$– эпициклическая частота радиальных возмущений

Типы миграции:

Миграция I типа:

$$\left(\frac{dJ}{dt}\right)_{by\ planet} < \left(\frac{dJ}{dt}\right)_{viscous}$$ – рассматривается в данной работе

Миграция II типа: $\left(\frac{dJ}{dt}\right)_{by\ planet} > \left(\frac{dJ}{dt}\right)_{viscous}$ – открытие щели в диске

$$\frac{dJ}{dt} = -(1.36 + 0.54\tilde{\alpha}) \left(\frac{M_p}{M_2}\right)^2 \left(\frac{H}{R}\right)^{-2} \Sigma\Omega_K^2 R^4 \text{ (Tanaka \textit{et al}. (2002))}$$

$\tilde{\alpha}$ находится из условия: $\Sigma \sim R^{-\tilde{\alpha}}$

Угловой момент планеты, находящейся на расстоянии R:

$$J = M_p \Omega_K R^2 = G^{1/2} M_2^{1/2} M_p R^2$$

После дифференцирования:

$$\frac{dJ}{dt} = G^{1/2} M_2^{1/2} M_p \frac{R^{-1/2}}{2} \frac{dR}{dt}$$

Подставляя параметры диска Σ,H в следующее выражение и численно интегрируя его, находим время миграции:

$$T_{migr} = \int\limits_{R_{in}}^{R} \frac{1}{2(1.36 + 0.54\tilde{\alpha})} \cdot G^{-1/2} M_p^{-1} M_2^{3/2} \Sigma^{-1} H^2 R^{-7/2} dR$$

4.2. Расчет времени миграции в стандартном диске.

Из $\Sigma \sim R^{-\tilde{\alpha}}$ в случае данного диска, можно определить $\tilde{\alpha} = 3/5$. С учетом этого получаем выражение:

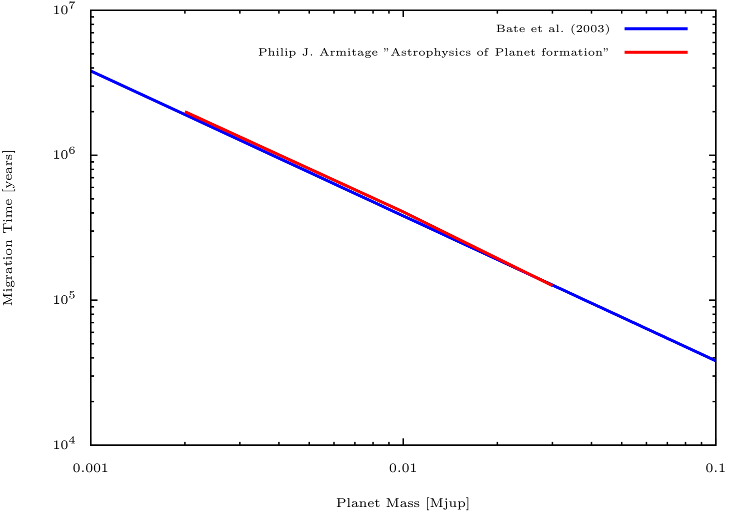
$$T_{migr} = \int\limits_{r_{in}}^{r} 4.06 \cdot 10^{15}\ m_p^{-1} \left(\frac{\gamma}{\mu}\right)^{8/5} m^{3/5} \dot{m}^{-1/5} \alpha^{3/5} f^{-1/5} r^{-4/5} dr\ [s]$$

4.3. Расчет времени миграции в случае диска в выпадением.

Значение $\tilde{\alpha}$ определяется на каждом радиусе R: $\tilde{\alpha} = \frac{\log(\frac{\Sigma(R)}{\Sigma(R+dR)})}{\log(\frac{R}{R+dR})}$.

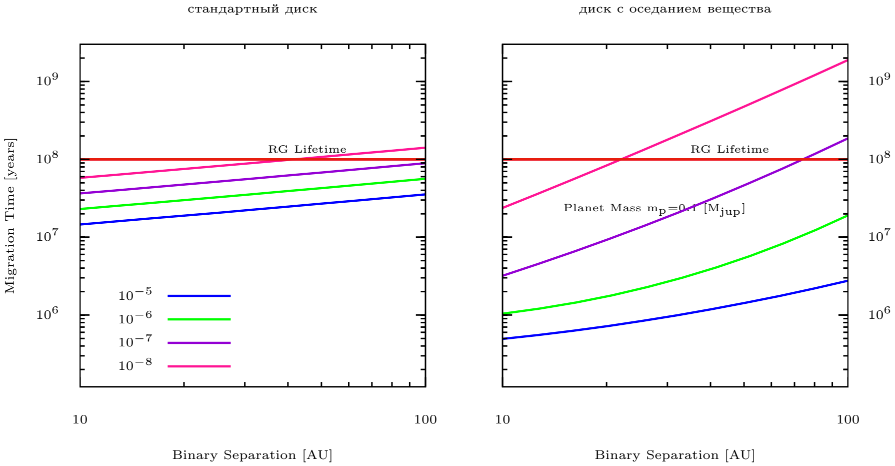
4.4. Графики зависимости времени миграции от массы планеты.

(Синяя линия – наш подсчет времени миграции с профилями диска, взятыми из Bate *et al.* (2003). Красная линия – значения времени миграции, взятые из Philip J. Armitage "Astrophysics of Planet formation".)



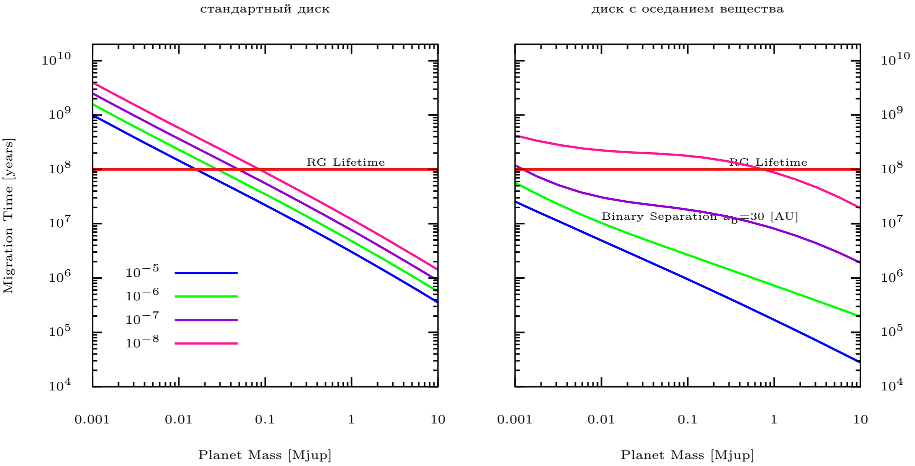
4.5. Графики зависимости времени миграции от большой полуоси.

(Цветные линии отображают темпы истечения красного гиганта $\left[M_{sun}\ year^{-1}\right]$.)



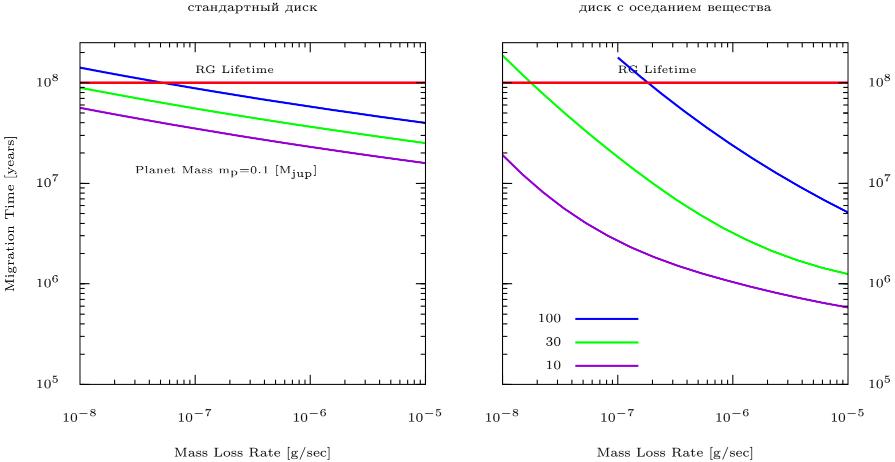
4.6. Графики зависимости времени миграции от массы планеты.

(Цветные линии отображают темпы истечения красного гиганта в $\left[M_{sun}\ year^{-1}\right]$.)



4.7. Графики зависимости времени миграции от темпа истечения красного гиганта.

(Цветные линии отображают большие полуоси в $[AU]$.)



5. Вывод

Мы выяснили, что в аккреционных дисках, описываемых моделью Шакуры-Сюняева с двумя разными режимами аккреции, для определенного диапазона параметров двойной системы, планеты успевают мигрировать и упасть на звезду.

При этом происходит вспышка с энерговыделением порядка $10^{37}\ \left[erg\ s^{-1}\right]$, что дает возможность наблюдения этого процесса в различных типах двойных систем.

Спасибо за внимание!

$$T_c^4 = T_V^4 + T_W^4 + T_I^4 \text{ – уравнение баланса температур}$$

$$T_c \text{ – центральная темература в диске } z = 0$$

$$T_V^4 = \frac{27\kappa\nu\Sigma^2\Omega^2}{64\sigma} \text{ – температура вязкой диссипации энергии}$$

$$T_W^4 = \begin{cases} \frac{GM_2\dot{M}_{tot}}{2\pi R^2 R_\alpha \sigma}, & R < R_\alpha \text{ – температура за счет выпадения вещества} \\ 0, & R \geq R_\alpha \text{ (вещество выпадает в области радиусом } Ra) \end{cases}$$

$$T_I^4 = \frac{2}{3\pi}\left(\frac{R_*}{R}\right)^3 T_*^4 + \frac{H}{2R}\left(\frac{R_*}{R}\right)^2\left(\frac{\partial \ln H}{\partial \ln R} - 1\right) T_*^4 = \frac{2}{3\pi}\left(\frac{R_*}{R}\right)^3 T_*^4 + \frac{1}{7\Omega R}\left(\frac{R_*}{R}\right)^2 T_c^{1/2}$$

– температура излучения звезды

Уравнение баланса температуры решаем численно методом Ньютона-Рафсона

$$T_c^4 = t_2 T_c^{-1} + t_0 + t_1 T_c^{1/2} + T_W^4, \qquad f(T_c) = T_c^4 - t_2 T_c^{-1} - t_0 - t_1 T_c^{1/2} - T_W^4 = 0$$

$$T_c^{n+1} = T_c^n - \frac{f(T_c^n)}{f'(T_c^n)}, \qquad T_c^0 = t_2^{1/3}, \qquad t_2 = \frac{3\tilde{\kappa}\mu m_H \dot{M}_{tot}^2 (GM_2)^{3/2} f^2}{64\pi^2\sigma\gamma k_B \alpha} R^{9/2}$$

$$t_0 = \frac{2}{3\pi}\left(\frac{R_*}{R}\right)^3 T_*^4, \qquad t_1 = \frac{1}{7\Omega R}\left(\frac{R_*}{R}\right)^2\left(\frac{\gamma k_B}{\mu m_H}\right)^{1/2} T_*^4$$

Итерации проводятся на каждом радиусе R

Вывод решения уравнения Новье-Стокса ($\nu\Sigma$)

Navier – Stokes equation for $\phi-$component of velocity:

$$\rho\left(\frac{\partial v_\phi}{\partial t}+v_r\frac{\partial v_\phi}{\partial r}+v_\phi\frac{\partial v_\phi}{\partial \phi}+v_z\frac{\partial v_\phi}{\partial z}+\frac{v_r v_\phi}{r}\right)=\rho\left(-\frac{1}{r}\frac{\partial \psi}{\partial \phi}-\frac{1}{\rho r}\frac{\partial p}{\partial \phi}+N_\phi+K_\phi\right) \tag{1}$$

After making a suggestion that $\frac{\partial v_\phi}{\partial t}=v_\phi\frac{\partial v_\phi}{\partial \phi}=v_z\frac{\partial v_\phi}{\partial z}=\frac{\partial \psi}{\partial \phi}=\frac{\partial p}{\partial \phi}=K_\phi=0$ in protoplanetary disk, here K_ϕ is the impact of external forces, we can rewrite an equation (1):

$$\rho v_r\frac{\partial v_\phi}{\partial r}+\rho\frac{v_r v_\phi}{r}=\rho N_\phi \tag{2}$$

For the N_ϕ we can write an expression:

$$N_\phi=\frac{1}{\rho}\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2 t_{r\phi}\right)+\frac{1}{\rho}\frac{1}{r}\frac{\partial t_{r\phi}}{\partial \phi}+\frac{1}{\rho}\frac{\partial t_{r\phi}}{\partial z},\quad t_{r\phi}=\eta\left(r\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{v_\phi}{r}\right)+\frac{1}{r}\frac{\partial v_r}{\partial \phi}\right) \tag{3}$$

Substituting (3) in (2) and taking in account that $\dfrac{\partial t_{r\phi}}{\partial \phi}=\dfrac{\partial t_{r\phi}}{\partial z}=\dfrac{\partial v_r}{\partial \phi}=0$ in protoplanetary disk, $v_\phi=r\Omega$, $\dfrac{d\Omega}{dr}=-\dfrac{3}{2}\,\dfrac{1}{r}\Omega$, $\Omega=\sqrt{\dfrac{GM_2}{r^3}}$, $\eta=\rho\nu$ gives:

Вывод решения уравнения Новье-Стокса ($\nu\Sigma$)

$$\rho v_r \left(-\frac{1}{2}\Omega\right) + \rho v_r \Omega = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2 \rho \nu r \left(-\frac{3}{2}\ \frac{1}{r}\Omega\right)\right)$$

$$\downarrow$$

$$\rho v_r \Omega r^2 = -3\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2 \rho \nu \Omega\right) \tag{4}$$

After integration (4) with respect to z and taking in account suggestions: $\nu \not\sim z$, $\nu \sim r$, $\rho \sim r, z$, we derive next:

$$v_r \Omega r^2 \int_{-h}^{h} \rho dz = -3\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2 \Omega \nu \int_{-h}^{h} \rho dz\right) \tag{5}$$

After substituting $\Sigma = \int_{-h}^{h} \rho dz$ in (5) we derive:

$$v_r \Sigma \Omega r^2 = -3\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2 \Omega \nu \Sigma\right) \tag{6}$$

Taking into consideration $v_r \Sigma = -\dfrac{\dot{M}}{2\pi r}$ we can rewrite equation (6) as:

$$\frac{\dot{M}}{2\pi}\Omega r = 3\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2 \Omega \nu \Sigma\right) \tag{7}$$

Вывод решения уравнения Новье-Стокса ($\nu\Sigma$)

After integration equation (7) with respect to r we are able to write next expression for $\nu\Sigma$:

$$\nu\Sigma = \frac{1}{r^2\Omega}\int_{r_{in}}^{r} \frac{\dot{M}}{6\pi}\Omega r dr \tag{8}$$

Partial integration of right side of equation (8) gives:

$$\nu\Sigma = \frac{1}{6\pi r^2\Omega}\int_{r_{in}}^{r} \dot{M}\ d\left(2\Omega r^2\right) = \frac{1}{6\pi r^2\Omega}\left(\dot{M}\ 2\Omega r^2\Big|_{r_{in}}^{r} - \int_{r_{in}}^{r} 2\Omega r^2 d\dot{M}\right) \tag{9}$$

Taking into consideration that $\dfrac{1}{r}\dfrac{\partial\left(-\dot{M}/2\pi\right)}{\partial r}dr = \dot{\Sigma}_{ext}$ we can rewrite expression for $\nu\Sigma$:

$$\nu\Sigma = \frac{1}{3\pi r^2\Omega}\left(\dot{M}\ \Omega r^2\Big|_{r_{in}}^{r} + \int_{r_{in}}^{r} 2\pi\Omega r^3\dot{\Sigma}_{ext}dr\right) \tag{10}$$

Earlier we drew the expression for $\dot{\Sigma}_{ext}$:

$$\dot{\Sigma}_{ext} = \begin{cases} \dfrac{\dot{M}_{tot}}{2\pi r r_\alpha}, & r < r_\alpha \\ 0, & r \geq r_\alpha \end{cases} \tag{11}$$

Вывод решения уравнения Новье-Стокса ($\nu\Sigma$)

Substituting (11) in (10) gives:

$$\nu\Sigma = \begin{cases} \dfrac{\dot{M}}{3\pi}\left(1-\left(\dfrac{r_{in}}{r}\right)^{1/2}\right) + \dfrac{1}{3\pi r^2\Omega}\displaystyle\int_{r_{in}}^{r} \dfrac{\dot{M}_{tot}}{r_\alpha} r^2 \Omega dr, & r < r_\alpha \\ \dfrac{\dot{M}}{3\pi}\left(1-\left(\dfrac{r_{in}}{r}\right)^{1/2}\right) + \dfrac{1}{3\pi r^2\Omega}\displaystyle\int_{r_{in}}^{r_\alpha} \dfrac{\dot{M}_{tot}}{r_\alpha} r^2 \Omega dr, & r \geq r_\alpha \end{cases} \tag{12}$$

Finally we derive next expression for $\nu\Sigma$:

$$\nu\Sigma = \begin{cases} \dfrac{\dot{M}}{3\pi}\left(1-\left(\dfrac{r_{in}}{r}\right)^{1/2}\right) + \dfrac{2}{9\pi}\dfrac{r}{r_\alpha}\dot{M}_{tot}\left(1-\left(\dfrac{r_{in}}{r}\right)^{3/2}\right), & r < r_\alpha \\ \dfrac{\dot{M}}{3\pi}\left(1-\left(\dfrac{r_{in}}{r}\right)^{1/2}\right) + \dfrac{2}{9\pi}\left(\dfrac{r_\alpha}{r}\right)^{1/2}\dot{M}_{tot}\left(1-\left(\dfrac{r_{in}}{r_\alpha}\right)^{3/2}\right), & r \geq r_\alpha \end{cases} \tag{13}$$