

Н.В.Емельянов

**ДИНАМИКА ЕСТЕСТВЕННЫХ СПУТНИКОВ ПЛАНЕТ
НА ОСНОВЕ НАБЛЮДЕНИЙ**

ГАИШ МГУ - 2019

Резюме

В этой главе предлагается первое знакомство с естественными спутниками планет. Рассказано, как были открыты спутники.

Отметим, что в число изучаемых здесь объектов мы включаем спутники Марса, Юпитера, Сатурна, Урана, Нептуна и Плутона. С Луной мы не знакомимся, ее динамику здесь не рассматриваем, поскольку это особый и огромный раздел практической небесной механики. Спутники астероидов мы также оставляем за рамками нашего рассмотрения.

История практической небесной механики такова, что динамика указанной группы естественных спутников всегда составляла ограниченную и хорошо обозначенную область изучения.

Сначала была Луна. В 1610 году Галилей открыл первые спутники у другой планеты, и процесс изучения динамики спутников пошел. С 1957 года накопленные знания и методы небесной механики стали применяться к искусственным спутникам Земли (ИСЗ). Однако динамика ИСЗ стала особой областью науки и техники, имеющей теперь очень широкие приложения. По этой причине динамику ИСЗ мы оставляем за рамками настоящей книги.

2.1. Спутники планет — объекты Солнечной системы

В названии изучаемых объектов «спутники планет» заключено их свойство сопровождать планеты в их движении вокруг Солнца. Спутники имеются у больших и малых планет. Есть планеты без спутников. Земля тоже имеет спутник — это Луна. В нашем рассмотрении мы ограничимся спутниками Марса, Юпитера, Сатурна, Урана, Нептуна и Плутона. Луну мы здесь не рассматриваем. Она заслуживает отдельного внимания по ряду причин. Главное в том, что Луна — ближайший к нам естественный внеземной объект. Поэтому ее наблюдения имеют особо высокую точность. Динамика Луны тесно связана с формой и вращением Земли. Для описания движения Луны требуются специальные подходы и методы. Это предмет обширной и специальной науки — динамики Луны. Мы не будем здесь рассматривать спутники карликовых планет и астероидов, кроме спутников Плутона. Специфика спутников карликовых планет и астероидов связана с тем, что видимые расстояния этих спутников от своих малых планет столь малы, что точность определения орбит оказывается очень низкой. Для большинства таких спутников известно только то, что они есть.

Спутники больших планет и спутники карликовой планеты Плутон — особые объекты Солнечной системы, и они представляют особый интерес. Главные спутники Юпитера и Сатурна открыты относительно давно. Их динамика хорошо изучена. Есть хорошие условия для наблюдения большинства спутников с Земли. Спутники планет представляют практический интерес как наиболее подходящие объекты для расширения среды обитания человечества. На многие спутники легче посадить аппарат, чем на планету. Свойства поверхностей спутников и силы тяготения на них наиболее подходящи для освоения. Другая замечательная роль спутников заключается в том, что их движение подчинено гравитации планеты. Следовательно, по движению спутников можно определять массу и динамические параметры планеты. Более того, движение спутников оказывается чувствительным к вязкости вещества тела планеты.

Разнообразие и сложность движения спутников планет привело к совершенствованию и строгому тестированию методов небесной механики. Изучение динамики спутников требует самых сложных и изысканных форм математического аппарата.

Являясь телами, образовавшимися вместе с планетами, спутники оставили свидетельства сложной картины образования и разви-

тия Солнечной системы. Изучая динамику спутников, можно приблизиться к пониманию этой картины.

Присутствие человека вне Земли уже много времени представлено его автоматическими посланниками — космическими аппаратами. Эти искусственные объекты повсюду снуют в Солнечной системе. Естественные спутники планет попадают в поле зрения их фотокамер и радиолокаторов. Вдобавок к наземным наблюдениям это дает нам обширные данные для изучения этой нашей расширенной среды обитания.

В итоге можно заключить, что свойства спутников дают нам основание выделить динамику спутников планет в особую область науки, достойную специального и пристального внимания. Развитие этой науки представляет несомненный практический интерес.

2.2. Классификация и номенклатура спутников планет

Классификация небесных тел, как всегда, весьма неблагоприятное дело. Всегда найдутся объекты, выходящие за рамки любой классификации. Всё же, спутники планет можно условно разделить на три группы.

Первая группа — это группа главных спутников планеты. Для спутников этой группы характерно то, что они имеют самый значительный размер и почти круговые орбиты вблизи плоскости экватора планеты. Поскольку экваторы больших планет связаны с осевой симметрией их сжатых тел, то несферичность планеты оказывает заметное влияние на движение главных спутников. У Юпитера, Сатурна и Урана орбиты главных спутников недалеко отстоят друг от друга. Поэтому взаимное притяжение спутников также существенно влияет на их движение. Другой характерной особенностью главных спутников является наличие большого числа относительно точных наблюдений, накопленных на значительных интервалах времени. Это получилось потому, что условия наблюдений этих спутников наиболее благоприятные. Диапазон звездных величин главных спутников от 4 до 14. Планеты своими яркими телами не очень мешают наблюдениям. В итоге, среди всех спутников динамика главных спутников является наиболее изученной. До недавнего времени для построения моделей движения главных спутников использовались аналитические теории. В настоящее время ме-

тоды численного интегрирования уравнений движения спутников оказываются наиболее подходящими для построения и использования моделей движения.

Вторая группа — это близкие спутники планет. Они существенно меньше по размеру, чем главные спутники, и движутся внутри орбит главных спутников по почти круговым орбитам в плоскости экватора планеты. Наземные наблюдения близких спутников весьма затруднены, в основном из-за близости их видимых положений к самим планетам. Яркое тело планеты, не очень резко выглядящее на получаемых с Земли изображениях, своим ореолом скрывает слабые пятнышки спутников. Ряд близких спутников был открыт с помощью космических аппаратов. Некоторые из них потом удалось увидеть также и с Земли.

По указанным причинам известные параметры орбит близких спутников не очень точны. На динамику близких спутников самое большое влияние оказывает сжатие и другие особенности нецентральности гравитационного поля планеты. Существенно влияет на их движение также притяжение главных спутников. Модели движения близких спутников в большинстве случаев — это прецессирующие эллипсы. Такие модели мы рассматриваем в соответствующем разделе книги.

Третья группа — это далекие спутники. Это также небольшие тела Солнечной системы, они существенно меньше главных спутников. Орбиты далеких спутников простираются за орбитами главных. Наклон и эксцентриситет орбит далеких спутников планет распределены в широких пределах. Эксцентриситет достигает значения 0.75. Наклон орбиты далекого спутника по отношению к плоскости орбиты планеты может быть даже больше 90 градусов, это так называемые ретроградные спутники с обратным орбитальным движением по отношению к орбитальному движению планеты. Самым значительным возмущающим фактором для этих спутников оказывается притяжение Солнца. Слабее влияет притяжение главных спутников и сжатие планеты. Во времена, когда не было мощных компьютеров, делались попытки построения аналитических теорий движения далеких спутников планет. Трудность здесь заключается в том, что основной возмущающий фактор — притяжение Солнца имеет значительную величину. Соответствующий малый параметр в теории возмущений недостаточно мал, чтобы можно было ограничиться учетом возмущений низких порядков. Необ-

ходимость точности теории требовала определения возмущений высоких порядков, что приводило к чрезвычайно громоздким и выкладкам. С появлением возможности быстро получать решение дифференциальных уравнений движения методами численного интегрирования аналитические методы остались востребованными только для изучения эволюции орбит далеких спутников на больших интервалах времени.

К настоящему времени открыты 71 далекий спутник Юпитера, 38 далеких спутника Сатурна, 9 далеких спутников Урана и 6 далеких спутника Нептуна.

Далекие спутника Юпитера можно условно разделить на две подгруппы. Одна из них представлена спутниками с большими полуосями орбит в пределах 10–13 млн км с прямым орбитальным движением. Вторая подгруппа — это спутники со значениями больших полуосей орбит между 20 и 25 млн км, совершающие обратное орбитальное движение.

Отметим особенность в классификации спутников Плутона. Дело в том, что вследствие открытия множества малых планет за орбитой Нептуна, по свойствам, сравнимых с Плутоном, эту планету решено относить к классу карликовых планет. Решение было принято на 26-й Генеральной ассамблее Международного Астрономического Союза в 2006 году. Теперь планета обозначается как 134340 Pluto или 134340 Плутон. Соответственно правилам для малых планет спутники Плутона должны обозначаться, например, S/2011 (134340) 1 для Кербероса, открытого в 2011 году. Необходимость давать в обозначении год открытия не совсем удобна. Поэтому мы будем использовать принятые ранее обозначения P1, P2, ... и присвоенные спутникам имена.

При рассмотрении всего комплекса спутников планет нас интересует самая простая характеристика — количество спутников. С течением времени это количество изменяется, так как открываются все новые спутники. На рис. 2.1 показан график зависимости числа известных спутников N от времени с момента первого открытия спутников Юпитера в 1610 году Галилео Галилеем.

К настоящему времени известны 189 естественных спутников Марса, Юпитера, Сатурна, Урана, Нептуна, Плутона. Распределение числа спутников по трем группам для каждой из планет дано в табл. 2.1.

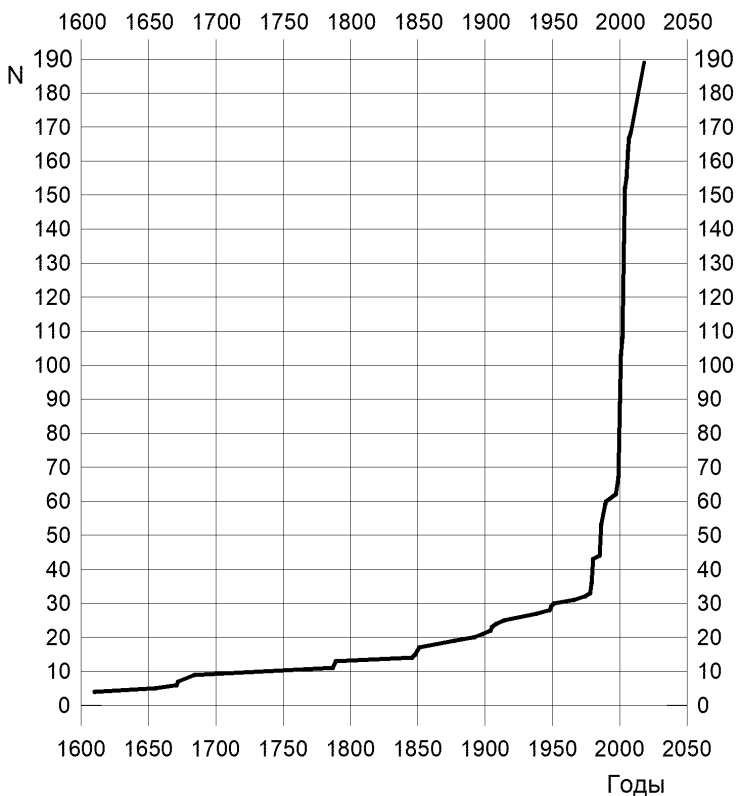


Рис. 2.1. Количество спутников планет, известных в разные годы.

Состав всех известных к данному моменту спутников планет представляется некоторой таблицей, которую называют Номенклатурой спутников. Каждому спутнику назначается номер и дается название (имя). Номера и названия спутников утверждаются решением специальной комиссии Международного Астрономического Союза. Названия даются латинскими буквами и обычно берутся из мифологии. Некоторые недавно открытые спутники еще не имеют названий. Им присвоено временное обозначение.

Русскоязычные эквиваленты названий спутников следует делать с привлечением сведений из мифологии, записанных на русском языке профессиональными филологами.

Для идентификации спутника номенклатура содержит также

Таблица 2.1. Число спутников каждого из трех типов для каждой планеты.

Планета	Близкие	Главные	Далекие	В сумме
Марс	-	2	-	2
Юпитер	4	4	71	79
Сатурн	16	8	38	62
Уран	13	5	9	27
Нептун	7	1	6	14
Плутон	-	1	4	5

приближенное значение большой полуоси орбиты. Это сразу дает возможность определить, к какой группе относится спутник.

Номенклатура естественных спутников планет размещена в Приложении 1 настоящей книги. Там даны также обстоятельства открытия каждого спутника: год открытия, ссылка на публикацию сообщения об открытии. Список публикаций составлен отдельно для спутников каждой планеты. Русскоязычные названия спутников планет выбраны на основе русскоязычных переводов мифологии. Эта работа выполнена Валентиной Семеновной Уральской (ГАИШ МГУ).

2.3. Открытие Нептуна и его спутника Тритона

Вычисление эфемерид планет в некоторых странах было истинно государственным делом. В прошлые века наиболее интенсивно этим занимались во Франции, где с 1679 года издавался астрономический ежегодник под названием *Connaissance des Temps*. В 1795 году в Париже был создан институт *Bureau des Longitudes*, задачей которого было вычисление эфемерид. Краткую историю этого института можно прочитать в статье (Емельянов, 1997). Эфемериды планет создавались последовательно рядом французских ученых. Историю и описание французских эфемерид, созданных до 1997 года, можно найти в книге (*Introduction aux éphémérides astronomiques*, 1997). Эфемериды планет назывались тогда таблицами. В середине XIX века этим занимался Alexis Bouvard. Для Юпитера, Сатурна и Урана это были таблицы Буvara.

К 1845 году рассогласования между положениями Урана, кото-

рые давались таблицами Буvara (Bouvard), и результатами наблюдений, достигли 2'. По просьбе Араго (Dominique François Jean Arago) проблемой занялся Леверье (Urbain Le Verrier). Он вычислил в движении Урана возмущения второго порядка относительно масс планет, вызванные притяжением Юпитера и Сатурна, и внес в таблицы Буvara поправки к долготе Урана порядка 40''. Затем он сравнил свою теорию с наблюдениями и улучшил постоянные интегрирования. Таким образом он довел рассогласования между теорией и меридианными наблюдениями Урана до 20'', что было еще слишком много.

Тогда Леверье стал искать возмущения, которые оказывает на Уран некоторая планета, расположенная примерно в плоскости эклиптики и в первом приближении на среднем расстоянии от Солнца, вдвое большим, чем Уран (согласно эмпирическому закону Тициуса-Боде). Ему удалось уменьшить рассогласования в долготе между теорией и наблюдениями по крайней мере до 5.4'' для меридианных наблюдений и до 20'' для старых наблюдений с учетом возмущающей планеты, имеющей массу 0.000107 масс Солнца и орбиту с большой полуосью 36.1539 а.е. (а.е. — астрономическая единица). Он установил, что на 1 января 1847 года гелиоцентрическая долгота возмущающей планеты должна быть равна $326^{\circ}32'$, а расстояние — 33.06 а.е. Леверье сообщил положение планеты 18 сентября 1846 г. немецкому астроному Галле (Johann Gottfried Galle), который 23 сентября 1846 года обнаружил ее на расстоянии 52' от положения, предсказанного Леверье.

Известно, что английский астроном Адамс (John Couch Adams) решил эту проблему одновременно с Леверье, но его результаты были опубликованы уже после открытия планеты. Положение, вычисленное Адамсом, отличалось от наблюдений Галле на $2^{\circ}27'$.

Из первых наблюдений Нептуна и старых наблюдений Лаланда (Jérôme Lalande), который в 1795 году принял планету за звезду, оказалось возможным определить элементы эллиптической орбиты. Затем удалось вычислить массу планеты из наблюдений спутника Нептуна Тритона, открытого Ласселем (William Lassell) в 1846 году вскоре после открытия планеты. Этот результат существенно отличался от значения массы, предсказанного Леверье.

Тиссеран (Félix Tisserand) заметил, что период меридианных наблюдений соответствует интервалу времени, когда взаимные возмущения Урана и Нептуна оказываются существенными. Он показал,

что направления возмущающих сил, вычисленных Леверье, оказались близкими к реальным, но принятые значения эксцентриситета и большой полуоси орбиты дали слишком слабые возмущения, что было частично скомпенсировано большой массой Нептуна. Это позволило Леверье и Адамсу правильно представить гелиоцентрическое положение Нептуна.

2.4. История открытия и наблюдений спутника Плутона Харона

Планета Плутон до недавнего времени была наименее изученной из всех тел Солнечной системы. Расстояние до него от Земли составляет в среднем около 40 а.е., т.е. 6 млрд км. С Земли Плутон выглядит как звезда примерно 14 звездной величины.

Спутник Плутона, названный Хароном, был открыт 1978 году на снимке, полученном в Морской обсерватории США (Smith, Christy, Graham, 1978). Спутник был еле различим в виде горба на изображении планеты. Максимальное угловое расстояние между Плутоном и Хароном составляет 0.9 сек. дуги.

Впервые орбита Харона была определена в работе (Christy, Harrington, 1978) и затем уточнена по дополнительным наблюдениям (Christy, Harrington, 1980; Harrington, Christy, 1980). Харон был найден на старых фотопластинках 1965 года, на которых были измерены позиционные углы спутника. Для орбиты Харона были независимо определены большая полуось и период обращения, что позволило приближенно оценить массу системы планета-спутник. Однако точность определения большой полуоси из фотографических наблюдений оставалась не высокой.

К этому времени прогресс в астрономической технике привел к появлению спекл-интерферометрических наблюдений. Их методика описана в Главе 5. С 1980 года стали появляться результаты спекл-интерферометрических наблюдений системы Плутон-Харон (Vonpeau, Fou, 1980). В качестве примера обработки спекл-интерферометрических наблюдений этой системы можно указать работу (Baier, Weigelt, 1987). Для получения семи положений Плутона и Харона были обработаны 87000 интерферограмм.

К 1985 году накопилось 19 спекл-интерферометрических наблюдений. Наиболее значительные результаты по определению орбиты Харона по этим наблюдениям получены в работе (Tholen,

1985). Автор этой работы определял орбиту Харона нелинейным методом наименьших квадратов с учетом весов наблюдений. В качестве модели движения Харона принималась кеплеровская невозмущенная орбита. Попытка определить эксцентриситет орбиты на основе наблюдений привела к значению 0.008 ± 0.032 . Ошибка в четыре раза превышает само значение, поэтому орбита была принята круговой. Радиус орбиты получился равным 19360 ± 300 км, а период обращения 6.38764 ± 0.00018 сут. Независимое определение периода обращения и радиуса орбиты позволило определить суммарную массу системы Плутон-Харон, она получилась равной $(6.8 \pm 0.5) \cdot 10^{-9}$ масс Солнца. Оказалось, что орбита Харона почти перпендикулярна к плоскости экватора Земли. Наклон к экватору эпохи 1950.0 составил 93.9 градуса.

Поскольку период орбитального движения Харона точно совпадает с периодом собственного вращения Плутона и периодом собственного вращения Харона, систему Плутон-Харон можно считать полностью завершившей свою приливную эволюцию (Farinella, Paolicchi, Ferrini, 1979; Reinsch, Pakull, 1987). Это в свою очередь служит объяснением того, что из наблюдений получается почти круговая орбита Харона (Tholen, 1985).

По спекл-интерферометрическим наблюдениям нельзя достоверно определить размеры тел, что можно заключить из описания методики таких наблюдений. Поэтому вопрос о плотности вещества системы Плутон-Харон некоторое время оставался открытым.

Исключительным астрономическим событием той эпохи было прохождение плоскости орбиты Харона вблизи линии, соединяющей Солнце и Плутон. Это явление повторяется с периодом 124 года (половина периода обращения Плутона вокруг Солнца). Согласно параметрам орбиты, определенным по спекл-интерферометрическим наблюдениям, с 1985 года Плутон и Харон, как они видны с Земли, должны периодически заслонять друг друга. Кроме того тень, которую отбрасывает одно тело на другое, будет видна с Земли. Соответственно будет уменьшаться их суммарный блеск. Как впоследствии выяснилось, это уменьшение может достигать 0.7 звездной величины. Такие заслонения и затмения называются в литературе взаимными покрытиями и затмениями или взаимными событиями.

Изменения яркости Плутона из-за покрытий и затмений действительно были обнаружены в 1985 году впервые по наблюдени-

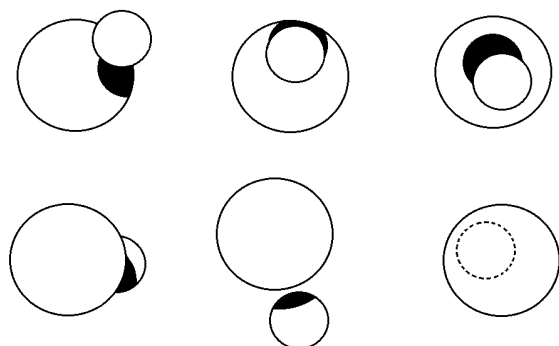


Рис. 2.2. Различные фазы взаимных покрытий и затмений в системе Плутон-Харон.

ям, выполненным на обсерваториях Маунт Паломар и Мак Дональд (Binzel et al., 1985).

Высокоточные фотометрические наблюдения системы Плутон-Харон дают принципиально новую информацию для определения параметров системы. Подробное описание методики моделирования картины явлений и соответствующие формулы приводятся в работе (Dunbar, Tedesco, 1986). Предполагается, что Плутон и Харон имеют шарообразную форму.

Измеряемая величина — суммарный блеск существенно зависит от физических свойств поверхностей тел. Поэтому в число определяемых параметров включается альbedo для каждого из тел. В работе (Dunbar, Tedesco, 1986) считается, что альbedo одинаковое по поверхности тела.

На рис. 2.2 показаны несколько примеров взаимного расположения Плутона, Харона и тени одного из тел, как это видно с Земли. Размеры тел и смещение тени на рисунках соответствуют параметрам системы, найденным в работе (Tholen et al., 1987) по первым фотометрическим наблюдениям взаимных явлений в системе Плутон-Харон.

Видимая граница тени представляет собой кривую, описываемую довольно сложным уравнением. Видимые освещенные площади тел в работе (Dunbar, Tedesco, 1986) предлагается определять

численно путем вычисления определенных интегралов. Для приближенных расчетов можно ввести упрощение — считать видимую границу тени окружностью радиусом, равным радиусу тела, которое отбрасывает тень (Dunbar, Tedesco, 1986). В этом случае видимые освещенные площади можно выразить аналитически и вычислять их по простым формулам. Такие формулы приводятся в работе (Dunbar, Tedesco, 1986). Ошибка вычисленной яркости системы при этом не превосходит 0.005 звездной величины. Несмотря на простоту формул, алгоритм вычисления яркости оказывается довольно сложным из-за многочисленности вариантов относительного расположения тел и тени.

В 1985 и 1986 годах затмения были неполными, т.е. никогда видимый диск одного тела не находился полностью внутри видимого диска другого тела или его тени. При этих условиях надежно определяемым параметром является сумма радиусов планеты и спутника. Радиусы каждого из тел определяются существенно менее точно. Однако для определения плотности вещества тел необходимо знать их радиусы отдельно, а не только сумму. Чтобы отдельно определить радиусы Плутона и Харона, следует привлечь наблюдения полных затмений, которые происходили в 1987 и 1988 годах. Затмения в 1989 и 1990 годах снова являются неполными и в 1990 году закончились совсем.

При использовании фотометрических наблюдений затмений в принципе невозможно отдельно определить большую полуось орбиты Харона и радиусы тел. Если, например, одновременно увеличить в N раз большую полуось орбиты и радиусы тел, то кривая блеска системы не изменится. С другой стороны, чтобы определить среднюю плотность вещества системы Плутон-Харон, достаточно знать только отношения радиусов тел к большой полуоси орбиты. Действительно, легко получить формулу для средней плотности ρ вещества системы

$$\rho = \frac{3\pi}{GT^2} \left[\left(\frac{R_P}{a} \right)^3 + \left(\frac{R_C}{a} \right)^3 \right]^{-1},$$

где G — универсальная гравитационная постоянная, T — период орбитального движения Харона, a — большая полуось его орбиты, R_P и R_C — радиусы Плутона и Харона, соответственно. Период T точнее других параметров определяется как из спекл-

интерферометрических наблюдений, так и по фотометрическим наблюдениям в периоды взаимных покрытий и затмений.

Полную массу системы можно найти при условии, что кроме периода T , известна большая полуось орбиты спутника, которая могла быть определена только по спекл-интерферометрическим наблюдениям.

Фотометрические наблюдения взаимных затмений в системе Плутон-Харон с 1985 года систематически велись на обсерватории Мауна Кеа на Гавайских островах и на обсерватории Макдональда в штате Техас (США).

Первые наиболее значительные результаты определения параметров системы Плутон-Харон по фотометрическим наблюдениям затмений были получены в работе (Tholen et al., 1987). Использовались наблюдения частичных затмений 1985 и 1986 годов. Результаты наблюдений не публикуются, результаты сравнения приводятся только на рисунках теоретической кривой блеска после уточнения параметров с результатами наблюдений для шести затмений 1986 года. Наклон орбиты определяется с пониженной точностью, поскольку информацию для его определения из фотометрии дает только отклонение тени, которое само по себе весьма мало. Средняя величина остаточных отклонений измеренных значений яркости от теоретических после уточнения параметров для каждого затмения не превышала 0.002 звездной величины. Максимальное уменьшение яркости системы Плутон—Харон в затмениях 1985 и 1986 годах составило около 0.25 звездной величины.

Авторы работы (Tholen et al., 1987) сделали попытку определить вариации альбедо по видимым дискам Плутона и Харона. Уверенно сделан вывод о том, что экваториальные области Плутона немного темнее полярных. Этот результат согласуется с данными радиотехнических измерений излучения Плутона в инфракрасном диапазоне, сделанных 16 августа 1983 года с астрономического спутника IRAS (Infrared Astronomical Satellite) (Sykes et al., 1987). Предполагалось, что Плутон имеет яркие полярные шапки из твердого метана, распространяющиеся по крайней мере до широт ± 45 градусов. Что касается Харона, то сделана попытка идентифицировать на его поверхности лед (Marcialis, Rieke, Lebofsky, 1987).

По всем фотометрическим наблюдениям затмений, включая полные затмения вплоть до 26 июня 1987 года, были снова уточнены параметры системы Плутон—Харон (Tholen, Buie, Swift, 1987).

Таблица 2.2. Параметры системы Плутон-Харон, полученные по фотометрическим наблюдениям во время их полных взаимных затмений.

Параметр	Значение	Ср. квадр. ошибка
Большая полуось орбиты Харона, км	19640	320
Эксцентриситет	0.00009	0.00038
Наклон к геоэкватору эпохи 1950.0, град	98.3	1.3
Период обращения Харона, сут	6.387230	0.000021
Радиус Плутона, км	1142	9
Радиус Харона, км	596	17
Геометрическое альbedo Плутона	0.43 - 0.60	—
Геометрическое альbedo Харона	0.375	0.018
Средняя плотность вещества системы Плутон-Харон, г/см ³	2.065	0.047

Аналогично делались дальнейшие уточнения параметров и прогноз обстоятельств затмений на 1989 год (Tholen, Buie, 1988). Максимальный спад светимости системы Плутон—Харон из-за затмений происходил в феврале 1987 года и составлял 0.67 звездной величины. Последние определенные значения параметров системы, взятые из работы (Tholen, Buie, 1988), приведены в табл. 2.2.

Разработка методов и алгоритмов предвычисления затмений в системе Плутон—Харон велась также в ГАИШ МГУ. Были вычислены эфемериды затмений на 1989 год, а также условия фотометрических наблюдений затмений на 1990 год (Емельянов, 1989; Емельянов, Медведев, 1989).

В работах (Mulholland, Gustafson, 1987; Tholen, Hubbard, 1988) рассматривалось явление дифракции во время взаимных затмений Плутона и Харона. Вопрос о влиянии этого эффекта на результаты наблюдений остался открытым.

Попытка интерпретации наблюдений системы на основе модели альbedo Плутона, включающей два пятна на поверхности, сделана автором работы (Marcialis, 1988).

В итоге дадим окончательно общее представление о системе Плутон—Харон на основе данных, полученных после последней эпохи взаимных покрытий и затмений в этой системе.

Плутон и Харон — два шарообразных небесных тела общей массой $(6.8 \pm 0.5) \cdot 10^{-9}$ масс Солнца движущихся по круговым орбитам вокруг общего центра масс на расстоянии 19130 км с периодом 6.387217 сут. Плоскость орбит почти перпендикулярна плоскости экватора Земли (наклон к плоскости экватора эпохи 1950.0 около 98.3 град.). Радиусы: Плутона — 1142 км, Харона — 696 км. Отношение массы спутника к массе планеты в предположении равной плотности вещества тел равно 0.1526. Каждое из тел вращается вокруг собственной оси с периодом, равным периоду орбитального движения Харона вокруг Плутона. Оси вращения перпендикулярны плоскости орбиты Харона. Таким образом, Плутон и Харон постоянно ориентированы друг к другу одними и теми же своими сторонами.

Вопросы об отличии тел от шарообразных и об отличии эксцентриситета орбиты спутника от нуля остаются открытыми.

Возмущения кеплеровской орбиты Харона до сих пор не изучались. Поддается простой оценке вековое изменение долготы восходящего узла орбиты из-за притяжения Солнца, Оно составляет $3 \cdot 10^{-21}$ градуса в год.

На поверхности Плутона имеются светлые полярные шапки из твердого метана. Харон вероятно состоит из льда и имеет равномерную освещенность.

Существуют несколько типов наблюдений системы Плутон-Харон. Первый тип — спекл-интерферометрические наблюдения, которые состоят в измерении углового расстояния между планетой и спутником и позиционного угла. Второй тип наблюдений — фотометрические измерения суммарного блеска системы в период взаимных затмений, который длится около шести лет и повторяется один раз в 124 года. Недавний такой период — с 1985 по 1990 год.

Наблюдения системы Плутон-Харон проводились также с космического телескопа Hubble Space Telescope (HST). В 1993 году были получены 60 изображений (Tholen, Buie, 1997). Из этих наблюдений были определены новые значения параметров орбиты. В противоположность предположениям, основанным на модели приливной эволюции, было найдено неожиданно большое значение эксцентриситета орбиты, равное 0.0076 ± 0.0005 . Большая полуось ока-

Таблица 2.3. Параметры системы Плутона и его спутников. G_m — гравитационный параметр. Большая полуось орбиты Харона относится к его движению вокруг Плутона. Для остальных четырех спутников большие полуоси орбит относятся к движению вокруг барицентра двойной системы. Наклоны орбит даны по отношению к плоскости орбиты Харона. Для Плутона дан период осевого вращения, для спутников — периоды обращения вокруг планеты.

Тело	Большая полуось, км	Эксцентриситет	Наклон, град.	Период, сутки	G_m , км ³ /с ²
Плутон				6.3872	869.60 ± 1.8
Харон	19596	0.00005	0.0	6.3872	105.88 ± 1.0
Стикс	42413	0.00001	0.0	20.1617	0.0000 ± 0.0001
Никта	48690	0.00000	0.0	24.8548	0.0030 ± 0.0027
Цербер	57750	0.00000	0.4	32.1679	0.0011 ± 0.0006
Гидра	64721	0.00554	0.3	38.2021	0.0032 ± 0.0028

зальса равной 19636 ± 8 км. Гравитационный параметр системы был выведен равным 981.5 ± 1.1 км³/с².

В работе (Olkin, Wasserman, Franz, 2003) докладывается о проведении наблюдений системы Плутон-Харон с помощью HST в 1998 году непрерывно в течение 4.4 суток. В 2002–2003 годах с помощью HST были получены еще 12 положений Харона относительно Плутона (Buie et al., 2006).

В 2005 году были открыты два новых спутника Плутона Никта и Гидра, а в 2011 и 2012 годах еще два спутника Цербер и Стикс. Это весьма малые по сравнению с Хароном объекты движущиеся на расстояниях 40–60 тысяч км от планеты.

Современные данные об орбитальных свойствах спутников получены из наземных наблюдений и наблюдений с космического телескопа Хаббла (HST) (Brozovic et al., 2015). Эти данные воспроизведены в табл. 2.3. В таблице приводятся также период вращения и гравитационный параметр Плутона.

Новый шаг в изучении системы спутников Плутона был сделан в 2006 году запуском к Плутону автоматического космического аппарата New Horizons. В середине 2015 года аппарат достиг окрест-

ностей Плутона. С расстояния 12 тыс. км были сделаны многочисленные снимки планеты. Получены также изображения Харона и других спутников. Построены карты температур планеты и спутника, открыта тонкая атмосфера у Плутона, состоящая из молекул азота и метана.

С космического аппарата *New Horizons* получено очень много данных. Их обработка займет какое-то время. Предварительные результаты даны в публикации (Stern et al., 2015). Приводятся карты поверхностей Плутона и Харона. Описаны физические свойства их поверхностей. Особое внимание уделено атмосфере Плутона.

На основе данных с аппарата *New Horizons* получены новые значения радиусов Плутона и Харона — 1187 ± 4 км и 606 ± 3 км, соответственно. Определены полуоси трехосного тела Никты: 54, 41, 36 км. Найдены полуоси эллипсоида, представляющего тело Гидры: 43 и 33 км.

Подробное изложение первых результатов можно найти в работе (Stern et al., 2018). Основное внимание уделено физическим свойствам Плутона и его спутников. Результаты изложены в следующих разделах: геология и состав, атмосфера, недра, размеры и форма объектов, морфология, состав и цвет поверхностей, Особое внимание уделено вопросам происхождения системы Плутона.

Новые данные позиционных наблюдений, на основе которых можно было бы уточнить орбиты спутников, к настоящему времени не опубликованы.

Для приложений методов небесной механики двойная планета Плутон – Харон представляет собой уникальный случай в Солнечной системе. Имеют место максимальное отношение массы спутника к массе планеты — 0.1217, максимальное отношение радиуса спутника к его расстоянию до планеты — 0.0309 и двойная синхронность вращения планеты и спутника с орбитальным движением.

2.5. Орбитальные и физические параметры планет, имеющих спутники

В задачах изучения динамики естественных спутников планет приходится вычислять возмущения в движении спутников, обусловленные притяжением больших планет. В некоторых случаях необходимо учитывать также несферичность планет. Для этого удобно иметь под рукой необходимые параметры. Поэтому мы при-

Таблица 2.4. Орбитальные параметры некоторых больших планет. Наклон измеряется относительно эклиптики эпохи J2000. Период задан в юлианских годах по 365.25 суток.

Планета	Большая полуось орбиты, а.е.	Эксцентриситет орбиты	Наклон к экл., градусы	Период обращения, лет
Марс	1.5236793402	0.093400630	1.84972607	1.88084832678
Юпитер	5.2026032025	0.048497982	1.30328059	11.8619832216
Сатурн	9.5549104300	0.055548261	2.48887405	29.4571606779
Уран	19.2184382726	0.046384032	0.77318296	84.0204024633
Нептун	30.1104158724	0.009454315	1.76994618	164.770405189
Плутон	39.54461714	0.24905026	17.1420813	247.997694064

водим здесь некоторые орбитальные и физические параметры Марса, Юпитера, Сатурна, Урана, Нептуна и Плутона. В табл. 2.4 даются орбитальные параметры, взятые из публикации (Simon, Franco, 2016). Для Марса взяты параметры теории VSOP2013, а для остальных планет параметры теории TOP2013.

В следующих таблицах приводятся некоторые физические параметры больших планет. Гравитационный параметр — это произведение универсальной гравитационной постоянной на массу тела. Именно гравитационный параметр фигурирует в уравнениях движения небесных тел. Он определяется из наблюдений, причем точнее, чем отдельно универсальная гравитационная постоянная.

Следует учесть, что приведенные значения гравитационных параметров планет могут включать в себя массы спутников. Значения для планеты вместе со спутниками называются *гравитационными параметрами системы*. Отдельно для планеты задается *гравитационный параметр планеты*.

Необходимыми для построения модели движения спутников являются также параметры гравитационного поля планеты. Модель гравитационного поля представляется коэффициентами разложения силовой функции притяжения в ряд по сферическим функциям. Вид разложения приводится в соответствующем разделе главы 3. Большие планеты почти осесимметричны, но имеют еще и экваториальную плоскость симметрии. По этим причинам в разло-

жении берутся только члены с коэффициентами J_2, J_4, J_6 . Эти коэффициенты определяются из наблюдений для заданного экваториального радиуса планеты R_e и совместно с ее гравитационным параметром. Поэтому необходимо совместно использовать взаимно согласованные значения этих параметров.

Заметим, что для разложения силовой функции притяжения планеты принимается такой вид, чтобы коэффициент J_2 , характеризующий ее динамическое сжатие, был положительным.

Значения гравитационных постоянных систем планет, взятые из публикации (Folkner et al., 2014), приводятся в табл. 2.5. Это те значения, которые использовались при построении модели движения планет DE431. Они включают в себя значения масс спутников.

Заметим, что при использовании постоянных в той или иной теории следует брать согласованные между собой их значения. В частности, некоторые другие постоянные в комплекте с гравитационными постоянными планет следует брать из той же публикации (Folkner et al., 2014):

- астрономическая единица 149597870.700 км,
 - скорость света 299792.458 км/с,
 - радиус Солнца 696000.0 км,
 - гравитационный параметр Солнца $132712440041.939400 \text{ км}^3/\text{с}^2$,
 - динамическое сжатие Солнца $J_2 = 2.1106088532726840 \cdot 10^{-7}$.
- Большое (излишнее) количество значащих цифр в этих значениях бывает необходимо для согласования исходных данных при вычислениях.

В табл. 2.5 даны средние, экваториальные и полярные значения радиусов планет. Эти значения рекомендованы Рабочей группой по картографическим координатам и параметрам вращения планет и спутников Международного астрономического союза (IAU Working Group on Cartographic Coordinates and Rotational Elements – IAU WG CCRE). Они опубликованы в очередном отчете этой рабочей группы (Archinal et al., 2018). Радиус Плутона в таблице не приводится, он дан выше как результат наблюдений с помощью космического аппарата New Horizons.

При построении модели движения спутников планеты на основе наблюдений получают также некоторые физические параметры планеты. Рассмотрим данные из нескольких таких работ. В каждой из них значения параметров согласованы между собой. Поэтому совместно должны использоваться значения коэффициентов J_2 ,

Таблица 2.5. Физические параметры некоторых больших планет. Значения среднего R_m , экваториального R_e и полярного R_p радиусов взяты из публикации (Archinal et al., 2018). Гравитационные параметры систем планет со спутниками G_m соответствуют планетной теории DE431 (Folkner et al., 2014).

Планета	R_m , км	R_e , км	R_p , км	G_m , км ³ /с ²
Марс	3389.50	3396.19	3376.20	42828.375214
Юпитер	69911.0	71492.0	66854.0	126712764.80
Сатурн	58232.0	60268.0	54364.0	37940585.200
Уран	25362.0	25559.0	24973.0	5794548.600
Нептун	24622.0	24764.0	24341.0	6836527.10058
Плутон	-	-	-	977.00

Таблица 2.6. Физические параметры некоторых больших планет, полученные из наблюдений спутников. Единицы измерения км³/с².

Планета	Гравитационный параметр планеты	Гравитационный параметр системы
Юпитер	126686536.1 ± 2.7	126712764.1 ± 2.7
Сатурн	37931208.0 ± 1.0	37940585.0 ± 1.0
Уран	5793951.3 ± 4.4	5794556.4 ± 4.3
Нептун	6835100.0 ± 10	6836527.0 ± 10

J_4 , J_6 и принятые значения радиусов планет R_e . Полученные значения физических параметров приводятся в табл. 2.6 и 2.7, где даются также погрешности определения параметров. Библиографические ссылки источников этих данных таковы:

- для спутников Юпитера – (Jacobson, 2013),
- для спутников Сатурна – (Jacobson et al., 2006),
- для спутников Урана – (Jacobson, 2014),
- для спутников Нептуна – (Jacobson, 2009).

Таблица 2.7. Физические параметры некоторых больших планет, полученные из наблюдений спутников. Параметры гравитационных полей.

Планета	Радиус	J_2	J_4	J_6
	R_e , км	$\times 10^6$	$\times 10^6$	$\times 10^6$
Юпитер	71492	14695.62 ± 0.29	-591.31 ± 2.06	20.78 ± 4.87
Сатурн	60330	16290.71 ± 0.27	-935.83 ± 2.77	86.14 ± 9.64
Уран	25559	3510.68 ± 0.70	-34.17 ± 1.30	-
Нептун	25225	3408.43 ± 4.50	-33.40 ± 2.90	-

2.6. Орбитальные параметры спутников планет

Движение спутников планет подвержено влиянию различных факторов. Уравнения движения решаются методами численного интегрирования или методами теории возмущений. Удобный и наглядный способ представления движения — это кеплеровская орбита. При наличии возмущений реальное движение по сравнению с решением задачи двух тел представляет собой движение по кеплеровской орбите, параметры которой изменяются во времени. Эти изменения при малости возмущений будут малыми. Поэтому движение спутника можно характеризовать некоторыми средними параметрами кеплеровской орбиты. Средние значения параметров получатся различными при осреднении на различных интервалах времени.

Для понимания места спутника в пространстве нас интересуют прежде всего средние значения большой полуоси, эксцентриситета и наклона орбиты по отношению к какой-нибудь неизменной плоскости. Обычно неизменную плоскость выбирают так, чтобы наклон орбиты по отношению к ней изменялся минимально.

Для близких спутников доминирующее влияние имеет сжатие планеты. Под действием сжатия плоскость орбиты медленно прецессирует с почти постоянным наклоном вокруг оси симметрии планеты. Сама орбита также медленно поворачивается в своей плоскости. На это движение накладываются весьма малые короткопериодические возмущения, которые не сильно изменяют характер движения.

Для далеких спутников планет основные возмущения обусловлены притяжением Солнца. При этом орбита прецессирует с почти

постоянным наклоном по отношению к плоскости орбиты Солнца вокруг планеты. При моделировании движения далеких спутников следует учитывать также притяжение других ближайших планет.

Взаимное притяжение спутников, а также совместное влияние различных факторов, имеющих примерно одинаковые величины, существенно изменяют такой упрощенный характер движения по прецессирующей кеплеровской орбите.

Для далеких спутников планет возмущения от притяжения Солнца могут иметь весьма значительную величину. В этих случаях эксцентриситет и наклон могут изменяться в довольно широких пределах, и их средние значения будут значительно зависеть от интервала времени, на котором делается осреднение элементов. По этим причинам постоянные значения большой полуоси орбиты, эксцентриситета и наклона могут только приближенно представлять движение спутника.

Тем не менее, даже приближенные значения указанных параметров демонстрируют характер движения и место спутника в пространстве вокруг планеты. Поэтому в данной книге сделана попытка показать параметры орбит. Поскольку известных спутников планет довольно много и таблицы параметров получаются объемными, они помещены в Приложении 2. Ниже описано, как они составлены, и даны краткие описания таблиц.

Для большинства спутников построены модели движения путем численного интегрирования дифференциальных уравнений движения. Наиболее совершенные из них помещены в службы эфемерид. Одна из таких служб — эфемеридный сервер MULTI-SAT (Emel'yanov, Arlot, 2008) для естественных спутников планет. Использовать его можно через интернет по адресу <http://www.sai.msu.ru/neb/nss/html/multisat/index.html>. Этот сервер позволяет вычислять значения элементов кеплеровской оскулирующей орбиты, осредненные на заданном интервале времени. Таблицы орбитальных параметров для некоторых спутников планет, помещенные в Приложении 2, составлены с помощью сервера MULTI-SAT. Интервалы времени, на которых вычислены средние элементы, указаны в заголовках таблиц.

В сервере эфемерид по умолчанию используются наиболее совершенные в последнее время модели движения спутников. Именно они и использовались. Какие это модели, описано в специальном разделе Главы 12 настоящей книги.

Заметим, что элементы оскулирующей орбиты спутника вычисляются по значениям прямоугольных координат и компонент скорости. В вычислениях используются значения гравитационных параметров планеты и спутника. При вычислении наклона орбиты к плоскости экватора планеты используются также углы, определяющие плоскость экватора. Эти параметры могут иметь разные версии значений. В сервере MULTI-SAT используются наиболее достоверные версии. Поскольку вычисляемые средние элементы являются приближенными, то в приводимых данных не уточняется, при каких значениях указанных параметров вычислялись элементы.

Для ряда спутников средние орбитальные параметры взяты из публикаций, в которых они получены на основе некоторых моделей движения, построенных на основе наблюдений. Это указано в заголовках таблиц, где даны также источники данных. В частности, для 59 далеких спутников Юпитера средние элементы получены в работе (Brozovic, Jacobson, 2017). Это сделано путем определения параметров прецессирующего эллипса по модели движения спутников, построенных численным интегрированием уравнений движения и уточненных по наблюдениям. В указанной работе средние элементы вычислены на интервале времени 1000 лет с 1600 по 2600 год.

Литература к Главе 2

Емельянов Н. В. Эфемериды затмений в системе Плутон-Харон в 1989 году. *Астрономический циркуляр.* 1989. № 1535. С. 27–28.

Емельянов Н. В., Медведев В. Г. Предвычисление взаимных затмений в системе Плутон-Харон. *Препринт ГАИШ.* 1989. № 10. С. 1–14.

Емельянов Н. В. Двести лет Бюро долгот. *Вселенная и мы.* 1997. № 3. С. 94–97.

Archinal B. A., Acton C. H., Ahearn M. F., Conrad A., Consolmagno G. J., Duxbury T., Hestroffer D., Hilton J. L., Kirk R. L., Klioner S. A., McCarthy D., Meech K., Oberst J., Ping J., Seidelmann P. K., Tholen D. J., Thomas P. C., Williams I. P. Report of the IAU Working Group on cartographic Coordinates and Rotational

Elements: 2015. Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy. 2018. 130:22.

- Baier G., Weigelt G.* Speckle interferometric observations of Pluto and its moon Charon on seven different nights. *Astronomy and Astrophysics*. 1987. V. 174. No. 1-2. P. 295–298.
- Binzel R. P., Tholen D. J., Tedesco E. F., Buratti B. J., Nelson R. M.* The detection of eclipses in the Pluto-Charon system. *Science*. 1985. V. 228. P. 1193–1195.
- Bonneau D., Foy R.* Speckle interferometry with the 3.60 M CFH telescope. I - Resolution of the Pluto-Charon system. *Astronomy and Astrophysics*. 1980. V. 92. No. 1–2. P. L1–L4.
- Brozovic M., Showalter M. R., Jacobson R. A., Buie M, W.* The orbits and masses of satellites of Pluto. *Icarus*. 2015. V. 246. P. 317–329.
- Brozovic, M., Jacobson R. A.* The Orbits of Jupiter's Irregular Satellites. *Astronomical Journal*. 2017. V. 153. Issue 4. Article id. 147, 10 pp.
- Buie M. W., Grundy W. M., Young E. F., Young L. A., Stern S. A.* Orbits and photometry of Pluto's satellites: Charon, S/2005 P1 and S/2005 P2. *Astronomical Journal*. 2006. V. 132. No. 1. P. 290–298.
- Christy J. W., Harrington R. S.* The satellite of Pluto. *Astronomical Journal*. 1978. V. 83. P. 1005, 1007, 1008.
- Christy J. W., Harrington R. S.* The discovery and orbit of Charon. *Icarus*. 1980. V. 44. P. 38–40.
- Dunbar R. S., Tedesco E. F.* Modeling Pluto-Charon mutual eclipse events. I - First-order models. *Astronomical Journal*. 1986. V. 92. P. 1201–1209.
- Emel'yanov N. V., Arlot J.-E.* The natural satellites ephemerides facility MULTI-SAT. *Astronomy and Astrophysics*. 2008. V. 487. P. 759–765.
- Farinella P., Paolicchi P., Ferrini F.* Planet formation process as a phase transition. III - Mass distribution in the outer solar system. *Moon and the Planets*. 1979. V. 21. P. 405–408.
- Folkner W.M., Williams J.G., Boggs D.H., Park R.S., Kuchynka P.* The Planetary and Lunar Ephemerides DE430 and DE431. The Interplanetary Network Progress Report. 2014. Jet Propulsion

- Laboratory. California Institute of Technology. V. 42-196. P. 1–81.
- Harrington R. S., Christy J. W.* The satellite of Pluto. II. *Astronomical Journal*. 1980. V. 85. P. 168–170.
- Introduction aux éphémérides astronomiques. Supplément explicatif à la connaissance des temps. (eds. Simon J.-L., Chapront-Touzé M., Morando B., Thuillot W.). 1997, Paris: BDL, 450 c. Institute of Technology. 2013.
- Jacobson R. A., Antreasian P. G., Bordi J. J., Criddle K. E., Ionasescu R., Jones J. B., Mackenzie R. A., Pelletier F. J., Owen Jr. W. M., Roth D. C., Stauch, J. R.* The gravity field of the Saturnian system from satellite observations and spacecraft tracking data. *Astronomical Journal*. 2006. V. 132. Issue 6. P. 2520–2526.
- Jacobson, R. A.* The Orbits of the Neptunian Satellites and the Orientation of the Pole of Neptune. *Astronomical Journal*. 2009. V. 137. Issue 5. P. 4322–4329.
- Jacobson R. A.* JUP310 orbit solution. Jet Propulsion Laboratory. California Institute of Technology. 2013.
- Jacobson, R. A.* The Orbits of the Uranian Satellites and Rings, the Gravity Field of the Uranian System, and the Orientation of the Pole of Uranus. *Astronomical Journal*. 2014. V. 148. P. 76–88.
- Marcialis R. L., Rieke G. H., Lebofsky L. A.* The surface composition of Charon - Tentative identification of water ice. *Science*. 1987. V. 237. P. 1349–1351.
- Marcialis R. L.* A two-spot albedo model for the surface of Pluto. *Astronomical Journal*. 1988. V. 95. P. 941–947.
- Mulholland J. D., Gustafson B. A. S.* Pluto eclipses of and by Charon must be unequal. *Astronomy and Astrophysics*. 1987. V. 171. No. 1–2. P. L5–L7.
- Olkin C. B., Wasserman L. H., Franz O. G.* The mass ratio of Charon to Pluto from Hubble Space Telescope astrometry with the fine guidance sensors. *Icarus*. 2003. V. 164. No. 1. P. 254–259.
- Reinsch K., Pakull M. W.* Physical parameters of the Pluto-Charon

- system. *Astronomy and Astrophysics*. 1987. V. 177. No. 1–2. P. L43–L46.
- Simon J.L., Francou G.* Construction des théories planétaires analytiques de l’IMCCE. Notes scientifiques et techniques de l’Institut de mécanique céleste. 2016. S103.
- Smith J. C., Christy J. W., Graham J. A.* IAU Circ. 1978. No. 3241, P. 1.
- Stern S. A., Bagenal F., Ennico K., Gladstone G. R. and 147 coauthors.* The Pluto system: Initial results from its exploration by New Horizons. *Science*. 2015. V. 350. Issue 6258. id.aad1815.
- Stern S. A., Grundy W. M., McKinnon Wm. B., Weaver H. A., Young L. A.* The Pluto System After New Horizons. *Annual Review of Astronomy and Astrophysics*. 2018. V. 56. P. 357–392.
- Sykes M. V., Cutri R. M., Lebofsky L. A., Binzel R. P.* IRAS serendipitous survey observations of Pluto and Charon. *Science*. 1987. V. 237. P. 1336–1340.
- Tholen D. J.* The orbit of Pluto’s satellite. *Astronomical Journal*. 1985. V. 90. P. 2353–2359.
- Tholen D. J., Buie M. W., Binzel R. P., Frueh M. L.* Improved orbital and physical parameters for the Pluto-Charon system. *Science*. 1987. V. 237. P. 512–514.
- Tholen D. J., Buie M. W., Swift C. E.* Circumstances for Pluto-Charon mutual events in 1988. *Astronomical Journal*. 1987. V. 94. P. 1681–1685.
- Tholen D. J., Buie M. W.* Circumstances for Pluto-Charon mutual events in 1989 *Astronomical Journal*. 1988. V. 96. P. 1977–1982.
- Tholen D. J., Hubbard W. B.* No effect of diffraction on Pluto-Charon mutual events. *Astronomy and Astrophysics*. 1988. V. 204. No. 1–2. P. L5–L7.
- Tholen D. J., Buie M. W.* The Orbit of Charon. *Icarus*. 1997. V. 125. No. 2. P. 245–260.