

Н.В.Емельянов

**ДИНАМИКА ЕСТЕСТВЕННЫХ СПУТНИКОВ ПЛАНЕТ  
НА ОСНОВЕ НАБЛЮДЕНИЙ**

ГАИШ МГУ - 2019

---

# ПОЛУЧЕНИЕ АСТРОМЕТРИЧЕСКИХ ДАННЫХ ИЗ НАБЛЮДЕНИЙ ВЗАИМНЫХ ПОКРЫТИЙ И ЗАТМЕНИЙ СПУТНИКОВ ПЛАНЕТ

## Резюме

Успех определения параметров движения спутников в первую очередь зависит от состава и точности имеющихся наблюдений. Точность наблюдений зависит от совершенства наблюдательных средств: телескопов и фотоприемников. В этом деле мы не только ждем новой аппаратуры от разработчиков наблюдательной техники, но сами ищем новые методы наблюдений. В данной главе дается яркий пример нового метода наблюдений, при котором применяется простая аппаратура, доступная даже любителям астрономии. Хитрость в том, что измерения делаются фотометрические, а результаты получаются позиционные — астрометрические.

Новый метод основан на использовании редких явлений — видимых взаимных покрытий и затмений спутников. Эти явления происходили всегда. Однако их массовое использование началось лишь в семидесятые годы двадцатого века. Главная проблема заключена в методе получения астрометрических данных на основе результатов фотометрии спутников во время явлений. Метод оказывается чрезвычайно сложным. Приходится устраивать сложный учет рассеяния света на спутниках. В мире всего несколько специалистов смогли независимо справиться с этой задачей. Автор данной книги разработал оригинальный метод получения астрометрических данных на основе фотометрии спутников планет во время их взаимных покрытий и затмений. В этой главе дается описание самих наблюдаемых явлений и подробно описывается этот метод.

При едином общем подходе учет рассеяния света делается различными путями для спутников Юпитера, Сатурна и Урана. Все эти детали описаны в данной главе.

Весьма интересное обстоятельство, связанное с рассматриваемыми явлениями, заключается в том, что они происходят отдельными периодами. Длительность одного явления составляет несколько минут. Это приводит к необходимости организовывать крупные международные кампании наблюдений. Как это делается, описано в данной главе.

В конце главы рассматриваются трудности и препятствия при попытках обеспечить потенциально возможную высокую точность такого метода наблюдений.

## **7.1. Описание явлений**

Техника наблюдений небесных тел постоянно совершенствуется. Совершенство средств зависит от развития технологии в мире. В то же время астрономы, применяя специальные знания, ищут со своей стороны новые, более совершенные методы наблюдений. На каком-то этапе открытий и изучения естественных спутников планет было обнаружено, что главные спутники Юпитера, Сатурна и Урана движутся по орбитам, расположенным почти в одной плоскости, совпадающей с плоскостью экватора планеты, но наклоненной к плоскости ее орбиты. При этом два раза за период обращения планеты вокруг Солнца в эту плоскость попадает линия, соединяющая планету с Землей. Примерно в эти же эпохи через плоскость орбит спутников проходит линия планета-Солнце. В некоторые моменты времени изображения дисков каких-то пар спутников, видимых с Земли, пересекаются. В эти же эпохи тень от одного спутника иногда попадает на другой, и эта тень видна с Земли. В обоих случаях суммарный блеск спутников временно уменьшается. Этот спад светового потока может измеряться, даже если мы не различаем изображения дисков спутников. Происходят так называемые взаимные покрытия и затмения спутников планеты. Конфигурация Солнце — планета — спутники в случаях таких взаимных явлений показана на рис. 7.1. Длительность спада яркости спутников в большинстве случаев составляет от 4 до 15 минут. Периоды явлений длительностью в 6-9 месяцев повторяются через пол-оборота планеты вокруг Солнца. Годы, в которые происходят взаимные покрытия и затме-

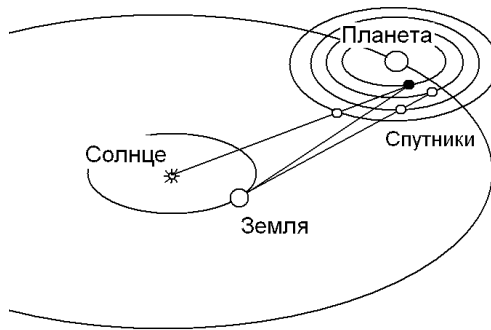


Рис. 7.1. Схема конфигурации гелиоцентрических орбит Земли, планеты и орбит ее спутников, при которой возникают взаимные покрытия и затмения спутников.

ния главных спутников, следующие. Спутники Юпитера: ..., 1997, 2003, 2009, 2015, 2021, ... . Спутники Сатурна: ..., 1995, 2009, 2023, ... Спутники Урана: ..., 1965, 2007, 2049, ... . Происходят от 1 до 10 явлений в неделю. Каждое явление можно наблюдать одновременно только на 30% наземных обсерваторий.

Для описания явлений вводят понятие плоскости явления. Это плоскость, проходящая через покрываемый или затмеваемый спутник перпендикулярно к лучу, направленному к этому спутнику от наблюдателя в случае взаимного покрытия, или от центра Солнца в случае взаимного затмения. На эту плоскость проектируют положение покрывающего или затмевающего спутника. Определяют координаты этой проекции в некоторой системе координат  $X, Y$  на плоскости явления. Начало координат помещают в покрываемый или затмеваемый спутник. Направление оси  $Y$  выбирают на северный полюс мира, а ось  $X$  — к востоку.

Очевидно, что световой поток, приходящий от спутников во время явления, зависит от их видимого относительного положения, измеряемого относительными координатами  $X, Y$  в плоскости явления. На рис. 7.2, 7.3 показан спад нормированной величины светового потока от спутников при изменении координат в плоскости явления во время взаимного покрытия или затмения.

В процессе фотометрического наблюдения спутников в ряд моментов времени измеряется световой поток от спутников. Получа-

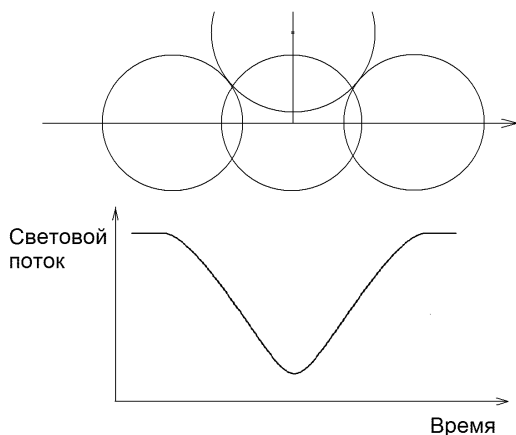


Рис. 7.2. Три конфигурации взаимного видимого расположения дисков спутников во время взаимного покрытия и соответствующая кривая суммарного блеска.

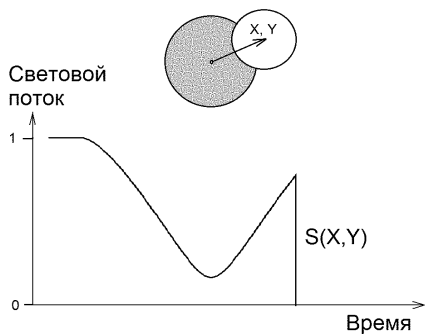


Рис. 7.3. Зависимость нормированного светового потока, приходящего от пары спутников во время взаимного покрытия, от времени.

ется кривая измеренного блеска. Пример результата такого наблюдения показан на рис. 7.4.

Поскольку спад светового потока во время явления зависит от координат спутников, можно решать обратную задачу — получать астрометрические данные по измеренным кривым блеска

спутников во время их взаимных покрытий и затмений. Такой метод наблюдений имеет несколько существенных преимуществ. Во-первых, соотношение скорости видимого движения и точности фотометрии таково, что точность получаемых астрометрических результатов в несколько раз лучше точности обычных астрометрических наблюдений. Во-вторых, необходимые фотометрические наблюдения могут выполняться скромными средствами. Главные спутники планет достаточно яркие, так что очень светосильные телескопы не нужны. Не нужны и никакие звездные каталоги. Обработка изображений с целью получения фотометрических данных выполняется известными процедурами. По этим причинам фотометрические наблюдения взаимных покрытий и затмений главных спутников планет могут выполняться как профессиональными наблюдателями, так и астрономами-любителями.

Каждое явление происходит короткое время и наблюдается одновременно только из части наземных пунктов. Участие наблюдателей-любителей в кампаниях наблюдений оказывается весьма полезным делом. Третье преимущество заключается в том, что регулярные наблюдения разных типов расширяют интервал времени наблюдений спутников и улучшают тем самым их эфемериды на будущее.

## **7.2. Метод получения астрометрических данных**

Метод вывода астрометрических данных из фотометрии взаимных покрытий и затмений спутников планет был предложен еще в 70-е годы XX века в работах (Aksnes, Franklin, 1976; Aksnes et al., 1984) и впоследствии был развит в работах (Vasundhara, 1994; Noyelles, Vienne, Descamps, 2003). В этом методе были приняты некоторые упрощения модели явлений. Другой, оригинальный метод обработки фотометрических наблюдений и получения астрометрических результатов развит в работах (Емельянов, 2003; Emelyanov, Gilbert, 2006).

Рассмотрим основные принципы методов получения астрометрических данных из результатов фотометрии спутников во время их взаимных покрытий и затмений. Опираемся будем на подход, принятый в работе (Емельянов, 2003).

Задача формулируется следующим образом. Во время рассматриваемого явления в ряд моментов времени измеряется световой

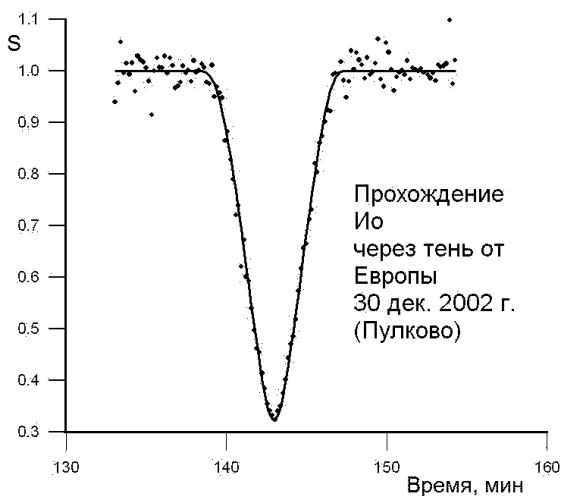


Рис. 7.4. Пример нормированного светового потока от спутника Ио во время его затмения другим спутником и соответствующей модельной кривой после уточнения параметров модели.

поток от спутников. Используя эти данные, требуется определить разности координат двух спутников на какой-нибудь один момент времени в интервале времени явления.

В процессе фотометрии спутников получается измеренное значение светового потока  $E$  в некоторой шкале значений, фиксированной для каждого данного явления. Мы не знаем заранее эту шкалу, но нам и не нужно знать абсолютную величину потока. Он может быть измерен с точностью до любого неопределенного множителя. Обозначим через  $S$  такую нормированную величину светового потока от спутников, что перед его началом и сразу после окончания эта величина равна единице. Мы предполагаем, что эти два значения совпадают. В процессе взаимного покрытия или затмения световой поток уменьшается и становится  $S < 1$ . Тогда можно установить соотношение

$$E = K S, \quad (7.1)$$

где  $K$  — некоторый неопределенный коэффициент, по предположению постоянный во время явления. Очевидно, что  $S$  зависит от относительных координат  $X, Y$  в системе, описанной выше, и мы

определяем функцию  $S(X, Y)$ . Координаты  $X, Y$  могут быть вычислены на любой момент времени  $t$  с помощью эфемерид планеты и спутников. Обозначим эти эфемеридные значения через  $X_{th}(t)$ ,  $Y_{th}(t)$ . Если мы подставим их в функцию  $S(X, Y)$ , а затем подставим функцию в соотношение (7.1), то мы не получим реальное значение светового потока  $E$  из-за того, что эфемериды имеют погрешность. Предположим, что в течение явления истинные значения координат отличаются от эфемеридных на некоторые постоянные  $D_x, D_y$  так, что реальный световой поток определится из соотношения

$$E = K S(X_{th}(t) + D_x, Y_{th}(t) + D_y).$$

Допустим, что проведены фотометрические наблюдения, т.е. в моменты  $t_i$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ ) получены измеренные значения  $E_i$ . Тогда можно записать систему условных уравнений

$$E_i = K S(X_{th}(t_i) + D_x, Y_{th}(t_i) + D_y), \quad i = 1, 2, \dots, m$$

относительно неизвестных параметров  $K, D_x, D_y$ . Мы линеаризируем функцию  $S$  относительно своих аргументов и решаем систему линейных условных уравнения по методу наименьших квадратов. После того, как решение найдено, астрометрический результат выражается значениями координат  $X(t^*) = X_{th}(t^*) + D_x$ ,  $Y(t^*) = Y_{th}(t^*) + D_y$ , где  $t^*$  — любой момент времени внутри интервала времени явления. Для определенности мы выбираем в качестве  $t^*$  момент, когда величина  $X^2 + Y^2$  достигает минимума, т.е. видимое расстояние между спутниками минимально. Координаты  $X(t^*), Y(t^*)$  на момент времени  $t^*$  уже не зависят от используемых эфемерид и наилучшим образом соответствуют результатам всех фотометрических измерений, выполненных во время явления.

Естественно предположить, что когда свет от спутников отсутствует, измеренное значение  $E$  должно быть равно нулю. Для этого при фотометрической обработке наблюдений стараются по возможности исключить уровень фона неба или какие-либо инструментальные потоки света. Однако на практике это удается не совсем чисто, и некоторый уровень фона  $P$  в измерениях остается. Тогда мы должны решать условные уравнения, составленные в следующем виде:

$$E_i = K S(X_{th}(t_i) + D_x, Y_{th}(t_i) + D_y) + P \quad (i = 1, 2, \dots, m),$$



и включать уровень фона  $P$  в число определяемых параметров. Однако решение таких расширенных уравнений удастся только в редких специальных случаях взаимных видимых движений спутников.

Для реализации метода нужно уметь вычислять  $S(X, Y)$  как функцию от своих аргументов. Световой поток приходит от каждой точки спутника и суммируется в фотоприемнике. Каждая точка поверхности спутника отличается своими свойствами рассеивать свет. Во всех точках направление падения света от Солнца и направление отраженного света к наблюдателю оказываются разными по отношению к спутниковой поверхности. Разумеется, от точки, заслоненной покрываемым спутником, свет не приходит. Покрывается точка или нет — это зависит от взаимного расположения спутников и наблюдателя.

При взаимном затмении спутников свет, попадающий в каждую точку затмеваемого спутника, образуется суммой потоков от всех точек той части диска Солнца, которая не заслонена затмевающим спутником. При этом нужно учитывать, что имеется потемнение диска Солнца к краю. Если бы телескоп позволил различать диски спутников, то мы увидели бы частично покрытый или затемненный диск спутника с неравномерной яркостью и с темным краем из-за того, что Солнце освещает спутник немного сбоку. При реальных наблюдениях покрываемый и покрывающий спутники дают в фотоприемнике одно общее пятно. Именно их общий световой поток и измеряется. Любой применяемый фотоприемник имеет разную чувствительность к свету разных длин волн. Поэтому нужно учитывать зависимость рассеяния света от длины волны и характеристики применяемого светофильтра.

При практических вычислениях мы разбиваем полусферу спутника, обращенную к Земле, на конечные элементы, вычисляем входящий поток от каждого элемента отдельно и суммируем все эти потоки. На этом этапе может использоваться тот или иной закон рассеяния света точкой поверхности спутника. Необходимо знать ряд параметров, задающих светотражательные свойства поверхности конкретного спутника. Один из них — это распределенное по поверхности альbedo спутника, учитывающее детали поверхности. Здесь рассматриваются несколько параметров. В сумме все эти обстоятельства составляют фотометрическую модель явления.

Одна из наиболее точных фотометрических моделей взаимных покрытий и затмений Галилеевых спутников Юпитера описана в

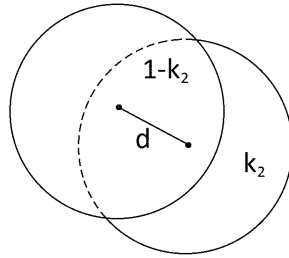


Рис. 7.5. Взаимное покрытие спутников. Непокрытая часть покрываемого спутника расположена внизу справа. Доля этой части от всего диска характеризуется величиной  $k_2$ .

работах (Емельянов, 2003; Emelyanov, Gilbert, 2006). Аналогичные модели для главных спутников Сатурна и Урана даются в работах (Arlot et al., 2012; Arlot et al., 2013). Некоторый упрощенный вариант модели взаимных покрытий и затмений спутников рассматривается ниже.

### 7.3. Упрощенный вариант модели взаимных покрытий и затмений спутников планет

Рассмотрим модель взаимного покрытия двух спутников. В упрощенном варианте будем полагать, что наблюдаются однородные диски двух спутников. При этом интегральные альбедо по дискам разные. Обозначим их через  $p_1$  для покрывающего спутника и  $p_2$  — для покрываемого. Видимые радиусы спутников обозначим соответственно через  $r_1$  и  $r_2$ . Радиусы могут измеряться в секундах дуги так, как диски видны на небе, или в километрах в плоскости явления. Обозначим через  $d$  расстояние между центрами дисков, измеряемое в тех же единицах, что и радиусы спутников.

Если  $d \geq r_1 + r_2$ , то никакого явления не наблюдается, и мы получаем свет от полных дисков обоих спутников. Если просходит покрытие дисков, то мы видим только часть диска покрываемого спутника. Обозначим через  $k_2$  долю видимого диска покрываемого спутника. Естественно, что  $k_2$  зависит от расстояния между центрами дисков  $d$ . Это видно на рис. 7.5.

Таким образом, вне явления  $k_2 = 1$ . Если расстояние между центрами дисков  $d \leq |r_1 - r_2|$ , то происходит полное перекрытие дисков. При этом, если  $r_1 \geq r_2$ , то покрываемый спутник не виден совсем, и мы имеем  $k_2 = 0$ . В случае  $r_1 < r_2$  видимая доля диска покрываемого спутника равна  $k_2 = (r_2^2 - r_1^2)/r_2^2$ .

В случае частичного взаимного покрытия, когда  $r_1 + r_2 > d > |r_1 - r_2|$ , величину  $k_2$  можно вычислить с помощью последовательности формул

$$h = \sqrt{2d^2(r_1^2 + r_2^2) - d^4 - (r_1^2 - r_2^2)^2},$$

$$a_1 = d^2 - r_2^2 + r_1^2, \quad a_2 = d^2 - r_1^2 + r_2^2,$$

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{h}{a_1}, \quad \operatorname{tg} \varphi_2 = \frac{h}{a_2},$$

$$k_2 = 1 - \frac{1}{\pi} \left[ \frac{r_1^2}{r_2^2} \varphi_1 + \varphi_2 - \frac{h}{2r_2^2} \right].$$

Здесь при вычислении углов  $\varphi_1, \varphi_2$  по значениям их тангенсов следует учитывать, что знак  $\cos \varphi_1$  совпадает со знаком  $a_1$ , а знак  $\cos \varphi_2$  совпадает со знаком  $a_2$ . Эти формулы плучены в работе (Емельянов, 1995).

Другой вид формул для вычисления коэффициента  $k_2$  был предложен в работе (Asafin et al., 2009), а именно

$$\cos \alpha_1 = \frac{r_1^2 - r_2^2 + d^2}{2r_1 d}, \quad \cos \alpha_2 = \frac{r_2^2 - r_1^2 + d^2}{2r_2 d},$$

$$k_2 = 1 - \frac{1}{\pi} \left[ \frac{r_1^2}{r_2^2} (\alpha_1 - \sin \alpha_1 \cos \alpha_1) + \alpha_2 - \sin \alpha_2 \cos \alpha_2 \right].$$

Вычислять углы  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  здесь следует по значениям их тангенсов, учитывая, что синусы этих углов положительны.

В задачах обработки фотометрических наблюдений взаимных покрытий и затмений спутников с целью получения астрометрических данных приходится вычислять производную от  $k_2$  по  $d$ , т.е.  $\frac{dk_2}{d(d)}$ . Это можно сделать с помощью следующей цепочки формул:

$$h' = \frac{2d}{h} (r_1^2 + r_2^2 - d^2),$$

$$\varphi_1' = \frac{a_1 h' - 2hd}{a_1^2 + h^2}, \quad \varphi_2' = \frac{a_2 h' - 2hd}{a_2^2 + h^2},$$

$$\frac{dk_2}{d(d)} = -\frac{1}{\pi} \left( \frac{r_1^2}{r_2^2} \varphi'_1 + \varphi'_2 - \frac{h'}{2r_2^2} \right).$$

Теперь рассмотрим, как вычислять нормированный световой поток. Функция  $S$  при такой упрощенной модели явлений зависит от  $k_2$ , которая в свою очередь зависит от  $d$ .

От покрывающего спутника приходит световой поток величиной  $Rr_1^2 p_1$ , а от покрываемого  $Rr_2^2 p_2 k_2$ , где  $r_1, r_2$  — радиусы дисков,  $p_1$  и  $p_2$  — альbedo спутников,  $R$  — неопределенный коэффициент пропорциональности. При взаимном покрытии всегда измеряется световой поток от обоих спутников вместе. При этих условиях нормированный поток  $S$  можно выразить формулой

$$S(d) = \frac{p_1 r_1^2 + p_2 r_2^2 k_2(d)}{p_1 r_1^2 + p_2 r_2^2} = \frac{1 + \frac{p_2 r_2^2 k_2(d)}{p_1 r_1^2}}{1 + \frac{p_2 r_2^2}{p_1 r_1^2}}.$$

Вне явления, когда нет покрытия, виден весь покрываемый спутник, и мы имеем  $k_2 = 1, S = 1, E = K$ . Случаются полные покрытия. На рис. 7.6 изображена конфигурация спутников в этом случае. Ясно, что в интервале времени  $(t_1, t_2)$  покрываемого спутника совсем не видно, и  $k_2 = 0$ . В этот период мы имеем

$$S(d) = \frac{1}{1 + \frac{p_2 r_2^2}{p_1 r_1^2}},$$

т.е. световой поток не зависит от взаимного расстояния спутников  $d$ .

Как видно из упрощенного рассмотрения фотометрической модели, нормированный световой поток от спутников зависит от отношения интегральных альbedo по поверхности. Эта зависимость остается и в более точных фотометрических моделях. При обработке наблюдений Галилеевых спутников Юпитера (Emelyanov, 2009; Arlot et al., 2012) мы усредняем по видимому диску фотометрические свойства спутника. На этом этапе можно учесть вариации интегрального значения альbedo, зависящие от угла вращения спутника. Проще говоря, поток света от спутника зависит от того, каким боком он к нам обращен. Данные о вариациях интегрального альbedo мы берем из публикаций (Morrison, Morrison, 1977; Prokofeva-Mikhailovskaya et al., 2010; Abramenko et al., 2011). Эти данные имеют недостаточно высокую точность. Они могут быть источником погрешности в фотометрической модели взаимных покрытий

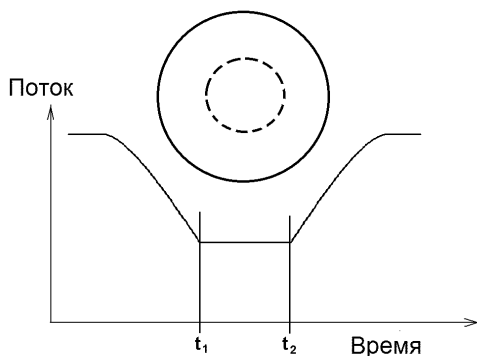


Рис. 7.6. Полное покрытие одного спутника другим в течение промежутка времени  $(t_1, t_2)$  и соответствующий участок на кривой суммарного нормированного потока от пары спутников.

и затмений Галилеевых спутников Юпитера. Очевидна необходимость проведения широких фотометрических наблюдений Галилеевых спутников Юпитера для разных значений углов вращения спутников от 0 до 360 градусов в разных спектральных полосах.

## 7.4. Фотометрические модели взаимных покрытий и заменей спутников планет

### 7.4.1. Общие фотометрические характеристики

Рассмотренная выше упрощенная модель взаимных покрытий и затмений спутников планет не обеспечивает такую точность астрономических данных, которая может быть достигнута при имеющихся фотометрических наблюдениях. Построить наиболее точную модель можно следующим путем.

Солнце и спутники — протяженные объекты. Каждая точка поверхности имеет свои свойства. Излучение и рассеяние света зависит от этих свойств. Сигнал, который измеряется в фотоприемнике, формируется светом, в него попавшим, но зависит еще от свойств самого фотоприемника. Рассмотрим подробнее эти процессы.

Нам будут нужны общие понятия и величины, характеризующие свойства рассеяния света в данной точке поверхности, и дру-

гие величины, необходимые для описания интегральной фотометрии видимого диска спутника.

Законом рассеяния света называют зависимость интенсивности света, рассеянного в данной точке в направлении наблюдателя, от параметров, описывающих обстоятельства явления и свойства рассеивающей поверхности. Величина рассматриваемой интенсивности обычно нормируется таким образом, чтобы интеграл от нее по всему видимому диску спутника деленный на площадь диска был равен геометрическому альбедо спутника при условии, что наблюдатель находится в направлении источника света. Величину интенсивности света, рассеянного в данной точке в направлении наблюдателя, называют функцией рассеяния. Обозначим эту функцию через  $f$ .

Обстоятельства рассеяния света описываются следующими параметрами: угол падения света  $i$  — угол между нормалью к поверхности и направлением распространения света от источника к точке поверхности, угол отражения  $e$  — угол между нормалью к поверхности и направлением от наблюдателя к точке рассеяния, угол фазы  $\alpha$  — угол с вершиной в рассматриваемой точке между лучами направленными на источник света и на наблюдателя, а также азимутальный угол  $\Psi$  между проекциями этих лучей на плоскость, касательную к поверхности в данной точке. Естественно, что интенсивность рассеянного света зависит от длины волны света  $\Lambda$ , поскольку разные области поверхности спутника имеют разные цвета.

Функция рассеяния света имеет общий вид  $f(\varphi, \lambda, i, e, \Psi, \alpha, \Lambda)$ , где введены еще аргументы  $\varphi, \lambda$  — картографические координаты точки на поверхности спутника. Для учета зависимости от  $\varphi, \lambda$  можно использовать фотоснимки с космических аппаратов при условии, что снимки сделаны при тех же углах солнечной фазы, которые будут при наблюдениях с Земли.

В качестве интегральных характеристик светоотражательных свойств спутника рассматриваются геометрическое альбедо  $p$  и функция фазы  $\Phi(\alpha)$  — отношение количества света, приходящего от спутника при данном угле фазы, к количеству приходящего света при угле фазы, равном нулю. Функция фазы учитывает интегральный эффект неравномерности яркости видимого диска спутника и уменьшение площади освещенной части диска. Интегральные характеристики также зависят от длины волны света  $\Lambda$ . Они разные для разных полос спектра.

### 7.4.2. Фотометрическая модель взаимного покрытия спутников

Здесь нам поможет рис. 7.7. На нем изображена схема фотометрии взаимного покрытия двух спутников. Свет от всего диска Солнца излучается в сторону спутников. Интенсивность потока зависит от длины волны  $\Lambda$ . Зависимость определяется функцией  $F(\Lambda)$ , известной из физики Солнца (Makarova et al., 1998). Свет в каждой бесконечно малой спектральной полосе  $(\Lambda, \Lambda + d\Lambda)$  следует к спутникам и попадает в какую-нибудь точку покрываемого спутника. В этой точке происходит рассеяние света во все стороны, в том числе и в сторону наблюдателя. Интенсивность потока зависит от свойств точки поверхности и обстоятельств падения и отражения луча. Фактически, приходящий в точку поток от Солнца нужно умножить на некоторую функцию  $f(\varphi, \lambda, i, e, \Psi, \alpha, \Lambda)$ , чтобы получить величину потока, следующего к наблюдателю. Конечно, световой поток пропорционален площади бесконечно малого элемента диска покрываемого спутника  $dS_2$ . Часть аргументов функции объяснены выше. Здесь появляются еще картографические координаты точки  $\varphi, \lambda$  на спутнике. Функция  $f(\varphi, \lambda, i, e, \Psi, \alpha, \Lambda)$ , введенная выше, называется еще законом рассеяния. Ее поиск — чрезвычайно сложная задача. Поверхность может быть глянцевой или пористой, с мельчайшими ямками и горками. Разные законы рассеяния мы рассмотрим ниже. Теперь же проследим далее путь света. Попадание света в фотоприемник вызывает его реакцию — он посылает сигнал в компьютер. Величина этого сигнала зависит от фоточувствительности приемника, в первую очередь — от длины волны. Здесь не надо забывать, что могут применяться различные светофильтры. Функцию спектральной чувствительности фотоприемника обозначим через  $\Phi(\Lambda)$ . Тогда величина сигнала от фотоприемника получится из величины приходящего потока умножением на  $\Phi(\Lambda)$ .

Мы не можем измерить световой поток от каждой точки поверхности спутника отдельно. Для этого обычно не хватает разрешения изображения. Нам доступно только измерение суммарного потока от пары спутников: покрываемого и покрывающего. Суммарный поток от покрываемого спутника определяется интегралом

$$G_2(X, Y) = \int_{S_2} \int_{\Lambda_1}^{\Lambda_2} \Phi(\Lambda) f(\varphi, \lambda, i, e, \Psi, \alpha, \Lambda) F(\Lambda) dS_2 d\Lambda,$$

где интегрирование ведется по всей непокрытой и освещенной

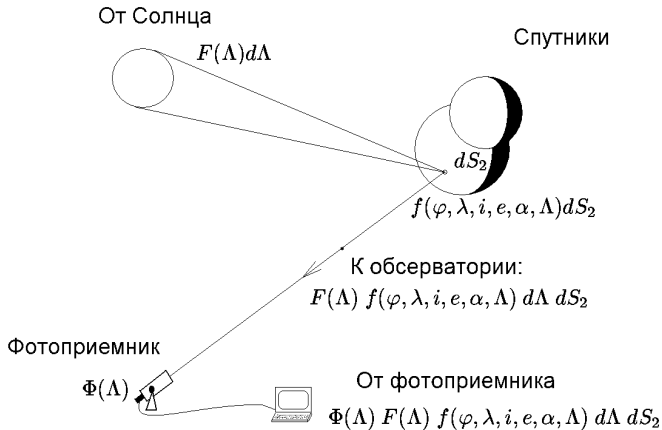


Рис. 7.7. Фотометрия взаимного покрытия спутников.

Солнцем части спутника  $S_2$ , которая зависит от взаимных координат спутников  $(X, Y)$ , и по спектральной полосе  $(\Lambda_1, \Lambda_2)$ . Суммарный поток от покрывающего спутника определяется аналогичным интегралом

$$G_1^{(0)} = \int_{S_1} \int_{\Lambda_1}^{\Lambda_2} \Phi(\Lambda) f(\varphi, \lambda, i, e, \Psi, \alpha, \Lambda) F(\Lambda) dS_1 d\Lambda, \quad (7.2)$$

где интегрирование ведется по всей освещенной Солнцем и видимой с Земли части спутника  $S_1$ . Верхний индекс 0 здесь указывает на то, что этот спутник ничем не покрыт. Пределы интегрирования  $\Lambda_1, \Lambda_2$  берутся как пределы спектральной чувствительности фотоприемника. Разумеется, на практике детальные характеристики спутников задаются в виде таблиц, а вместо интегралов вычисляются конечные суммы по малым участкам, на которые разбиваются диски спутников.

Для определения нормированного светового потока  $S$  здесь не хватает величины суммарного светового потока от покрываемого спутника  $G_2^{(0)}$  в предположении, что он ничем не покрыт. Этот поток определяется аналогично, как и для  $G_2$ , но интегрирование ве-



дятся по всей освещенной Солнцем и видимой с Земли поверхности покрываемого спутника.

В итоге, величина нормированного светового потока  $S$  определится из соотношения

$$S(X, Y) = \frac{G_1^{(0)} + G_2(X, Y)}{G_1^{(0)} + G_2^{(0)}}.$$

### 7.4.3. Фотометрическая модель взаимного затмения спутников

Во время этого явления наблюдаемый спутник освещается не полным диском Солнца. Часть диска заслонена затмевающим спутником. Схему явления можно видеть на рис. 7.8. Некоторая незаслоненная точка диска Солнца излучает свет в сторону спутника. Интенсивность этого света зависит как от длины волны, так и от расположения точки на диске, поскольку диск Солнца имеет потемнение к краю. Это потемнение различно в разных участках спектра. Поэтому световой поток от точки диска Солнца будет определяться величиной

$$I(r, \Lambda) dS_0 d\Lambda,$$

где  $r$  — видимое расстояние точки от центра диска,  $dS_0$  — бесконечно малый элемент диска Солнца, а  $d\Lambda$  — бесконечно малая ширина спектральной полосы. Функцию  $I(r, \Lambda)$  в форме таблиц можно найти в публикациях по физике Солнца. Можно взять, например, работу (Макарова et al., 1998).

Свет от точки диска Солнца, следуя к затмеваемому спутнику, попадает на его поверхность, в частности, в некоторую точку, имеющую светоотражательные свойства, описываемые законом рассеяния  $f(\varphi, \lambda, i, e, \alpha, \Lambda)$ . Рассеянный световой поток будет пропорционален площади элемента диска спутника  $dS_2$ . В результате, к обсерватории будет следовать световой поток

$$f(\varphi, \lambda, i, e, \Psi, \alpha, \Lambda) dS_2 I(r, \Lambda) dS_0 d\Lambda.$$

Попадая в фотоприемник, этот свет вызовет сигнал величиной

$$\Phi(\Lambda) f(\varphi, \lambda, i, e, \Psi, \alpha, \Lambda) dS_2 I(r, \Lambda) dS_0 d\Lambda.$$

Мы измеряем световой поток от затмеваемого спутника, который определяется интегралом

$$G_2(X, Y) = \int_{\Lambda_1}^{\Lambda_2} \int_{S_2} \int_{S_0} \Phi(\Lambda) f(\varphi, \lambda, i, e, \Psi, \alpha, \Lambda) I(r, \Lambda) dS_0 dS_2 d\Lambda,$$

где интегрирование ведется по незаслоненной части диска Солнца  $S_0$ , части диска спутника  $S_2$ , освещенной Солнцем и видимой с Земли, и по спектральной полосе чувствительности фотоприемника ( $\Lambda_1, \Lambda_2$ ).

Солнце и оба спутника во время взаимного затмения расположены почти на одной линии. Наземный наблюдатель видит затмеваемый спутник немного сбоку. То, какая часть диска Солнца не заслонена затмевающим спутником, непосредственно зависит от взаимного расположения спутников так, как они были бы видны с Солнца. Это взаимное расположение задается относительными гелиоцентрическими координатами  $X, Y$ . Поэтому суммарный световой поток от затмеваемого спутника зависит от  $X, Y$ .

При наблюдениях спутников планет во время их взаимных затмений в поле зрения может попадать вместе с затмеваемым также и затмевающий спутник. Угловое расстояние между спутниками может оказаться столь малым, что измерить отдельно световой поток от затмеваемого спутника может быть невозможно. При этом в других случаях световой поток от затмеваемого спутника может измеряться отдельно.

Суммарный поток от затмевающего спутника  $G_1^{(0)}$  определяется интегралом, аналогичным (7.2). Однако в этом случае верхний индекс 0 здесь указывает на то, что свет на этот спутник поступает от полного диска Солнца.

Для определения нормированного светового потока  $S$  необходима еще величина светового потока от затмеваемого спутника  $G_2^{(0)}$  в предположении, что для него Солнце ничем не заслонено. Этот поток определяется аналогично, как и для  $G_2$ , но интегрирование ведется по всему диску Солнца.

Теперь величина нормированного светового потока  $S$  определится из соотношения

$$S(X, Y) = \frac{G_1^{(0)} + G_2(X, Y)}{G_1^{(0)} + G_2^{(0)}},$$

если измеряется световой поток от обоих спутников вместе, или из соотношения

$$S(X, Y) = \frac{G_2(X, Y)}{G_2^{(0)}},$$

если в фотоприемник попадает свет только от затмеваемого спутника.

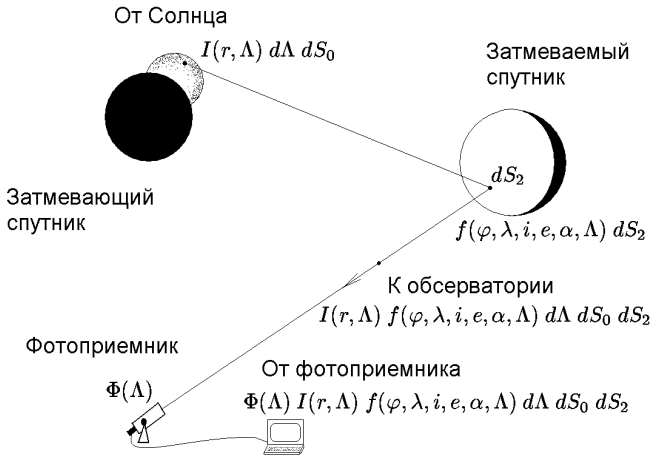


Рис. 7.8. Фотометрия взаимного затмения спутников.

## 7.5. Законы рассеяния света для спутников планет

### 7.5.1. Закон рассеяния света Ломмеля–Зеелигера

Во многих исследованиях характеристик и геометрического строения поверхностей планет и спутников применяется закон рассеяния света Ломмеля–Зеелигера. Чаще всего он применяется для шероховатых поверхностей с низким или средним альбедо.

Закон Ломмеля–Зеелигера описывается функцией рассеяния

$$f(i, e) = p \frac{2 \cos i}{\cos i + \cos e}.$$

Она зависит только от углов падения и отражения света.

При нулевом угле фазы очевидно, что  $i = e$ , тогда  $f(i, e) = p$ , и мы видим однородный диск спутника. При других углах фазы наибольшая яркость диска должна наблюдаться вблизи лимба, и будет видно потемнение диска к терминатору.

Функция фазы в случае закона Ломмеля–Зеелигера определяется выражением

$$\Phi(\alpha) = 1 - \sin \frac{\alpha}{2} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \ln \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2}. \quad (7.3)$$

Закон Ломмеля–Зеелигера может применяться только в весьма приближенных моделях явлений. В более точных моделях приме-

няется только общий вид зависимости рассеяния от углов падения и отражения. Формулы оказываются более сложными.

### 7.5.2. Закон Хапке рассеяния света для гладкой поверхности

Законы Хапке при различных свойствах рассеивающей поверхности учитывают частичное поглощение света и его многократное отражение частицами внутри некоторого слоя тела спутника.

В случае идеально гладкой матовой поверхности закон Хапке описывается следующей функцией (Нарке, 1981):

$$f(i, e, \alpha) = \frac{\omega}{4} \frac{\mu_0}{\mu_0 + \mu} \{ [1 + B(B_0, \alpha, h)] P(\alpha, g) + H(\mu, \omega) H(\mu_0, \omega) - 1 \},$$

где

$$\begin{aligned} \mu_0 &= \cos i, \quad \mu = \cos e, \\ B(B_0, \alpha, h) &= \frac{B_0}{1 + \operatorname{tg}(\alpha/2)/h}, \\ P(\alpha, g) &= \frac{1 - g^2}{(1 + g^2 + 2g \cos \alpha)^{3/2}}, \\ H(x, \omega) &= \frac{1 + 2x}{1 + 2x\sqrt{1 - \omega}}. \end{aligned}$$

Параметры  $\omega$ ,  $B_0$ ,  $h$ ,  $g$  характеризуют свойства поверхности. Эти параметры в литературе имеют следующие названия:  $\omega$  — среднее альбедо простого рассеяния,  $B_0$  — амплитуда эффекта оппозиции,  $h$  — угловая полуширина эффекта оппозиции,  $g$  — параметр асимметрии. Параметр  $h$  связан с пористостью поверхности.

Функция рассеяния света в этом законе не содержит своим аргументом длину волны света  $\Lambda$ . Однако зависимость от  $\Lambda$  все же учитывается, так как значения параметров закона могут приниматься различными для различных спектральных полос.

Геометрическое альбедо спутника в этом случае находится по формуле

$$p = \frac{\omega}{8} [(1 + B_0)P(0, g) - 1] + \frac{1}{2}r_0 + \frac{1}{6}r_0^2, \quad (7.4)$$

где

$$r_0 = \frac{1 - \sqrt{1 - \omega}}{1 - \sqrt{1 + \omega}}. \quad (7.5)$$

Функция фазы  $\Phi(\alpha)$  определяется из соотношения

$$p \Phi(\alpha) = \left\{ \frac{\omega}{8} [(1 + B(B_0, \alpha, h))P(\alpha, g) - 1] + \frac{1}{2}r_0(1 - r_0) \right\} \times$$

$$\times \left[ 1 - \sin \frac{\alpha}{2} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \ln \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{4} \right] + \frac{2r_0^2}{3\pi} [\sin \alpha + (\pi - \alpha) \cos \alpha]. \quad (7.6)$$

### 7.5.3. Закон Хапке рассеяния света для шероховатой поверхности

В случае шероховатой поверхности закон Хапке имеет вид (Нарке, 1984):

$$f(i, e, \alpha, \Psi) = \frac{\omega}{4} \frac{\mu'_0}{\mu'_0 + \mu'} \times$$

$$\times \{ [1 + B(B_0, \alpha, h)] P(\alpha, g) + H(\mu', \omega) H(\mu'_0, \omega) - 1 \} S(i, e, \Psi),$$

где  $\mu'_0, \mu', S(i, e, \Psi)$  являются функциями от  $i, e, \Psi$  и еще одного параметра  $\bar{\theta}$ , называемого средним наклоном макроскопических шероховатостей поверхности. Эти функции вычисляются по различным формулам в случаях  $i \leq e$  и  $i > e$ . При  $i \leq e$  последовательно вычисляются

$$\begin{aligned} \mu'(i, e, \Psi) &= C(\bar{\theta}) \times \\ &\times \left[ \mu + \sin e \operatorname{tg} \bar{\theta} \frac{\exp(-\frac{1}{\pi} \operatorname{ctg}^2 \bar{\theta} \operatorname{ctg}^2 e) - \sin^2 \frac{\Psi}{2} \exp(-\frac{1}{\pi} \operatorname{ctg}^2 \bar{\theta} \operatorname{ctg}^2 i)}{2 - \exp(-\frac{2}{\pi} \operatorname{ctg} \bar{\theta} \operatorname{ctg} e) - \frac{\Psi}{\pi} \exp(-\frac{2}{\pi} \operatorname{ctg} \bar{\theta} \operatorname{ctg} i)} \right], \\ \mu'_0(i, e, \Psi) &= C(\bar{\theta}) [\mu_0 + \\ &+ \sin i \operatorname{tg} \bar{\theta} \frac{\cos \Psi \exp(-\frac{1}{\pi} \operatorname{ctg}^2 \bar{\theta} \operatorname{ctg}^2 e) + \sin^2 \frac{\Psi}{2} \exp(-\frac{1}{\pi} \operatorname{ctg}^2 \bar{\theta} \operatorname{ctg}^2 i)}{2 - \exp(-\frac{2}{\pi} \operatorname{ctg} \bar{\theta} \operatorname{ctg} e) - \frac{\Psi}{\pi} \exp(-\frac{2}{\pi} \operatorname{ctg} \bar{\theta} \operatorname{ctg} i)}], \\ S(i, e, \Psi) &= \frac{\mu'(i, e, \Psi)}{\mu'(i, e, 0)} \frac{\mu_0}{\mu'_0(i, e, 0)} C(\bar{\theta}) \times \\ &\times \left\{ 1 - \bar{f}(\Psi) \left[ 1 - C(\bar{\theta}) \frac{\mu_0}{\mu'_0(i, e, 0)} \right] \right\}^{-1}. \end{aligned}$$

При  $i > e$  имеем

$$\begin{aligned} \mu'(i, e, \Psi) &= C(\bar{\theta}) [\mu + \\ &+ \sin e \operatorname{tg} \bar{\theta} \frac{\cos \Psi \exp(-\frac{1}{\pi} \operatorname{ctg}^2 \bar{\theta} \operatorname{ctg}^2 i) + \sin^2 \frac{\Psi}{2} \exp(-\frac{1}{\pi} \operatorname{ctg}^2 \bar{\theta} \operatorname{ctg}^2 e)}{2 - \exp(-\frac{2}{\pi} \operatorname{ctg} \bar{\theta} \operatorname{ctg} i) - \frac{\Psi}{\pi} \exp(-\frac{2}{\pi} \operatorname{ctg} \bar{\theta} \operatorname{ctg} e)}], \\ \mu'_0(i, e, \Psi) &= C(\bar{\theta}) [\mu_0 + \\ &+ \sin i \operatorname{tg} \bar{\theta} \frac{\exp(-\frac{1}{\pi} \operatorname{ctg}^2 \bar{\theta} \operatorname{ctg}^2 i) - \sin^2 \frac{\Psi}{2} \exp(-\frac{1}{\pi} \operatorname{ctg}^2 \bar{\theta} \operatorname{ctg}^2 e)}{2 - \exp(-\frac{2}{\pi} \operatorname{ctg} \bar{\theta} \operatorname{ctg} i) - \frac{\Psi}{\pi} \exp(-\frac{2}{\pi} \operatorname{ctg} \bar{\theta} \operatorname{ctg} e)}], \end{aligned}$$

$$S(i, e, \Psi) = \frac{\mu'(i, e, \Psi)}{\mu'(i, e, 0)} \frac{\mu_0}{\mu'_0(i, e, 0)} C(\bar{\theta}) \times \\ \times \left\{ 1 - \bar{f}(\Psi) \left[ 1 - C(\bar{\theta}) \frac{\mu}{\mu'(i, e, 0)} \right] \right\}^{-1}.$$

В этих формулах введены две новые функции

$$C(\bar{\theta}) = \frac{1}{\sqrt{1 + \pi \operatorname{tg}^2 \bar{\theta}}} \quad , \quad \bar{f}(\Psi) = \exp \left( -2 \operatorname{tg} \frac{\Psi}{2} \right).$$

Функция фазы и геометрическое альbedo, которые в случае шероховатой поверхности мы обозначим через  $\Phi_r(\alpha)$  и  $p_r$ , вычисляются следующим образом. Сначала из соотношений (7.4), (7.5), (7.6) определяем  $\Phi(\alpha)$  и  $p$ , затем находим  $\Phi_r(\alpha)$  и  $p_r$  по формулам

$$\Phi_r(\alpha) = K(\alpha, \bar{\theta}) \Phi(\alpha) \quad , \\ p_r = p + [C(\omega, \bar{\theta}) - 1] \left( \frac{1}{2} r_0 + \frac{1}{6} r_0^2 \right) .$$

Здесь функции  $K(\alpha, \bar{\theta})$  и  $C(\omega, \bar{\theta})$  могут быть представлены эмпирическими выражениями

$$K(\alpha, \bar{\theta}) = \exp \{ -0.32 \bar{\theta} \sqrt{\operatorname{tg} \bar{\theta} \operatorname{tg}(\alpha/2)} - 0.52 \bar{\theta} \operatorname{tg} \bar{\theta} \operatorname{tg}(\alpha/2) \},$$

$$C(\omega, \bar{\theta}) = 1 - (0.048 \bar{\theta} + 0.0041 \bar{\theta}^2) r_0 - (0.33 \bar{\theta} - 0.0049 \bar{\theta}^2) r_0^2 ,$$

где  $\bar{\theta}$  выражена в радианах.

#### 7.5.4. Параметры закона Хапке для Галилеевых спутников Юпитера

В литературе нам удалось найти лишь две работы, в которых опубликованы полные наборы параметров Хапке для Галилеевых спутников Юпитера.

В первой из них (McEwen et al., 1988) даются параметры модели Хапке шероховатой поверхности для спутника Ио в нескольких вариантах, полученных с применением ультрафиолетового (UV), фиолетового (VI), синего (BL), оранжевого (OR) фильтров и для спектральной полосы V. При этом параметры осреднялись по всей поверхности спутника. Эти данные воспроизведены в табл. 7.1.

Таблица 7.1. Параметры фотометрической функции Хапке для спутника Ио.

Фильтр	$\omega$	$h$	$B_0$	$g$	$\bar{\theta}$ , degrees
V	0.94	$0.028 \pm 0.01$	$0.80 \pm 0.2$	$-0.30 \pm 0.06$	$30 \pm 10$
OR	0.96	$0.028 \pm 0.01$	$0.55 \pm 0.4$	$-0.32 \pm 0.04$	$30 \pm 10$
BL	0.90	$0.028 \pm 0.01$	$0.60 \pm 0.4$	$-0.26 \pm 0.04$	$30 \pm 10$
VI	0.67	$0.028 \pm 0.01$	$0.65 \pm 0.4$	$-0.22 \pm 0.04$	$30 \pm 10$
UV	0.33	$0.028 \pm 0.01$	$0.60 \pm 0.4$	$-0.24 \pm 0.04$	$30 \pm 10$

Вторая работа (Domingue, Verbiscer, 1997) посвящена усовершенствованию функции Хапке для шероховатых поверхностей. Предложено заменить функцию  $P(\alpha, g)$  более универсальными ее вариантами: двухпараметрической функцией  $P_2(\alpha, c_2, b_2)$  или трехпараметрической функцией  $P_3(\alpha, c_3, b_3, d_3)$ . Эти функции имеют вид

$$P_2(\alpha, c_2, b_2) = \frac{(1 - c_2)(1 - b_2^2)}{(1 + 2b_2 \cos \alpha + b_2^2)^{3/2}} + \frac{c_2(1 - b_2^2)}{(1 - 2b_2 \cos \alpha + b_2^2)^{3/2}},$$

$$P_3(\alpha, c_3, b_3, d_3) = \frac{(1 - c_3)(1 - b_3^2)}{(1 + 2b_3 \cos \alpha + b_3^2)^{3/2}} + \frac{c_3(1 - d_3^2)}{(1 + 2d_3 \cos \alpha + d_3^2)^{3/2}}.$$

Параметры  $c_2, b_2$  и параметры  $c_3, b_3, d_3$  совместно с другими параметрами функции Хапке были определены для спутников Европа, Ганимед и Каллисто на основе наземных и космических наблюдений. Данные получались отдельно для двух длин световых волн  $\Lambda = 0.47 \mu m$  и  $\Lambda = 0.55 \mu m$  и для двух полусфер спутника: ведущей (L) и ведомой (T). Значения приведены в табл. 7.2 и табл. 7.3.

Именно фотометрическая функция Хапке с приведенными выше параметрами была использована при получении астрометрических результатов по фотометрии Галилеевых спутников Юпитера в работах (Emelyanov, Gilbert, 2006; Emelyanov, 2008; Емельянов, Вашковьяк, 2009; Emelyanov, 2009; Arlot et al., 2014; Saquet et al., 2018).

## 7.6. Фотометрические характеристики спутника, интегральные по диску

Отражательные свойства разных точек поверхности спутника различны. Функция рассеяния в каждой точке зависит еще от дли-

Таблица 7.2. Фотометрические параметры Хапке при использовании функции  $P_2(\alpha, c_2, b_2)$ .

$\lambda$	L/T	$w$	$B_0$	$h$	$\bar{\theta}, ^\circ$	$c_2$	$b_2$
Европа							
$0.47\mu m$	L	0.922	0.50	0.0016	10.0	0.431	0.921
$0.55\mu m$	L	0.964	0.50	0.0016	10.0	0.429	0.887
$0.47\mu m$	T	0.897	0.45	0.0016	10.0	0.43	0.713
$0.55\mu m$	T	0.940	0.50	0.0016	10.0	0.443	0.609
Ганимед							
$0.47\mu m$	L	0.830	0.62	0.003	28.0	0.282	0.960
$0.55\mu m$	L	0.945	0.86	0.004	29.0	0.380	0.427
$0.47\mu m$	T	0.870	1.00	0.074	35.0	0.039	0.989
$0.55\mu m$	T	0.810	0.23	0.074	35.0	0.307	0.962
Каллисто							
$0.47\mu m$	L	0.740	1.00	0.031	42.0	0.729	0.024
$0.55\mu m$	L	0.540	1.00	0.031	42.0	0.132	0.949
$0.47\mu m$	T	0.470	0.27	0.0277	42.0	0.432	0.542
$0.55\mu m$	T	0.550	0.73	0.0277	42.0	0.206	0.958

ны волны света. В рассмотренных выше функциях рассеяния характеристики поверхности осреднялись либо по полусфере, либо по всей поверхности. Зависимость функции рассеяния от длины волны света учитывается путем подстановки вариантов значений параметров, различных для разных спектральных полос.

Существуют и другие пути приближенного отображения функции рассеяния. Один из подходящих способов состоит в следующем. Берем какой-либо закон рассеяния света, например закон Хапке. Параметры, входящие в этот закон, берем средними по всей поверхности спутника и относим их к определенной длине волны света. Принятая функция может учитывать зависимость от угла фазы Солнца.

Известно, что главные спутники планет вращаются почти синхронно с их орбитальным движением. Ось вращения каждого спутника с достаточно высокой точностью перпендикулярна плоскости



Таблица 7.3. Фотометрические параметры Хакке при использовании функции  $P_3(\alpha, c_3, b_3, d_3)$ .

$\Lambda$	L/T	$w$	$B_0$	$h$	$\bar{\theta}, ^\circ$	$c_3$	$b_3$	$d_3$
Европа								
$0.47\mu m$	L	0.934	0.49	0.0015	8.0	0.770	0.780	-0.459
$0.55\mu m$	L	0.964	0.43	0.0016	10.0	0.726	0.945	-0.416
$0.47\mu m$	T	0.897	0.51	0.0016	11.0	0.0	0.691	-0.417
$0.55\mu m$	T	0.930	0.521	0.0016	11.0	0.083	0.784	-0.386
Ганимед								
$0.47\mu m$	L	0.830	0.63	0.003	28.0	0.090	0.960	-0.280
$0.55\mu m$	L	0.930	0.91	0.003	28.0	0.200	0.450	-0.380
$0.47\mu m$	T	0.870	1.00	0.074	35.0	0.0	0.820	-0.046
$0.55\mu m$	T	0.810	0.23	0.074	35.0	0.350	0.970	-0.305
Каллисто								
$0.47\mu m$	L	0.510	0.82	0.031	42.0	0.0	0.033	-0.694
$0.55\mu m$	L	0.605	1.00	0.031	42.0	0.005	0.015	-0.687
$0.47\mu m$	T	0.530	0.50	0.0277	42.0	0.787	0.489	-0.400
$0.55\mu m$	T	0.650	0.87	0.0277	42.0	0.988	0.618	-0.238

его орбиты. Кроме того, эти оси мало отклоняются от плоскости, перпендикулярной лучу зрения наземного наблюдателя. Поэтому изменения интегрального блеска спутника существенно зависят от угла вращения спутника по отношению к наблюдателю. Проще говоря, поток света от спутника зависит от того, каким боком он к нам обращен. Однако эта зависимость может быть различной для различных длин волны света и для различных углов солнечной фазы. Умножим функцию рассеяния на некоторую функцию

$$A(\theta, \alpha, \Lambda),$$

где  $\theta$  — угол вращения спутника по отношению к наблюдателю,  $\alpha$  — угол солнечной фазы, а  $\Lambda$  — длина волны света. Полученная функция будет приближенно учитывать как локальные свойства рассеяния света, так и свойства, интегральные по диску.

В работах по данной теме принято отсчитывать угол вращения так, что в верхнем соединении его значение равно нулю, в восточной

элонгации —  $90^\circ$ , в нижнем соединении —  $180^\circ$ , в западной элонгации —  $270^\circ$ . Такое определение угла вращения полностью совпадает с определением угла вращения в Отчете рабочей группы Международного астрономического союза по картографическим координатам и элементам вращения: 2015 (Archinal et al., 2018).

Зависимость яркости спутника от угла вращения может быть получена из наземной фотометрии спутников. Такие данные для Галилеевых спутников Юпитера для спектральной полосы  $V$  опубликованы в работе (Morrison, Morrison, 1977). Только в 2011 году было выполнено повторная фотометрия этих спутников с целью получения зависимости яркости спутников от угла вращения (Prokof'eva-Mikhailovskaya et al., 2010; Abramenko et al., 2011). Данные основаны на наблюдениях в спектральной полосе  $V$  и приведены к углу солнечной фазы 6 град. Измеренные зависимости светового потока от угла вращения для Галилеевых спутников Юпитера показаны на рис. 7.9, 7.10, 7.11, 7.12. Эти данные имеют недостаточно высокую точность. Анализ, проведенный автором, показывает, что неточность знания указанной зависимости оказывается одним из основных источников погрешности в фотометрической модели взаимных покрытий и затмений Галилеевых спутников Юпитера. Очевидна необходимость проведения широких фотометрических наблюдений Галилеевых спутников Юпитера для разных значений углов вращения спутников от 0 до 360 градусов в разных спектральных полосах и при разных углах солнечной фазы, чтобы получить уточненные таблицы для функции  $A(\theta, \alpha, \lambda)$ .

Функция зависимости светового потока от угла вращения из работы (Morrison, Morrison, 1977) с некоторыми модификациями на основе работ (Abramenko et al., 2011; Prokof'eva-Mikhailovskaya et al., 2010) была использована при получении астрометрических результатов по фотометрии Галилеевых спутников Юпитера в работах (Arlot et al., 2014; Saquet et al., 2018).

## **7.7. Фотометрические модели взаимных покрытий и затмений главных спутников Сатурна и Урана**

### **7.7.1. Фотометрическая модель взаимных покрытий и затмений главных спутников Сатурна**

Восемь главных спутников Сатурна один раз в 14 лет демонстрируют для наземного наблюдателя взаимные покрытия и затме-

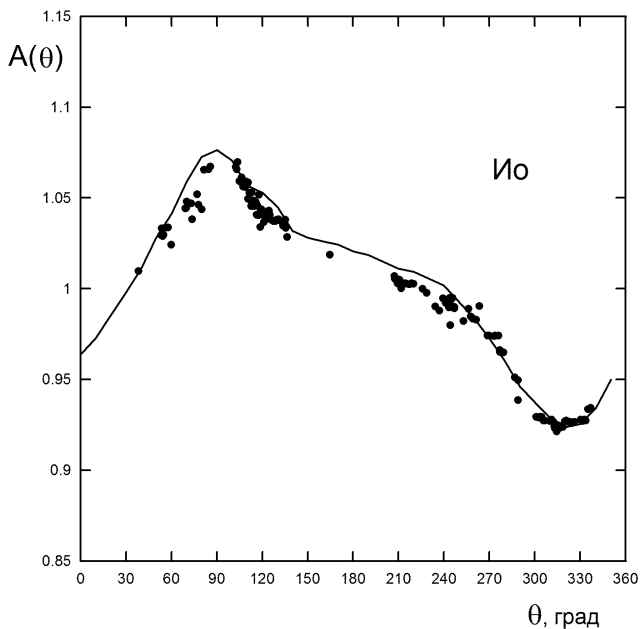


Рис. 7.9. Зависимость относительной величины светового потока, приходящего от спутника Юпитера Ио, от угла вращения  $\theta$ . Линия построена по данным работы (Morrison, Morrison, 1977), а точками показаны результаты работы (Abramenko et al., 2011).

ния. В очередной раз это было в 2009 году. Параметры закона рассеяния света Хапке для главных спутников Сатурна до сих пор не получены. Свойства спутников Сатурна и обстоятельства взаимных покрытий и затмений привели к необходимости строить специальную фотометрическую модель. Такая модель была разработана (Arlot et al., 2012) на основе фотометрических исследований главных спутников Сатурна, опубликованных в работах (Buratti, 1984; Buratti, Veverka, 1984; Buratti et al., 1998). Использовался модифицированный закон рассеяния света Ломмеля–Зеелигера. Комбинировались локальные и интегральные характеристики поверхности. Некоторые параметры в этой модели принимались общими для всей поверхности спутника. Однако в модель включался коэффициент, учитывающий зависимость яркости спутника от угла

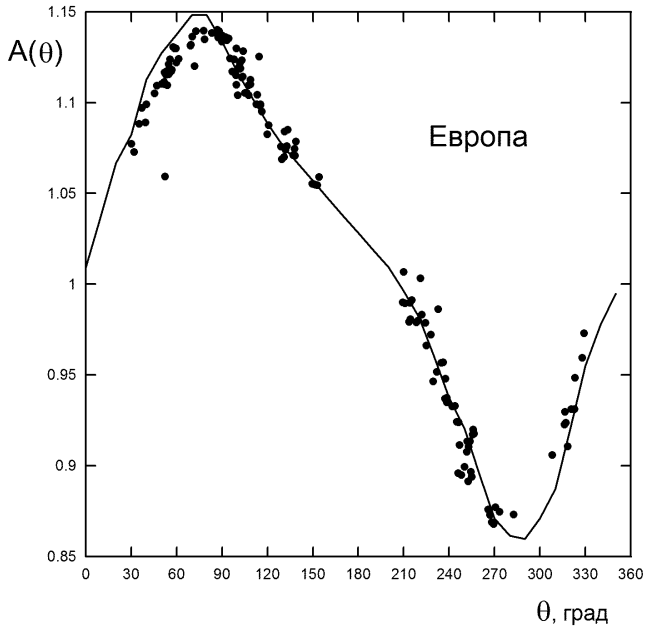


Рис. 7.10. Зависимость относительной величины светового потока, приходящего от спутника Юпитера Европа, от угла вращения  $\theta$ . Линия построена по данным работы (Morrison, Morrison, 1977), а точками показаны результаты работы (Abramenko et al., 2011).

вращения. В итоге разработанная фотометрическая модель задает функцию рассеяния света, зависящую от угла падения  $i$ , угла отражения  $e$ , угла солнечной фазы  $\alpha$  и угла вращения спутника  $\theta$ . Функция описывается следующей цепочкой формул:

$$f(i, e, \alpha, \theta) = \left[ A \frac{\mu_0}{\mu + \mu_0} \bar{f}(\alpha) + (1 - A) \mu_0 \right] \frac{p_l}{p} 10^{-0.4 \Delta m},$$

где

$$\mu_0 = \cos i, \quad \mu = \cos e,$$

$$\bar{f}(\alpha) = \frac{\Phi(\alpha)p - q}{D},$$

$$p = \frac{2}{3}(1 - A) + \frac{A\bar{f}(0)}{2},$$

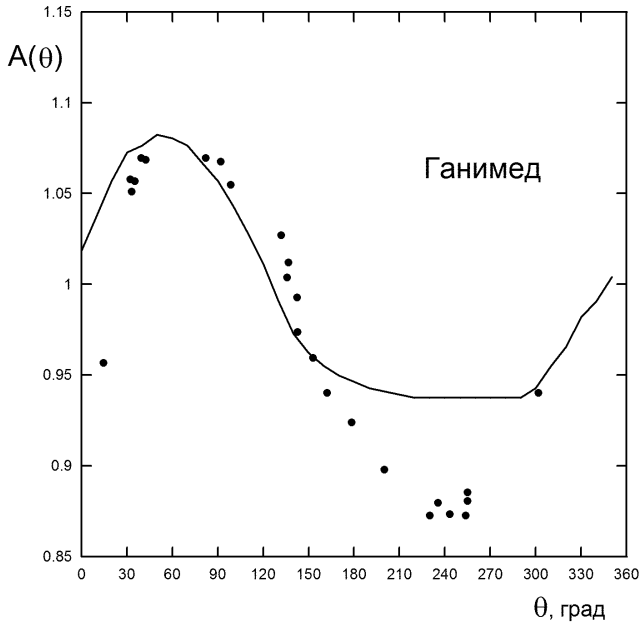


Рис. 7.11. Зависимость относительной величины светового потока, приходящего от спутника Юпитера Ганимед, от угла вращения  $\theta$ . Линия построена по данным работы (Morrison, Morrison, 1977), а точками показаны результаты работы (Prokofeva-Mikhailovskaya et al., 2010).

$$q = \frac{2}{3\pi}(1 - A)[\sin \alpha + (\pi - \alpha) \cos \alpha],$$

$$D = \frac{A\bar{f}(0)}{2} \left( 1 - \sin \frac{\alpha}{2} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \ln \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{4} \right),$$

$$\Phi(\alpha) = 10^{-0.4\beta\alpha},$$

$$\Delta m = -\frac{A_R}{2} \cos(\theta - \theta_0).$$

В этих формулах  $A$ ,  $\bar{f}(0)$ ,  $\beta$ ,  $p_l$ ,  $A_R$ ,  $\theta_0$  — параметры, присущие спутнику. Их значения даны в табл. 7.4 для пяти главных спутников Сатурна. Значения параметров взяты из работ (Buratti, 1984; Buratti, Veverka, 1984; Buratti et al., 1998), за исключением параметров  $A_R$ ,  $\theta_0$  для спутников S2 Энцелад, S3 Тефия, S4 Диона, S5 Рея, которые были взяты из работы (Kulyk, 2008). Для трех остальных главных

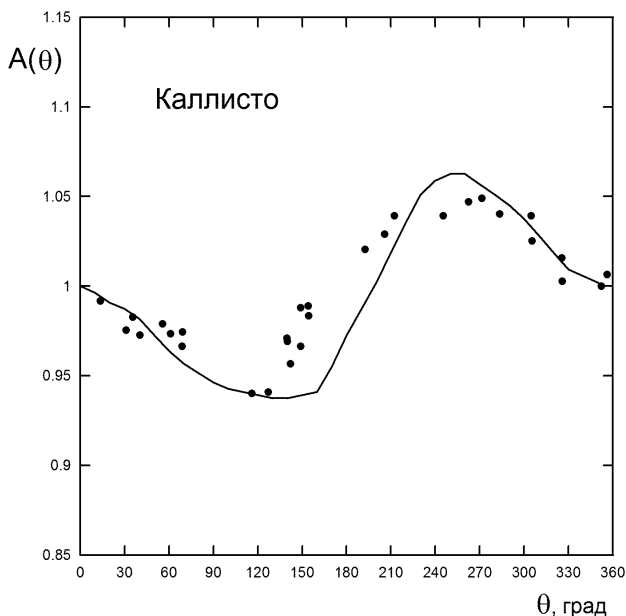


Рис. 7.12. Зависимость относительной величины светового потока, приходящего от спутника Юпитера Каллисто, от угла вращения  $\theta$ . Линия построена по данным работы (Morrison, Morrison, 1977), а точками показаны результаты работы (Prokof'eva-Mikhailovskaya et al., 2010).

спутников эти параметры не понадобились, поскольку во всех явлениях, которые наблюдались в эпоху 2009 года, участвовали только первые пять спутников. Фотометрические параметры спутников были получены в работах (Buratti, 1984; Buratti, Veverka, 1984; Buratti et al., 1998) для длины световой волны  $0.9 \mu\text{m}$ . Показано также, что светоотражательные свойства спутников слабо различаются в спектральных полосах  $V$ ,  $R$ ,  $I$ . Поскольку большинство наблюдений было сделано в полосах  $R$  и  $I$ , зависимость функции рассеяния от длины волны не учитывалась.

С применением разработанной фотометрической модели взаимных покрытий и затмений главных спутников Сатурна в работе (Arlot et al., 2012) на основе результатов всемирной кампании наблюдений 2009 года были получены астрометрические результаты. Обработаны 26 кривых блеска спутников.

Таблица 7.4. Параметры для фотометрической модели взаимных покрытий и затмений спутников Сатурна в 2009 году.

Спутник	$A$	$\bar{f}(0)$	$\beta$	$p_l$	$A_R$	$\theta_0$ , град.
S1 Мимас	0.70	1.10	0.021	0.720	0.100	270
S2 Энцелад	0.40	2.40	0.017	1.040	0.060	270
S3 Тетфия	0.70	1.45	0.016	0.830	0.070	90
S4 Диона	1.00	1.00	0.023	0.625	0.364	103
S5 Рея	0.95	1.10	0.024	0.705	0.210	100

### 7.7.2. Фотометрическая модель взаимных покрытий и затмений главных спутников Урана

В 2007 году происходили взаимные покрытия и затмения главных спутников Урана. Эти события происходят один раз в 42 года. В итоге всемирной кампании наблюдений была получена 41 кривая блеска спутников во время наблюдавшихся явлений. В публикации (Arlot et al., 2013) сообщается о разработке специальной фотометрической модели этих явлений для получения астрометрических результатов. Все наблюдения всемирной кампании были обработаны с использованием этой модели. Получены новые астрометрические результаты.

За основу был взят закон Ломмеля-Зеелигера для учета распределения яркости по диску. Множителем к функции рассеяния света была подобрана функция  $A(\alpha, \Lambda)$ , учитывающая зависимость интегральной яркости спутника от угла солнечной фазы  $\alpha$  и от длины волны света  $\Lambda$ . Вид функции был заимствован из работы (Karkoschka, 2001)

$$A(\alpha, \Lambda) = A_0[1 + \gamma(\Lambda - 0.55)] \times 10^{-0.4(\beta\alpha + 0.5\alpha/(\alpha_0 + \alpha))},$$

где  $\Lambda$  измеряется в  $\mu m$ , а  $A_0, \gamma, \beta, \alpha_0$  — фотометрические параметры спутника.

Значения параметров были заново найдены методом наименьших квадратов в работе (Arlot et al., 2013) на основе фотометрических данных, опубликованных в работе (Karkoschka, 2001). Эта фотометрия спутников была выполнена с помощью космического телескопа «Хаббл».

Таблица 7.5. Точность астрометрических данных, получаемых из наблюдений различных типов. Даны внутренние оценки погрешностей, вызванных случайными ошибками наблюдений. Точность в секундах дуги относится к наземным наблюдениям. С учетом топоцентрического расстояния планеты даны оценки точности положения спутников в километрах.

Тип наблюдений	Точность	
	в сек. дуги	в км
Галилеевы спутники Юпитера		
Затмения спутников Юпитером	0.150	450
Фотопластинки	0.100	300
Меридианный круг	0.060	180
ПЗС камеры	0.040	120
Взаимные явления	0.015	45
Главные спутники Сатурна		
Фотопластинки	0.100	600
Меридианный круг	0.030	200
ПЗС камеры	0.030	200
Взаимные явления	0.005	30
Главные спутники Урана		
ПЗС камеры	0.040	400
Взаимные явления	0.006	60

## 7.8. Соотношение точности астрометрических результатов наблюдений различных типов

Различные способы позиционных наблюдений спутников планет дают разную точность астрометрических данных. Наблюдения проводятся уже очень давно. В опубликованных работах приводятся различающиеся оценки точности. На основе многочисленных данных можно дать лишь некоторые экспертные заключения. В Табл. 7.5 приводятся приближенные оценки точности астрометрических данных. Оценки получены из анализа случайных ошибок наблюдений. Они показывают соотношение между точностью наблюдений различных типов.



## **7.9. Всемирные кампании наблюдений спутников во время их взаимных покрытий и затмений**

Во время каждой эпохи взаимных покрытий и затмений спутников Юпитера, Сатурна и Урана в течение 9–14 месяцев происходит около 400 явлений. Каждое явление длится 5–15 минут и наблюдается только на небольшой части Земли, обращенной к планете. Чтобы пронаблюдать возможно больше явлений, приходится организовывать всемирные кампании фотометрических наблюдений спутников. Координатором кампаний с 1985 года является Институт небесной механики и вычисления эфемерид (Institut de Mécanique céleste et de calcul des éphémérides - IMCCE), Франция. Все фотометрические результаты после очередной кампании собираются в единую базу данных. Через некоторое время после проведенных наблюдений производится астрометрическая обработка всех данных. Полученные относительные координаты спутников представляют собой базу данных астрометрических результатов кампании наблюдений. Через 2–3 года после проведения наблюдений публикуются статьи, содержащие описание полученных кривых блеска спутников и окончательные астрометрические результаты. Все наблюдатели, участвовавшие в наблюдениях, становятся соавторами этих публикаций. В некоторых случаях астрометрические результаты публиковались отдельно. Астрометрическая обработка результатов кампании наблюдений выполнялась, как правило, каким-то одним исследователем своим собственным методом. В табл. 7.6 даны характеристики проведенных всемирных кампаний наблюдений спутников Юпитера, Сатурна и Урана во время их взаимных покрытий и затмений.

В конце этой главы дано расписание будущих сезонов явлений, когда можно проводить новые кампании наблюдений.

## **7.10. Препятствия перед улучшением точности астрометрических результатов**

Есть серьезные нерешенные проблемы при обработке фотометрических наблюдений взаимных явлений спутников с целью получения наиболее точных астрометрических данных. Имеются два источника ошибок результирующих астрометрических координат спутников: случайные ошибки фотометрии и неточность фотометрической модели. Анализ показывает, что ошибки, вызванные

Таблица 7.6. Характеристики всемирных кампаний наблюдений спутников Юпитера, Сатурна и Урана во время их взаимных покрытий и затмений. В первой колонке указана планета с системой спутников и годы наблюдений. Обозначения:  $N_c$  — число полученных кривых блеска спутников,  $N_o$  — число обсерваторий-участников.

Система, эпоха наблюдений	$N_c$	$N_o$	Авторы методов и ссылки на публикации
Юпитер, 1973	46	18	Aksnes K. (Aksnes et al., 1984)
Юпитер, 1979	19	11	Aksnes K. (Aksnes et al., 1984)
Сатурн, 1979-1980	14	6	Aksnes K. (Aksnes et al., 1984)
Юпитер, 1985	166	28	Arlot J.-E. (Arlot et al., 1992)
Юпитер, 1991	374	56	Arlot J.-E. (Arlot et al., 1997)
Сатурн, 1995	66	16	Noyelles B. (Noyelles, Vienne, Descamps, 2003)
Юпитер, 1997	292	42	Vasundhara R. (Vasundhara et al. 2003, Arlot et al., 2006) Емельянов Н. В., Вашковьяк С. Н. (Емельянов, Вашковьяк, 2009)
Юпитер, 2002-2003	377	42	Емельянов Н. В. (Emelyanov, 2009; Arlot et al., 2009)
Уран, 2007	41	19	Емельянов Н. В. (Arlot et al., 2013)
Юпитер, 2009	457	74	Емельянов Н. В., Варфоломеев М. И. (Arlot et al., 2014)
Юпитер, 2015	609	75	Емельянов Н. В. (Saquet et al., 2018)

неточностью модели, в 3–4 раза больше, чем ошибки из-за случайных погрешностей фотометрии. Чтобы проще было понять причины, возьмем упрощенную фотометрическую модель взаимного покрытия спутников, рассмотренную выше. В этой модели фигурируют однородные диски спутников.

При взаимном покрытии всегда измеряется световой поток от

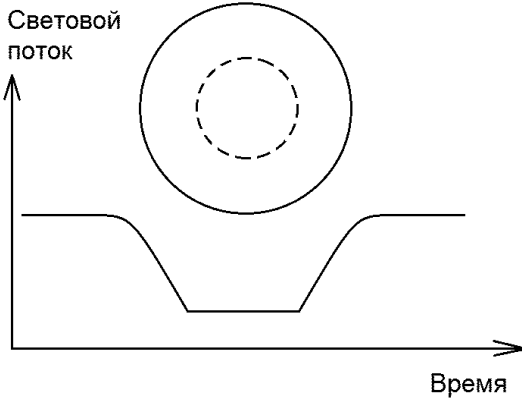


Рис. 7.13. Полное покрытие одного спутника другим в течение промежутка времени  $(t_1, t_2)$  и соответствующий участок на кривой суммарного нормированного потока от пары спутников.

обоих спутников вместе. При этих условиях нормированный поток  $S$  выражается формулой

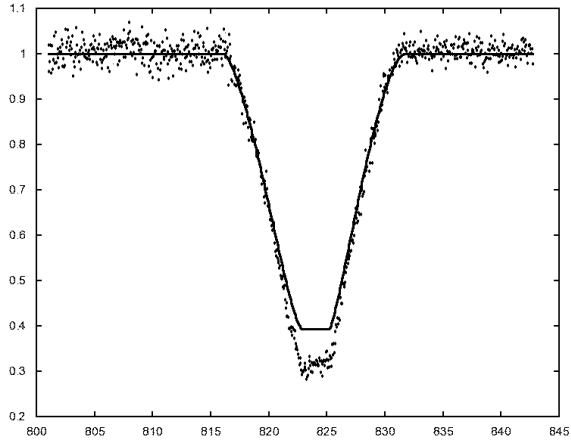
$$S(d) = \frac{1 + \frac{p_2 r_2^2 k_2(d)}{p_1 r_1^2}}{1 + \frac{p_2 r_2^2}{p_1 r_1^2}},$$

где  $r_1, r_2$  — радиусы дисков,  $p_1$  и  $p_2$  — альbedo спутников. Через  $k_2$  обозначена доля видимого диска покрываемого спутника, зависящая от взаимного расстояния спутников  $d$ .

Вне явления, когда нет покрытия, виден весь покрываемый спутник, и мы имеем  $k_2 = 1, S = 1$ . Случаются полные покрытия. На рис. 7.13 изображена конфигурация спутников в этом случае. Ясно, что в интервале времени  $(t_1, t_2)$  покрываемого спутника совсем не видно, и  $k_2 = 0$ . В этот период мы имеем

$$S = \frac{1}{1 + \frac{p_2 r_2^2}{p_1 r_1^2}},$$

то есть световой поток не зависит от взаимного расстояния спутников  $d$ .



E201411020000\_4o1\_0\_UMA

Рис. 7.14. Пример кривой измеренного нормированного светового потока от спутника Ио во время его полного покрытия другим спутником и соответствующей модельной кривой после уточнения параметров модели. Дата явления 02 ноября 2014 года. По оси абсцисс отложено время в минутах.

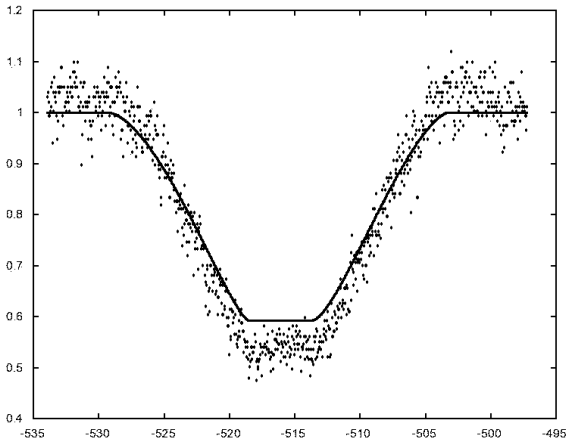
Проблема появляется из-за того, что во многих случаях наблюдаемое значение потока во время полного покрытия не равно вычисленному значению, т.е.

$$E_{\text{наблюдаемое}} \neq K \frac{1}{1 + \frac{p_2 r_2^2}{p_1 r_1^2}},$$

где  $K$  равно потоку вне явления. На рис. 7.14, 7.15, 7.16 показаны примеры таких ситуаций. Здесь даны значения  $E_{\text{наблюдаемое}}/K$ , полученные из измеренных значений потока (точки), и модельные изменения  $S$ . На рисунках видно, что во время полного покрытия в измеренных значениях присутствует дополнительный поток, причем отрицательный.

Поправить модель можно двумя способами. Первый способ – положить

$$E_{\text{наблюдаемое}} = K \frac{1}{1 + \frac{p_2 r_2^2}{p_1 r_1^2}} + P,$$



E201412291506\_3o1\_0\_TAN

Рис. 7.15. Пример кривой измеренного нормированного светового потока от спутника Ио во время его полного покрытия другим спутником и соответствующей модельной кривой после уточнения параметров модели. Дата явления 28 декабря 2014 года. По оси абсцисс отложено время в минутах от начала суток 29 декабря. Налицо отрицательный уровень фона в измеренном потоке.

где  $P$  — паразитный световой поток от неучтенного фона. Второй способ — положить

$$E_{\text{наблюдаемое}} = K \frac{1}{1 + m \frac{p_2 r_2^2}{p_1 r_1^2}},$$

где  $m$  — некоторый дополнительный множитель, появляющийся из-за того, что мы неточно знаем отношение альbedo спутников, и исправляющий эту неточность. Возникает неопределенность, какой способ из двух выбрать. Эквивалентность способов приводит к равенству

$$K \frac{1}{1 + \frac{p_2 r_2^2}{p_1 r_1^2}} + P = K \frac{1}{1 + m \frac{p_2 r_2^2}{p_1 r_1^2}}.$$

Тот факт, что в большинстве таких случаев паразитный поток в наблюдениях получается отрицательным, позволяет предположить

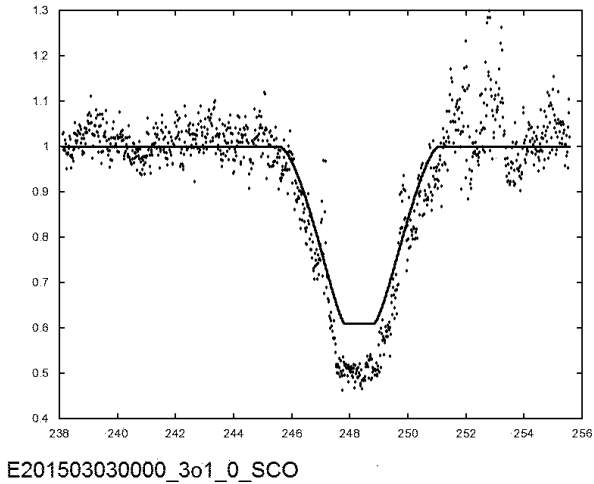


Рис. 7.16. Пример кривой измеренного нормированного светового потока от спутника Ио во время его полного покрытия другим спутником и соответствующей модельной кривой после уточнения параметров модели. Дата явления 03 марта 2015 года. По оси абсцисс отложено время в минутах от начала суток. Налицо отрицательный уровень фона в измеренном потоке.

его реальное присутствие, нежели влияние неточности знания альbedo спутников.

При обработке частичных взаимных покрытий спутников мы не подозреваем о присутствии паразитного фона в измерениях и не знаем о неточности принятых значений альbedo спутников. Поэтому для совпадения модели с наблюдениями приходится прибавлять фальшивую поправку  $\Delta$  во взаимное видимое расстояние между спутниками, что и приводит к систематическим ошибкам в астрометрических результатах. Этот факт иллюстрируется следующим соотношением:

$$E_{\text{наблюдаемое}} = K \frac{1 + \frac{p_2 r_2^2 k_2 (d + \Delta)}{p_1 r_1^2}}{1 + \frac{p_2 r_2^2}{p_1 r_1^2}}.$$

Здесь в нашем рассмотрении для лучшего понимания ситуации мы упростили фотометрическую модель явления. Однако проблема также воспроизводится и при наших обработках наблюдений с

применением совершенной модели, описанной в работах (Емельянов, 2003; Emelyanov, Gilbert, 2006). Такая же проблема возникает и при обработке наблюдений взаимных затмений спутников.

Мы вынуждены искать источники рассмотренных выше погрешностей. Паразитный свет может попасть на фотоприемник от паразитного фона неба. Это может быть свет, рассеянный в телескопе и камере. Паразитный фон может создать сам фотоприемник. Вычисление светового потока от спутников по их изображениям на ПЗС кадрах выполняется одним из специальных методов фотометрической обработки. Погрешность такого метода может дать некоторый уровень фона. Только этот источник может породить отрицательный уровень фона. Поэтому он наиболее вероятен. Именно в методе фотометрической обработки следует искать источник паразитного фона. Ссылки на описания существующих методов фотометрической обработки изображений заняли бы слишком много места в данной книге. Мы ограничимся только перечислением названий методов, встречающихся в объяснениях, сопровождающих данные, поступающие в IMCCE: Source Extractor, DAOPHOT(IDL), Audela, Tangra, LiMovie. В разных обсерваториях применяются свои собственные специальные методы. Очевидна необходимость ревизии применяемых методов с выяснением источников систематических ошибок.

Как видно из приведенного выше упрощенного рассмотрения фотометрической модели, нормированный световой поток от спутников зависит от отношения интегральных по поверхности альбедо. Эта зависимость остается и в более точных фотометрических моделях. В наших обработках наблюдений Галилеевых спутников Юпитера (Emelyanov, 2009; Arlot et al., 2012) мы усредняем по видимому диску фотометрические свойства спутника, но учитываем вариации интегрального значения альбедо, зависящие от угла вращения спутника. Проще говоря, поток света от спутника зависит от того, каким боком он к нам обращен. Данные о вариациях интегрального альбедо мы берем из публикаций (Morrison, Morrison, 1977; Prokof'eva-Mikhailovskaya et al., 2010; Abramenko et al., 2011). Эти данные имеют недостаточно высокую точность. Они могут быть источником погрешности в фотометрической модели взаимных покрытий и затмений Галилеевых спутников Юпитера. Очевидна необходимость проведения интенсивных фотометрических наблюдений Галилеевых спутников Юпитера для разных значений углов враще-

ния спутников от 0 до 360 градусов в разных спектральных положениях. Специальная обработка таких наблюдений даст уточненные зависимости световых потоков от угла вращения спутника.

## 7.11. Периоды явлений в будущем

Автором этой книги проведены вычисления эфемерид взаимных покрытий и затмений спутников планет на период времени до 2027 года включительно. Поскольку для спутников Юпитера явления повторяются каждые 6 лет, то в дальнейшем их следует ожидать только к 2021 году.

Расписание взаимных покрытий и затмений Галилеевых спутников Юпитера и главных спутников Сатурна таково:

- взаимные покрытия и затмения Галилеевых спутников Юпитера в 2021 году,
- затмения внутренних (близких) спутников Юпитера Галилеевыми спутниками в 2021 году,
- взаимные покрытия и затмения Галилеевых спутников Юпитера в 2026–2027 годах,
- затмения внутренних (близких) спутников Юпитера Галилеевыми спутниками в 2026–2027 годах,
- взаимные покрытия и затмения главных спутников Сатурна в 2024–2026 годах.

Эфемериды всех этих явлений с подробными описаниями обстоятельств, моментами начала и конца каждого события и другими характеристиками можно найти в Интернете на сайтах ГАИШ МГУ и французского Института небесной механики и вычисления эфемерид (IMCCE) по адресам

<http://www.sai.msu.ru/neb/nss/html/multisat/nssephmr.htm>

<http://nsdb.imcce.fr/multisat/nssephmr.htm>.

Эфемериды были вычислены с помощью средства «Поиск взаимных покрытий и затмений спутников и затмений планетой», доступного на этих же сайтах. Этим средством можно воспользоваться для вычисления эфемерид явлений после 2027 года.

Вероятно, в будущие периоды взаимных покрытий и затмений спутников планет будут проводиться всемирные кампании наблюдений. Предшествующий опыт показал высокую эффективность таких кампаний для добычи новых высокоточных позиционных данных.



Обзор достижений в этом деле в прошлом и планы на будущее даны в статье (Arlot, Emelyanov, 2019).

## Литература к Главе 7

- Емельянов Н. В.* Особенности взаимных покрытий и затмений в системе спутников Сатурна. *Астрономический журнал*. 1995. Т. 72. № 4. С. 604–608.
- Емельянов Н. В.* Метод обработки фотометрических наблюдений взаимных покрытий и затмений спутников планет. *Астрономический вестник*. 2003. Т. 37. № 4. С. 344–355. (Emelianov N.V. A Method for Reducing Photometric Observations of Mutual Occultations and Eclipses of Planetary Satellites. *Sol. Syst. Res.* 2003. V. 37. № 4. P. 314–325.)
- Емельянов Н. В., Вашковьяк С. Н.* Астрометрические результаты наблюдений взаимных покрытий и затмений галилеевых спутников Юпитера в 1997 году. *Астрономический вестник*. 2009. Т. 43. № 3. С. 251–264. (Emel'yanov N. V., Vashkov'yak S. N. Mutual Occultations and Eclipses of the Galilean Satellites of Jupiter in 1997: Astrometric Results of Observations. *Sol. Sys. Res.* 2009. V. 43. № 3. P. 240–252.)
- Abramenko A.N., Baida G.V., Zakrevskii A.V., Karachkina L.G., Prokof'eva-Mikhailovskaya V.V., Sergeeva E.A.* Photometry of Io and Europa at the Crimean Astrophysical Observatory and Reasons for Differences between Ground-Based and Space Observations. *Bulletin of the Crimean Astrophysical Observatory*. 2011. V. 107. P. 113–121.
- Aksnes K., Franklin F.* Mutual phenomena of the Galilean satellites in 1973. III – Final results from 91 light curves. *Astronomical Journal*. 1976. V. 81. P. 464–481.
- Aksnes K., Franklin F., Millis R., Birch P., Blanco C., Catalano S., Piironen J.* Mutual phenomena of the Galilean and Saturnian satellites in 1973 and 1979/1980. *Astronomical Journal*. 1984. V. 89. P. 280–288.
- Archinal B. A., Acton C. H., A'hearn M. F., Conrad A., Consolmagno G. J., Duxbury T., Hestroffer D., Hilton J. L., Kirk R. L., Klioner S. A., McCarthy D., Meech K., Oberst J., Ping J., Seidelmann P. K.,*

- Tholen D. J., Thomas P. C., Williams I. P.* Report of the IAU Working Group on cartographic Coordinates and Rotational Elements: 2015. *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*. 2018. 130:22.
- Arlot J.E., Thuillot W., Barroso J. Jr., Bergeal L., Blanco C., Boninsegna R., Bouchet P., Briot D., Bulder H., Bourgeois J.* A catalogue of the observations of the mutual phenomena of the Galilean satellites of Jupiter made in 1985 during the PHEMU85 campaign. *Astronomy and Astrophysics Supplement Series*. 1992. V. 92. P. 151–205.
- Arlot J.E., Ruatti C., Thuillot W., Arsenijevic J., Baptista R., Barroso J. Jr., Bauer C., Berthier J., Blanco C., Bouchet P. and 61 coauthors.* A catalogue of the observations of the mutual phenomena of the Galilean satellites made in 1991 during the PHEMU91 campaign. *Astronomy and Astrophysics Supplement Series*. 1997. V. 125. P. 399–405.
- Arlot J.-E., Thuillot W., Ruatti C. and 61 co-autors.* The PHEMU97 catalogue of observations of the mutual phenomena of the Galilean satellites of Jupiter. *Astronomy and Astrophysics*. 2006. V. 451. P. 733–737.
- Arlot J.-E., Thuillot W., Ruatti C., Ahmad A., Amosse A., Anbazhagan P., Andreyev M., Antov A., Appakutty M., Asher D. and 109 coauthors.* The PHEMU03 catalogue of observations of the mutual phenomena of the Galilean satellites of Jupiter. *Astronomy and Astrophysics*. 2009. V. 493. P. 1171–1182.
- Arlot J.-E., Emelyanov N.V., Lainey V., Andreev M., Assafin M., Braga-Ribas F., Camargo J.I.B., Casas R., Christou A., Colas F., Da Silva Neto D. N., Dechambre O., Dias-Oliveira A., Dourneau G., Farmakopoulos A., Gault D., George T., Gorshanov D.L., Herald D., Kozlov V., Kurenya A., Le Campion J.F., Lecacheux J., Loader B., Massalle A., Mc Brien M., Murphy A., Parakhin N., Roman-Lopes A., Schnabel C., Sergeev A., Tsamis V., Valdes Sada P., Vieira-Martins R., Zhang X.* Astrometric results of observations of mutual occultations and eclipses of the Saturnian satellites in 2009. *Astronomy and Astrophysics*. 2012. V. 544. Id. A29. 7 pp.
- Arlot J.-E., Emelyanov N.V., Aslan Z., Assafin M., Bel J., Bhatt B. C.,*

- Braga-Ribas F., Camargo J.I.B., Casas R., Colas F., Coliac J. F., Dumas C., Ellington C.K., Forne E., Frappa E., Khamitov I., Miller C., Modic R.J., Sahu Dk., Sicardy B., Tanga P., Valdes Sada P., Vasundhara R., Vieira-Martins R.* Astrometric results of observations of mutual occultations and eclipses of the Uranian satellites in 2007. *Astronomy and Astrophysics*. 2013. V. 557. Id. A4. 6 pp.
- Arlot J.-E., Emelyanov N., Varfolomeev M.I., Amosse A., Arena C., Assafin M., Barbieri L., Bolzoni S., Bragas-Ribas F., Camargo J. I. B., Casarramona F., Casas R., Christou A., Colas F., Collard A., Combe S., Constantinescu M. and 77 coauthors.* The PHEMU09 catalogue and astrometric results of the observations of the mutual occultations and eclipses of the Galilean satellites of Jupiter made in 2009. *Astronomy and Astrophysics*. 2014. V. 572. Id. A120. 9 pp.
- Arlot J.-E., Emelyanov N.* Natural satellites mutual phenomena observations: achievements and future. *Planetary and Space Science*. 2019. V. 169. P. 70–77.
- Assafin M., Vieira-Martins R., Braga-Ribas F., Camargo J. I. B., Neto D. N. da Silva, Andrei A. H.* Observations and analysis of mutual events between the Uranus main satellites. *Astronomical Journal*. 2009. V. 137. P. 4046–4053.
- Buratti B.* Voyager Disk Resolved Photometry of the Saturnian Satellites. *Icarus*. 1984. V. 59. P. 392–405.
- Buratti B., Veverka J.* Voyager Photometry of Rhea, Dione, Tethys, Enceladus and Mimas. *Icarus*. 1984. V. 58. P. 254–264.
- Buratti B. J., Mosher J. A., Nicholson P. D., McGhee C. A., French R. G.* Near-Infrared Photometry of the Saturnian Satellites during Ring Plane Crossing. *Icarus*. 1998. V. 136. P. 223–231.
- Domingue D., Verbiscer A.* Re-Analysis of the Solar Phase Curves of the Icy Galilean Satellites. *Icarus*. 1997. V. 128. P. 49–74.
- Emelyanov N.V., Gilbert R.* Astrometric results of observations of mutual occultations and eclipses of the Galilean satellites of Jupiter in 2003. *Astronomy and Astrophysics*. 2006. V. 453. P. 1141–1149.
- Emelyanov N. V.* Astrometric results of observations of mutual occulta-

- tions and eclipses of the Galilean satellites of Jupiter in 2002–2003. *Planetary and Space Science*. 2008. V. 56. P. 1785–1790.
- Emelyanov N.V.* Mutual occultations and eclipses of the Galilean satellites of Jupiter in 2002-2003: final astrometric results. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*. 2009. V. 394. P. 1037–1044.
- Hapke B.* Bidirectional reflectance spectroscopy: 1. Theory. *Journal of Geophysical Research*. 1981. V. 86. P. 3039–3054.
- Hapke B.* Bidirectional reflectance spectroscopy: 3. Correction for Macroscopic Roughness. *Icarus*. 1984. V. 59. P. 41–59.
- Karkoschka E.* Comprehensive Photometry of the Rings and 16 Satellites of Uranus with the Hubble Space Telescope. *Icarus*. 2001. V. 151. P. 51–68.
- Kulyk I.* Saturnian icy satellites: Disk-integrated observations of the brightness opposition surge at low phase angles. *Planetary and Space Science*. 2008. V. 56. P. 386–397.
- Makarova, E. A., Kharitonov, A. V., Kazachevskaya, T. V., et al.* Observable Characteristics of Solar Radiation (revised Tables). *Baltic Astronomy*. 1998. V. 7. P. 467–494.
- McEwen A.S., Johnson T.V., Matson D.L.* The Global Distribution, Abundance and Stability of SO<sub>2</sub> on Io. *Icarus*. 1988. V. 75. P. 450–478.
- Morrison D., Morrison N.D.* Photometry of the Galilean satellites. In: *Planetary satellites*. Tucson, University of Arizona Press. 1977. P. 363–378.
- Noyelles, B., Vienne, A., Descamps, P.* Astrometric reduction of light-curves observed during the PHESAT95 campaign of Saturnian satellites. *Astronomy and Astrophysics*. 2003. V. 401. 1159–1175.
- Prokof'eva-Mikhailovskaya V.V., Abramenko A. N., Baida G. V., Zakrevskii A.V., Karachkina L. G., Sergeeva E.A., Zhuzhulina E.A.* On the Cause of the Discrepancy between Groundbased and Spaceborne Lightcurves of Ganymede and Callisto in the V Band. *Bulletin of the Crimean Astrophysical Observatory*. 2010. V. 106. P. 68–81.

*Saquet E., Emelyanov N., Robert V., Arlot J.-E., Anbazhagan P., Baillie K., Bardecker J., Bereznoy A. A., and 111 coauthors.* The PHEMU15 catalogue and astrometric results of the Jupiter's Galilean satellite mutual occultation and eclipse observations made in 2014-2015. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*. 2018. V. 474. Issue 4. P. 4730–4739.

*Vasundhara R.* Mutual phenomena of the Galilean satellites: an analysis of the 1991 observations from VBO. *Astronomy and Astrophysics*. 1994. V. 281. 565–575.

*Vasundhara R., Arlot J. E., Lainey V., Thuillot W.* Astrometry from mutual events of Jovian satellites in 1997. *Astronomy and Astrophysics*. 2003. V. 410. P. 337–341.