

Н.В.Емельянов

**ДИНАМИКА ЕСТЕСТВЕННЫХ СПУТНИКОВ ПЛАНЕТ
НА ОСНОВЕ НАБЛЮДЕНИЙ**

ГАИШ МГУ - 2019

ВРАЩЕНИЕ СПУТНИКОВ ПЛАНЕТ

Резюме

Первые два раздела этой главы содержат основные определения понятий, связанных с вращением спутников планет. Эти сведения необходимы при изучении динамики спутников планет из наблюдений. В третьем разделе дается модель движения полюса Нептуна на основе двух работ, включая работу автора книги.

Четвертый и следующие разделы повествуют о работах по исследованию вращательной динамики отдельно по каждой группе спутников.

Поскольку автор данной книги непосредственно практически не занимался изучением вращения естественных спутников планет, настоящая глава содержит лишь обзоры основных результатов, сделанные по публикациям последних двадцати лет.

9.1. Общие свойства вращения спутников планет

Двигаясь по орбитам вокруг своих планет, спутники вращаются и относительно своих центров масс. Динамика вращения весьма сложна. Вращательное и орбитальное движения взаимно связаны. На вращение действуют в основном консервативные гравитационные силы, но также и силы диссипативной природы.

По вращению спутники можно разделить на три группы.

Первая группа спутников имеет вращение, синхронное с орбитальным движением. Это означает, что спутник всегда обращен к планете одной и той же своей стороной. Так вращаются почти все главные спутники планет. Исключение составляет спутник Сатурна Гиперион, вращение которого необычно. Спутники, имеющие син-

хронное вращение, как правило, имеют вытянутую форму, и ось вытянутости всегда направлена в сторону планеты. Вращаясь синхронно, спутники не всегда точно ориентированы в направлении планеты. Они совершают небольшие колебания своих тел относительно этого направления — так называемые либрации. Это происходит из-за притяжения планеты и взаимного притяжения спутников. Точные теории либрации этих спутников весьма сложны.

Вторая группа — это спутники с необычным вращением, которое принято называть хаотичным. К таким спутникам относится Гиперион — один из главных спутников Сатурна. В теоретической работе (Wisdom, Peale, Mignard, 1984) был представлен анализ, в результате которого обнаруживается большая зона возможных состояний хаотического вращения вокруг резонансного спин-орбитального состояния Гипериона. Еще ранее в работе (Goguen et al., 1983) из анализа кривых блеска этого спутника, полученных из фотометрических наблюдений 1983 года, было установлено его хаотичное вращение. Хаотичное вращение спутников планет и вращение Гипериона рассмотрены ниже в отдельном разделе.

К третьей группе относятся спутники, о вращении которых нам ничего не известно. Это в основном далекие спутники больших планет, весьма малые объекты.

Знание параметров вращения естественных спутников планет весьма востребовано при решении многих практических задач динамики Солнечной системы. Поэтому важно иметь некоторый стандартный источник данных, отражающий современные знания, постоянно обновляемые по мере появления новых результатов наблюдений. Этим делом занята Рабочая группа по картографическим координатам и параметрам вращения планет и спутников Международного астрономического союза (IAU Working Group on Cartographic Coordinates and Rotational Elements — IAU WG CCRE). До последнего времени эта рабочая группа регулярно один раз в три года публиковала свой отчет, в котором давалась сводка последних сведений о вращении планет и спутников. Последний рассматриваемый нами отчет — это публикация (Archinal et al., 2018). Впрочем, после публикации такого отчета снова выполняются исследования, уточняющие предыдущие модели.

Параметры вращения естественных спутников и планет, взятые из последнего отчета Рабочей группы IAU WG CCRE, приводятся в Приложении 6. Новые данные, появившиеся после публикации

отчета, также приводятся и снабжаются специальными комментариями.

При описании вращения планеты или спутника могут возникнуть различия в принятых определениях таких понятий, как северный полюс и начальный меридиан. Поэтому в следующем разделе мы даем определение основных понятий, принятых Международным астрономическим союзом (МАС).

Вращения спутников наблюдаются с помощью космических аппаратов (КА). Фотометрические проявления вращения обнаруживаются и при наземных наблюдениях. Вращение существенно зависит от внутреннего строения спутников. По наблюдениям вращения можно строить гипотезы о внутреннем строении, можно моделировать распределение масс внутри спутников. Обычно моделируют гравитационное поле спутника путем разложения силовой функции притяжения в ряд по сферическим функциям. На основе этих данных составляют дифференциальные уравнения вращения спутника вокруг его центра масс. В правых частях уравнений учитываются факторы, влияющие на вращение. Это в основном притяжение центральной планеты и других спутников. Используются наиболее точные модели орбитального движения спутников.

С помощью КА получают изображения спутников. По изображениям определяют формы их тел. Эти данные согласовываются с моделями вращения.

Для решения дифференциальных уравнений вращательного движения необходимы начальные условия. Их определяют из наблюдений. Положения тел спутников определяются по изображениям, получаемым с помощью КА. Для изучения вращения спутников используют также наземные фотометрические измерения интегральной яркости спутника. При этом используют ту или иную модель распределения отражательной способности по поверхности спутника. В итоге получается модель вращения спутника, позволяющая определить на любой заданный момент времени углы либрации. При моделировании вращения используют модели абсолютно твердого тела, деформируемого упругого или вязко-упругого тела.

Все эти модели составляют предмет многочисленных работ, публикуемых в научных журналах. Ниже дается краткий обзор работ и результатов по исследованию вращения естественных спутников больших планет на основе наблюдений. Разделы изложения соот-

ветствуют отдельным спутникам, имеющим определенные особенности вращения.

9.2. Основные понятия о вращении планет и спутников

Чтобы избежать возможной путаницы, Рабочая группа IAU WG CCRE выработала рекомендации в определении основных понятий о вращении планет и спутников.

Системы координат на планетах и естественных спутниках определяются относительно средней оси вращения. Понятие долготы зависит от типа небесного тела. Для большинства тел, имеющих наблюдаемые детали на поверхности, долгота определяется относительно какой-либо детали. Применяются и другие определения долготы, которые мы рассмотрим ниже. Приближенные выражения для углов вращения даются относительно Международной небесной системы координат (International Celestial Reference Frame — ICRF). Время отсчитывается в шкале TDB. Эпохой отсчета времени является эпоха J2000, т.е. $JD = 2451545.0$ (12 часов 1 января 2000 г.) TDB. Время измеряется в сутках (86400 секунд системы SI) или в столетиях по 36525 суток по шкале TDB.

Северным полюсом оси вращения считается тот из двух полюсов, который расположен в северной полусфере относительно неизменной плоскости вращения Солнечной системы. Таким образом, угол между северным направлением оси вращения и неизменным вектором момента вращения Солнечной системы всегда не превышает 90 градусов.

Координаты северного полюса вращения задаются прямым восхождением α_0 и склонением δ_0 в системе ICRF.

При таком определении северного полюса мы имеем две точки пересечения экватора тела и основной плоскости ICRF. Назовем восходящим узлом Q ту из этих точек, которая имеет прямое восхождение $\alpha_0 + 90^\circ$. Наклон плоскости экватора тела к экватору системы ICRF равен $90^\circ - \delta_0$.

Принимается, что нулевой меридиан тела вращается монотонно и почти равномерно во времени. Определим положение нулевого меридиана в заданный момент времени углом W , отсчитываемым на экваторе тела к востоку от восходящего узла Q до точки B пере-

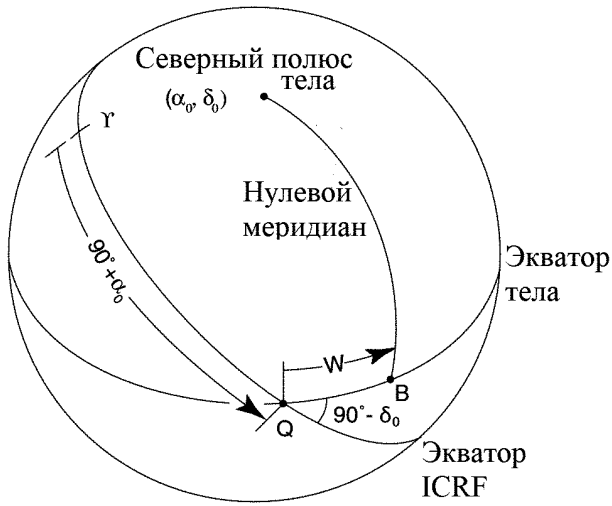


Рис. 9.1. Система координат, используемая для определения ориентации планеты или спутника.

сечения нулевого меридиана с экватором тела. Рассмотренные здесь понятия поясняются на рис. 9.1.

Если W увеличивается со временем, то говорят, что планета или спутник имеют прямое (prograde) вращение. Если W уменьшается, то вращение считается обратным (retrograde). Угол W определяет эфемеридное положение нулевого меридиана. Для планет или спутников, не имеющих выраженных деталей на поверхности, именно выражение для W , как функции времени, может задавать нулевой меридиан.

В некоторых работах оси координат, жестко связанные с телом, относятся не к оси вращения, а к главным центральным осям инерции. Такие случаи особо отмечают в публикациях.

Для некоторых спутников планет положение нулевого меридиана связывается со средним направлением на центр планеты.

В публикации (Archinal et al., 2018) подробно описывается, с чем может быть связан нулевой меридиан, и в каких случаях может измениться его задание.

При данном выше определении северного полюса планеты, оказывается, что Уран имеет обратное вращение вместе со своими глав-

ными спутниками. В некоторых работах в качестве основного направления оси используется направление вектора угловой скорости вращения планеты. Однако, если это не оговаривается особо, то считается, что принимаются определения, рекомендованные Рабочей группой IAU WG CCRE.

Заметим, что принятое выше определение для северного полюса тела оказывается непригодным для некоторых малых планет и комет. Дело в том, что из-за быстрой прецессии оси вращения полюс может измениться на противоположный.

По указанной причине для малых планет, карликовых планет и комет определяют так называемый «положительный полюс», связанный с вектором угловой скорости вращения по известному правилу «правой руки» Такой полюс может оказаться никак не связанным с понятием северного или южного положения.

В связи с этим, положение полюса Плутона, как отнесенного к карликовым планетам, было изменено на обратный уже в отчете Рабочей группы IAU WG CCRE 2011-го года. по сравнению с направлением полюса Плутона, принятого в предыдущих отчетах Рабочей группы IAU WG CCRE. И теперь в отчете (Archinal., 2018) положение полюса Плутона и его спутника Харона принимается согласно правилу, принятому для карликовых планет.

Напомним здесь еще раз, что параметры вращения естественных спутников и планет, взятые из последнего отчета Рабочей группы IAU WG CCRE (Archinal, 2018), приводятся в Приложении 6. Новые данные, появившиеся после публикации отчета, также приводятся и снабжаются специальными комментариями.

Особо отметим новую модель вращения спутников Марса, опубликованную в 2017 году (Jacobson, 2017). Параметры вращения из этой работы даны отдельно в Приложении 6.

9.3. Вращение Нептуна и орбита Тритона

Система спутников Нептуна имеет особые свойства. Нептун имеет один весьма массивный спутник Тритон, а также несколько совсем небольших далеких и близких спутников. Один из них — далекий спутник Нереида. Он обращается по очень вытянутой орбите с эксцентриситетом около 0.745. Влияние малых спутников на движение массивного Тритона довольно слабое. В последних опубликованных

ликованных моделях вращательного движения этим влиянием еще пренебрегают.

Рассмотрим механическую систему, состоящую из вращающегося вокруг своей оси Нептуна и обращающегося по орбите вокруг него спутника Тритона. Влиянием притяжения Солнца и других спутников можно пренебречь, а Тритон можно рассматривать как точечную массу. Центр масс системы будет неподвижен, а неизменный момент количества движения системы относительно центра масс будет равен сумме момента количества движения вращающейся планеты и момента количества движения Тритона вокруг центра масс системы.

Из-за динамического сжатия Нептуна орбита Тритона будет прецессировать. Пренебрегая короткопериодическими возмущениями от этого сжатия, можно заключить, что прецессия орбиты будет происходить с постоянной угловой скоростью и постоянным наклоном к неизменной плоскости, перпендикулярной к вектору момента количества движения системы.

Конфигурацию вращения Нептуна и орбитального движения Тритона поясняет рис. 9.2. Начало координат помещено в центр масс системы, ось z направлена вдоль вектора суммарного момента количества движения. Показаны линии пересечения плоскостей с некоторой сферой произвольного радиуса. Вектор момента вращения Нептуна обозначен через \mathbf{N} , а вектор момента орбитального движения Тритона — через \mathbf{T} . Оба вектора и ось z лежат в одной плоскости. Угол ϵ между вектором \mathbf{N} и осью z составит 0.461627 градуса, а наклон орбиты Тритона к неизменной плоскости $I = 156.870$ градуса (Jacobson, 2009). На рисунке для наглядности угол ϵ намеренно увеличен. Через Ω на рис. 9.2 обозначено направление на восходящий узел орбиты Тритона. Стрелками указаны направления прецессии векторов и плоскости орбиты.

Рассмотренная здесь конфигурация системы Нептуна аналогична конфигурации вращения Луны и ее орбитального движения. Для Луны такие свойства открыл французский ученый Жан-Доминик Кассини (1625-1712). Теперь они называются законами Кассини.

В работе (Jacobson, 1990) дается подробное количественное описание рассмотренной динамической системы и приводятся соотношения между величинами, характеризующими движение. На основе такой модели в работе (Jacobson, 2009) выводятся приближенные формулы для экваториальных координат полюса Нептуна — пря-

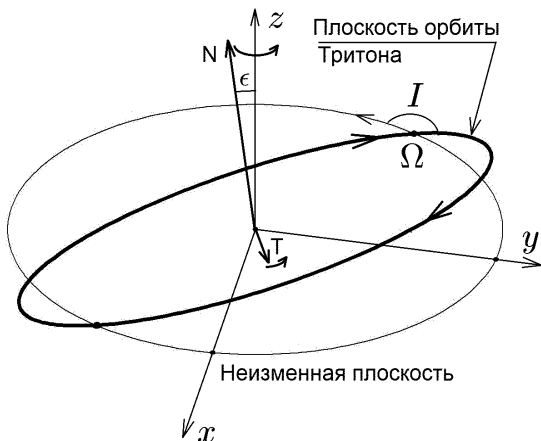


Рис. 9.2. Конфигурация вращения Нептуна и орбитального движения Тритона. Через \mathbf{N} обозначен вектор момента вращения Нептуна. Вектор \mathbf{T} — вектор момента орбитального движения Тритона. Ось z направлена по суммарному вектору $\mathbf{N} + \mathbf{T}$.

мого восхождения α_0 и склонения δ_0 , как функций времени. Постоянными параметрами в этих формулах являются: угол ϵ , прямое восхождение α_r и склонение δ_r суммарного вектора момента количества движения системы. Время входит в формулы через долготу восходящего узла орбиты Тритона Ω относительно неизменной плоскости. Линейное по времени изменение $\Omega = \Omega_0 + \dot{\Omega}(t - t_0)$ задается параметрами $\dot{\Omega}$, Ω_0 . В работе (Jacobson, 2009) все эти параметры определяются непосредственно из наблюдений. Использовались все наблюдения, выполненные вплоть до 2008 года. В уравнениях движения, которые решались методом численного интегрирования, учитывались также возмущения от других небесных тел.

Формулы для экваториальных координат полюса Нептуна имеют вид (Jacobson, 2009)

$$\begin{aligned} \alpha_0 &= \alpha_r + \epsilon \sec \delta_r \sin \Omega_T - \frac{1}{2} \epsilon^2 \sec \delta_r \operatorname{tg} \delta_r \sin 2\Omega_T, \\ \delta_0 &= \delta_r - \epsilon \cos \Omega_T - \frac{1}{4} \epsilon^2 \operatorname{tg} \delta_r (1 - \cos 2\Omega_T), \end{aligned} \quad (9.1)$$

где Ω_T есть долгота восходящего узла экватора Нептуна относительно неизменной плоскости. Из условия, что ось вращения пла-

неты и вектор момента орбитального движения Тритона расположены по разные стороны относительно оси z , следует соотношение между Ω_T и Ω :

$$\Omega_T = \Omega + 180^\circ.$$

В формулах (9.1) отброшены члены разложения, содержащие степени ϵ большие, чем 2.

Подставим теперь в формулы (9.1) значения параметров, полученные в работе (Jacobson, 2009) из наблюдений: $\alpha_r = 299.460861$, $\delta_r = 43.404811$, $\epsilon = 0.461627$. Здесь принята система координат ICRF, а значения углов даны в градусах. Получим для координат полюса Нептуна следующие соотношения:

$$\begin{aligned}\alpha_0 &= 299.460861 + 0.635397 \sin \Omega_T - 0.002421 \sin 2\Omega_T, \\ \delta_0 &= 43.403932 - 0.461627 \cos \Omega_T + 0.000879 \cos 2\Omega_T.\end{aligned}\quad (9.2)$$

Выражение для Ω_T , взятое из работы (Jacobson, 2009), мы привели к начальной эпохе J2000. Получилось

$$\Omega_T = 358.177292 + 52.383621844611 T,$$

где углы измеряются в градусах, а T есть интервал времени между текущим моментом и эпохой J2000, выраженный в юлианских столетиях по 36525 суток.

Отметим, что угловые величины взяты из статьи в том виде, как они там приводятся, с излишним числом значащих цифр. На самом деле в работе (Jacobson, 2009) точность определения угла α_r составляет 0.14, а угла δ_r — 0.03 градуса. Такую же точность имеют соответственно и координаты полюса в соотношениях (9.2).

Модель движения Тритона построена независимо также в работе (Emelyanov, Samorodov, 2015). Разработана аналитическая теория движения этого спутника. Возмущения от притяжения Солнца учтены аналитическим методом. Преимущество по сравнению с работой (Jacobson, 2009) заключается в том, что период времени используемых наблюдений расширен до 2012 года. В работе (Emelyanov, Samorodov, 2015), кроме параметров орбиты Тритона, непосредственно из наблюдений уточняются экваториальные координаты неизменного вектора количества движения системы α_r , δ_r (Они в этой работе обозначены через α_0 , δ_0). При этом угол ϵ не уточняется. Линейное изменение долготы восходящего узла

$\Omega = \Omega_0 + \dot{\Omega} T$ также определено из наблюдений. Параметры определены для двух вариантов состава наблюдений: без использования наблюдений, выполненных с помощью космического аппарата Вояджер-2, и с включением этих наблюдений в общую базу данных.

Мы можем теперь взять значения параметров, полученные в работе (Emelyanov, Samorodov, 2015), и записать для них формулы для координат полюса Нептуна. Значение угла ϵ можно при этом взять из работы (Jacobson, 2009). Поскольку в этой работе используются наблюдения с КА Вояджер-2, мы возьмем из работы (Emelyanov, Samorodov, 2015) вариант результатов, также полученных с использованием этих наблюдений. Согласно этим результатам имеем $\alpha_r = 299.090$, $\delta_r = 43.019$ (углы здесь измерены в градусах). Для координат полюса Нептуна в системе ICRF получим следующие соотношения:

$$\begin{aligned}\alpha_0 &= 299.090 + 0.631391 \sin \Omega_T - 0.002373 \sin 2\Omega_T, \\ \delta_0 &= 43.018132 - 0.461627 \cos \Omega_T + 0.000868 \cos 2\Omega_T.\end{aligned}\quad (9.3)$$

Выражение для Ω_T по результатам работы (Emelyanov, Samorodov, 2015), приведенное к начальной эпохе J2000, имеет вид

$$\Omega_T = 359.460800221 + 53.05102845 T.$$

Полученные из работ (Jacobson, 2009) и (Emelyanov, Samorodov, 2015) выражения для координат полюса Нептуна можно считать альтернативными по отношению к формулам, рекомендуемым в отчете Рабочей группы IAU WG CCRE (Archinal et al., 2018).

9.4. Теория вращения Фобоса

Из двух известных спутников Марса естественный спутник Фобос наиболее изучен. Детальное исследование его вращения опубликовано в работе (Rambaux et al., 2012). Это исследование мотивировано концепциями новых космических миссий для высокоточных измерений вращения Фобоса. Основная задача этих миссий состоит в получении сведений о внутренней структуре спутника. Вариации вращения зависят от внутренней структуры. С помощью КА Mars Express (MEX) получены многочисленные изображения Фобоса с высоким разрешением. В работе Willner et al. (2010) по этим изображениям выведены новые данные о либрациях спутни-

ка. Либрации имеют амплитуду 1.2 градуса и определены с точностью 0.15 градуса. Перспективы повышения точности этого анализа и предполагаемые новые миссии к Марсу потребовали разработки новой, более точной теории вращения Фобоса. Была поставлена задача определить, какую информацию можно получить по планируемым измерениям либраций с точностью до 0.0001 градуса.

Фобос в своем вращении относительно центра масс находится в синхронном резонансе с орбитальным движением вокруг Марса. Из-за ненулевого эксцентриситета орбиты имеются вариации скорости орбитального движения. В результате спутник показывает в сторону Марса 52% своей поверхности. Планета создает своим притяжением момент силы, зависящий от времени и влияющий на вращение. Ответом Фобоса на это воздействие являются физические либрации, т.е. отклонения от равномерного вращения. Либрационный ответ зависит от распределения масс внутри тела спутника. Еще в 90-х годах развивались аналитические теории либрации Фобоса на основе данных, полученных с помощью КА *Viking* и в итоге выполнения проекта *Фобос-2*. Такие теории опубликованы в работах (Borderies, Yoder, 1990; Chapront-Touze, 1990; Pesek, 1991).

В работе (Rambaux et al., 2012) вращение Фобоса относительно центра масс моделируется путем численного интегрирования дифференциальных уравнений Эйлера вращения спутника. Углы Эйлера задают положение невращающейся системы координат, связанной с экватором Марса фиксированной эпохи J2000, в системе координат, связанной с главными центральными моментами инерции спутника.

Использовались значения моментов инерции Фобоса, основанных на изображениях с КА MEX (Willner et al. 2010). Для моделирования вращения Фобоса (Rambaux et al., 2012) взяли значения моментов инерции $A = 0.3615$, $B = 0.4265$, $C = 0.5024$ из работы (Willner et al. 2010), где они были определены по топографии спутника. Средний радиус Фобоса R_0 был взят равным 11.27 км. Применяется разложение гравитационного потенциала Фобоса в ряд по сферическим функциям с точностью до 3-го порядка.

Обычно Фобос рассматривается как однородное тело. Однако либрации, измеренные в работе (Willner et al. 2010), не исключают неоднородностей внутри Фобоса. Знание вариаций плотности вдоль поверхности могло бы дать ключ к пониманию происхождения спутника.

Используется модель орбитального движения и эфемериды Фобоса из работы (Lainey, Dehant, Patzold, 2007). Точность этих эфемерид составляет 1 км. В теории движения принимаются во внимание возмущения со стороны Солнца, Юпитера, Сатурна, системы Земля-Луна, нецентральность гравитационного поля Марса и приливные эффекты в системе Марс-Фобос.

Для учета влияния притяжения Марса на вращение спутника необходимо было дать аналитическое описание орбитального движения Фобоса в системе координат, связанных со средним экватором Марса эпохи даты, поскольку основным фактором, определяющим прецессию орбиты и вращение спутника, является динамическое сжатие планеты. В работе (Rambaux et al., 2012) для такого описания использовались элементы Делоне, отсчитываемые в системе среднего экватора Марса эпохи даты. В качестве аргументов тригонометрических функций, входящих в теорию, были добавлены также углы, описывающие движение перицентра орбиты Марса и его вращение. Численные значения частот, соответствующих этим углам, даны в этой работе.

Преимущества применения численного интегрирования по сравнению с аналитическим решением заключается в возможности учета комбинированных эффектов от различных возмущающих факторов. Так упрощался учет нелинейных изменений, обусловленных близостью частот собственных либраций и частот внешних сил.

В работе (Rambaux et al., 2012) показано, что влияние членов третьего порядка в разложении гравитационного потенциала Фобоса и влияние динамического сжатия Марса имеют примерно один и тот же порядок малости.

Начальные условия при решении уравнений вращения Фобоса были взяты из условия, что собственные моды вращения Фобоса, называемые также свободной либрацией, равны нулю. Таким образом, предполагалось, что приливная диссипация достаточна, чтобы погасить свободную либрацию, и нет механизмов, способных ее возбудить. Классический способ такого поиска начальных условий здесь оказался непригоден из-за близости частот свободной либрации и вынужденных колебаний. Поэтому в численное интегрирование было включено искусственное гашение свободной либрации, а время затухания подбиралось итерациями.

Углы вращения Фобоса были представлены с помощью сумм тригонометрических функций от известных аргументов. Амплиту-

ды и фазы тригонометрических членов были найдены с помощью частотного анализа результатов численного интегрирования.

В результате цитируемой работы было получено описание либраций Фобоса в долготе и вращения тела Фобоса в пространстве. Угол либрации в долготе описывает отличие реального вращения спутника от равномерного. Основная гармоника либрации в долготе имеет период 0.3190 суток и амплитуду 1.0998 градуса.

Движение полюса Фобоса, связанного с главным моментом инерции, относительно среднего экватора Марса эпохи даты происходит по слабо эллиптической траектории с небольшими дополнительными колебаниями. Радиус окружности, близкой к эллиптической траектории конца оси вращения на расстоянии 11.3 км от центра спутника, составляет примерно 220 метров. Период вращения оси равен драконическому периоду орбитального движения спутника (от узла к узлу). Таким образом, ось (главный момент инерции) движется по конусу с угловым расстоянием от среднего положения примерно 1.078 градуса.

В работе (Rambaux et al., 2012) даны десять найденных тригонометрических членов в представлении либрации в долготе и двенадцать членов в движении полюса Фобоса. Для каждого члена разложения приводится частота, фаза и амплитуда. Амплитуды других членов в разложении координат полюса, кроме основного, в сто раз меньше амплитуды главного члена. Эти члены обусловлены в основном возмущениями в наклонении орбиты Фобоса. Приводится детальный анализ углов, описывающих вращение спутника, как функций времени. В частности, анализируется вклад различных возмущений в либрационное движение.

Построенная в работе (Rambaux et al., 2012) теория вращения Фобоса применялась для исследования возможности уточнения модели либрации по наблюдениям (LeMaistre et al., 2013). Предполагались два типа измерений. Первый тип измерений (Direct-To-Earth (DTE) Doppler) заключается в наземном измерении доплеровского изменения частоты радиосигнала с КА, размещенного на спутнике Марса. При втором способе (Star Tracker) проводятся астрометрические наблюдения звезд с борта КА. Оба способа дают сигналы, прямо зависящие от углов вращения Фобоса. Поскольку такие наблюдения еще только планировались, то заранее выполнялись оценки точности параметров вращения, определяемых таким способом, на основе искусственно созданных результатов наблюде-

ний, так называемых «симуляций». Делались также оценки возможности построения модели внутреннего строения спутника в таком эксперименте. В работе (LeMaistre et al., 2013) рассматривались эффекты вязко-упругих деформаций тела Фобоса и возможности определения соответствующих параметров из наблюдений.

Интересным материалом, содержащимся в работе (LeMaistre et al., 2013), является преобразование параметров вращения Фобоса, найденных в работе (Rambaux et al., 2012), к форме представления прямого восхождения и склонения полюса оси вращения Фобоса как функций времени. Эти функции представлены суммой линейных по времени и периодических членов. Отметим, что полюс спутника в этой работе задает ось фигуры (the direction of the figure axis of the body). В работе не уточняется, как эта ось соотносится с осью вращения. Говорится только, что движением полюса пренебрегается (the polar motion of Phobos is negligible). Из контекста можно сделать вывод, что эти оси совпадают.

Если принять согласно подписям к таблицам 1 и 2 статьи (LeMaistre et al., 2013), что в таблицах представлено движение полюса вращения Фобоса, сопоставимое с данными в отчете Рабочей группы IAU WG SCRE (Archinal et al., 2018), то данные таблиц представляют альтернативный источник для представления вращения Фобоса. Параметры вращения Фобоса согласно работе (LeMaistre et al., 2013) даны в Приложении 6.

9.5. Вращение Галилеевых спутников Юпитера, спутников Сатурна и Плутона

В последних работах, посвященных вращению Галилеевых спутников Юпитера, изучался так называемый «либрационный ответ» на внутреннее строение спутников. Было обращено внимание на эффекты вращения, вызванные орбитальными движениями спутников. Рассматривались разные модели внутреннего строения спутников. Предполагалось, что на спутниках Европа, Ганимед, Каллисто под поверхностями имеются слои жидкости (океаны). В работе (Rambaux, Van Hoolst, Karatekin, 2011) построен спектр частот либраций спутников. Идентифицированы гармоники, связанные с различными внешними эффектами: орбитальным движением, притяжением других спутников, притяжением Солнца. Показано, что

амплитуды короткопериодических членов в либрации несут информацию о внутреннем строении.

В работе (Noyelles, 2010a) аналитическим и численным методами построена модель вращения Галилеевых спутников Юпитера. Углы вращения, как функции времени, не приводятся, но исследовалось влияние внутренней структуры спутников на свойства вращения. Показано, что из наблюдений вращения можно делать выводы о внутреннем строении спутников.

За последнее десятилетие опубликовано множество работ посвященных вращению спутников Сатурна. Это связано с выполнением новых высокоточных и высокоинформативных наблюдений с помощью космического аппарата *Cassini*. В частности, были получены новые данные о гравитационных полях спутников.

В работах (Noyelles, 2008; Noyelles, Lemaitre, Vienne, 2008; Van Hoolst et al., 2009; Richard, Rambaux, 2014) изучалось вращение Титана. Проведен детальный анализ частотных спектров либраций и зависимостей либрационных движений от различных внешних воздействий и физических свойств спутника, в частности, вязкости вещества.

Анализ вращения спутника Мимас и связи свойств вращения с внутренним строением выполнен в работах (Noyelles, Karatekin, Rambaux, 2011; Tajeddine et al., 2014; Noyelles, 2017).

Описание и анализ физической либрации соорбитальных спутников Янус и Эпиметей приводятся в работах (Noyelles, 2010b; Robutel, Rambaux, Castillo-Rogez, 2010; Robutel, Rambaux, El Moutamid, 2012)

Миссия *New Horizons* показала, что малые спутники Плутона P2 Никта, P3 Гидра, P4 Керберос и P5 Стикс в приливной эволюции вращений не достигли состояния синхронного вращения и имеют значительные углы наклона осей вращения относительно нормали к плоскости орбиты массивного спутника P1 Харон (Weaver et al., 2016). В системе спутников P1 Харон, P5 Стикс, P2 Никта обнаружены резонансные соотношения между их орбитальными движениями. Это послужило поводом для анализа вращения этих спутников. Такой анализ сделан в работах (Correia et al., 2015; Quillen et al., 2017a; Quillen et al., 2017b). Применялся метод построения вариантов искусственных движений («симуляций») в задаче многих тел конечных размеров с эффектом «затухающей пружины». Модели с приливной диссипацией не показали значительных вариаций на-

клона, и это объясняется большими значениями скорости вращения и малыми эксцентриситетами орбит спутников. Тем не менее, спутник P5 Стикс в приливной эволюции демонстрирует прерывистые вариации наклонности и эпизоды опрокидывания. В предполагаемом процессе миграции спутника P1 Харон с увеличением расстояния до Плутона спутники могут быть захвачены в резонансы средних движений с Хароном, что может вызывать вариации наклона осей вращения спутников P5 Стикс и P2 Никта. Причина может заключаться в резонансе между орбитальным движением Харона и прецессией оси вращения малого спутника.

9.6. Хаотическое вращение спутников планет.

Вращение Гипериона

Моделирование вращения спутников планет представляет собой особую проблему. Имеется огромное множество решений и еще больше опубликованных работ. Исследования ведутся по двум взаимосвязанным направлениям. Первое — теоретические вопросы вращения несферичных спутников, разработка методов изучения вращательной динамики, выработка критериев оценки свойств вращения. Второе направление заключается в проведении и интерпретации наблюдений. Вращение изучается на основе наземных фотометрических измерений блеска спутников, а также с использованием изображений, полученных с помощью космических аппаратов, пролетающих вблизи других планет.

Вращение происходит под действием момента сил со стороны планеты на несферичное тело спутника в условиях его неравномерного движения по эллиптической орбите. При сравнении моделей с наблюдениями в отдельных случаях учитывается также притяжение других спутников.

Вращение разных спутников планет имеет различный характер. Одним из режимов вращения является синхронный резонанс, когда средняя угловая скорость вращения точно равна средней угловой скорости орбитального движения спутника вокруг планеты. В простейшем варианте ось вращения ортогональна плоскости орбиты и совпадает с осью максимального главного центрального момента инерции спутника. В таком случае ось максимальной вытянутости тела спутника всегда находится вблизи направления от спутника к

планете. Тогда фактически спутник всегда обращен к планете одной и той же своей стороной.

В процессе долговременной эволюции вращательного движения большинство крупных спутников, по форме близких к сферическим, вошли в такой финальный режим.

При синхронном резонансе ось вытянутости тела вынужденно отклоняется от направления на планету из-за неравномерного движения спутника по эллиптической орбите. Таким образом, даже при равномерном вращении спутника в невращающейся системе координат тело спутника покачивается относительно направления на планету, поскольку вектор этого направления вращается не равномерно.

В реальных случаях ось вращения может незначительно отклоняться от перпендикуляра к плоскости орбиты, а угол вращения спутника, отсчитываемый в невращающейся системе координат, может отклоняться от угла равномерного вращения. Изменения этих отклонений во времени имеют весьма замысловатые свойства, они описываются решением довольно сложных уравнений. Эти два указанных отклонения определяют явление, которое называют физической либрацией спутников.

При регулярном вращении спутника углы вращения описываются периодическими функциями. В этом режиме при одном значении угла угловая скорость может иметь одно из нескольких фиксированных возможных значений. В других случаях вращение спутника может иметь хаотический характер, когда при одном значении угла скорость его изменения может принимать случайные значения в некотором диапазоне.

У малых спутников, имеющих сильно выраженную несферичность формы, вращение может представлять собой трехмерное кувыркание.

Из более чем 170 открытых к настоящему времени спутников состояние вращения из наблюдений определено у 33. Почти все они находятся в синхронном резонансе.

Вращению спутников планет посвящено огромное множество работ. Нет возможности написать обзор, дающий полное представление о знаниях в этой научной области. Здесь мы рассмотрим только некоторые работы по хаотическому вращению. В таком обзоре будут упомянуты лишь характерные проблемы и отдельные попытки их решения. Внимание будет уделено в основном спутникам, для

которых доказана хаотичность их вращения или они заподозрены в возможности такого хаоса.

В первых отчетах Рабочей группы IAU WG CCRE приводятся параметры вращения спутника Сатурна Гипериона, основанные на орбитальных данных. Однако в теоретической работе (Wisdom, Peale, Mignard, 1984) был представлен анализ, в результате которого обнаруживается большая зона возможных состояний хаотического вращения вокруг резонансного спин-орбитального состояния Гипериона. Хаотическое вращение вызвано сильной несферичностью спутника и существенной эллиптичностью его орбиты.

Еще ранее в работе (Goguen et al., 1983) из анализа кривых блеска этого спутника, полученных из фотометрических наблюдений 1983 года, было установлено его хаотичное вращение. Это выразилось в нестабильности периода и амплитуды блеска на восьми оборотах спутника.

Ориентация и скорость вращения Гипериона изменяются со временем хаотически. Причина хаоса заключается в «перекрытии» спин-орбитальных резонансов, возникающем из-за сильной несферичности фигуры Гипериона и существенного отличия его орбиты от круговой. О феномене и критерии перекрытия резонансов можно узнать из работ (Chirikov, 1979; Wisdom, Peale, Mignard, 1984)

В 1989 году были опубликованы наблюдательные данные (Klavetter, 1989) на интервале времени 64 суток. Амплитуда колебаний блеска Гипериона составила 0.6 звездной величины. Не было обнаружено никаких периодических модуляций колебаний, и сделан вывод о хаотичности вращения.

По этим причинам с 1986 года Гиперион был исключен из таблиц отчетов Рабочей группы IAU WG CCRE.

Численное интегрирование дифференциальных уравнений вращения Гипериона было выполнено в работе (Black et al., 1995) для обширного ряда начальных условий. Сделан вывод, что переходы Гипериона от хаотической «акробатики» к квази-регулярному вращению и обратно за короткий период времени является скорее правилом, чем исключением.

Фотометрические наблюдения Гипериона были выполнены в Главной астрономической обсерватории Российской Академии наук (Пулково) с сентября 1999 года по март 2000 года и в сентябре-октябре 2000 года (Девяткин и др., 2002). Проведен анализ кривой блеска спутника и сделаны выводы о характере его вращательной

динамики. В период, охватывающий наблюдения, Гиперион находился в хаотическом режиме вращения. Попытки найти скрытые периодичности показали, что периодические составляющие в кривой блеска отсутствуют.

Наблюдения Гипериона с помощью космического аппарата *Cassini* дали новую информацию о вращении спутника. В 2005 году аппарат три раза проходил вблизи спутника, который наблюдался на интервалах времени 40 и 67 дней. Во всех трех проходах спутник вращался с частотой в 4.2 и 4.5 раза большей, чем при вращении, синхронном орбитальному движению (Harbison, Thomas, Nicholson, 2011). При этом ось вращения перемещалась как в теле спутника, так и пространстве. но располагалась примерно (в пределах 30 градусов) одинаково в теле спутника во всех трех случаях вдоль оси максимальной вытянутости. Это противоречит результатам моделирования динамики, выполненного в этой же работе. Это означает, что вначале были неправильно подобраны значения моментов инерции Гипериона. В работе (Harbison, Thomas, Nicholson, 2011) построены модели вращения спутника на основе моментов инерции, следующих из формы спутника, и на основе их подправленных значений. Решалась также обратная задача — определение моментов инерции из наблюдений вращения и формы Гипериона. Результат зависит от модели распределения масс внутри спутника, которое остается неизвестным. Остается предположить однородность распределения плотности. Найдено несколько вариантов значений моментов инерции, откуда можно заключить, что моменты инерции определяются не уверенно. В работе (Harbison, Thomas, Nicholson, 2011) делается вывод, что для точных определений имеющихся данных недостаточно.

Заметим, что согласно данным, полученным с аппарата *Cassini*, Гиперион имеет среднюю плотность 544 ± 50 килограмм на кубический метр (Thomas et al., 2007). Он имеет много пустот внутри и похож на губку.

Есть ли в Солнечной системе, помимо Гипериона, другие спутники, хаотически кувыркающиеся относительно собственного центра масс? На этот вопрос пока нет ответа (Куприянов, Шевченко, 2006).

Авторы работы (Melnikov, Shevchenko, 2010) исследовали устойчивость возможных синхронных вращений малых спутников планеты, для которых свойства вращения еще не получены из наблюде-

ний. Показано, что большинство спутников с неизвестными состояниями вращения не могут вращаться синхронно с орбитальным движением, поскольку для них не существует устойчивых состояний синхронного вращения. Они вращаются либо быстрее орбитального движения, что менее вероятно, либо испытывают хаотическое вращение.

Теоретические исследования (Koupryanov, Shevchenko, 2005; Melnikov, Shevchenko, 2008) показали, что в состоянии хаотического вращения, возможно, находятся кроме Гипериона также спутники Сатурна Прометей и Пандора. Характер их вращения в настоящее время неизвестен. Очень важен вопрос: существует ли преимущественная ориентация спутника при хаотическом вращении или все его ориентации в этом случае равновероятны? Расчеты свидетельствуют (Melnikov, Shevchenko, 2008), что у Прометея и Пандоры в случае их хаотического вращения присутствует преимущественная ориентация наибольшей оси фигуры спутника в направлении на Сатурн. Это затрудняет извлечение выводов о характере вращения этих спутников из наблюдений, поскольку хаотический режим в определенной степени схож с обычным синхронным вращением.

Согласно численно-экспериментальным и аналитическим оценкам (Shevchenko, Koupryanov, 2002; Koupryanov, Shevchenko, 2005) хаотическое вращение малых спутников планет Солнечной системы должно проявляться на относительно малых промежутках времени, и может быть обнаружено из наблюдений. Однако хаотическое вращение до сих пор наблюдалось только в случае Гипериона.

При построении моделей реального вращения спутников предпринимались попытки исследовать вообще свойства возможных вращательных движений. Сначала изучалось так называемое плоское вращение, когда ось вращения неизменна в пространстве, и вращение описывается изменением во времени всего одного угла. В работах по этой задаче выявлено, что режимы вращения зависят от двух параметров: $\omega_0 = \sqrt{3(B - A)/C}$, где A, B, C суть главные центральные моменты инерции спутника ($A < B < C$) и эксцентриситета орбиты e . Вращение описывается углом θ между осью наименьшего главного центрального момента инерции и планетоцентрическим радиус-вектором спутника. Обнаружены два режима синхронного вращения. Они отличаются областями значений на фазовой плоскости «угол, его скорость изменения». Наличие этих двух разных типов синхронного резонанса впервые отметили Wisdom, Peale,

Mignard (1984), анализируя результаты своих численных экспериментов в исследовании вращательной динамики Гипериона. Точное описание этих типов вращения заключено в работах Мельникова и Шевченко (1998, 2000). Выявлены области значений параметров ω_0 , e , при которых происходит вращение каждого из двух типов. Результаты были применены к спутнику Юпитера Амальтея. Параметры для этого спутника попадают в области обоих типов вращения. В этих же работах исследовалась устойчивость синхронных вращений по отношению к углу наклона оси вращения к плоскости орбиты. Найдено, что для Амальтея один из двух упомянутых типов представляет собой неустойчивое вращение.

В работе (Мельников, Шевченко, 2000) показано, что вероятность устойчивости синхронного резонанса по отношению к наклону оси вращения для спутников Марса Фобоса и Деймоса равна единице.

Анализ возможной динамики всех известных к 2007 году спутников планет выполнен в работе (Мельников, Шевченко, 2007). Особое внимание уделено спутнику Юпитера Амальтея и спутнику Сатурна Прометей, для которых возможны синхронные резонансы трех разных типов.

При исследовании хаотических движений применяется параметр, характеризующий степень хаотичности — это Максимальный Характеристический Показатель Ляпунова (МХПЛ). Этот параметр представляет собой коэффициент при времени в показателе экспоненты, описывающей расходимость решений уравнений движения или вращения, при малых вариациях начальных условий. Считается, что в случае регулярных движений расхождение решений происходит по линейному закону и показатель хаотичности равен нулю. Величина, обратная показателю Ляпунова, показывает время предсказуемости движения.

Вычисление МХПЛ при изучении хаотических движений представляет собой весьма трудоемкую вычислительную задачу. Библиографию по этому вопросу в случае вращательных движений можно найти в работе (Шевченко, 2002). Метод вычисления характеристических показателей Ляпунова для исследования вращательного движения спутников реализован в виде комплекса вычислительных программ в работах (Shevchenko, Kourgiarov, 2002; Kourgiarov, Shevchenko, 2005).

Главный результат работы (Шевченко, 2002) заключается в том,

что предложен и обоснован простой метод оценки МХПЛ движения в хаотическом слое в окрестности сепаратрисы нелинейного резонанса. С помощью этого метода для ряда естественных спутников планет получены оценки МХПЛ хаотического вращения в главном хаотическом слое в окрестности сепаратрисы синхронного резонанса. Значение этого параметра существенно зависит от эксцентриситета орбиты спутника и параметра его динамической асимметрии. Выведенные в работе (Шевченко, 2002) формулы для оценки МХПЛ хаотического вращения несферичного спутника на эллиптической орбите позволяют находить временной масштаб предсказуемости вращательного движения.

Согласно Шевченко (2002) теоретическая оценка времени предсказуемости вращения спутника Сатурна Гиперион составляет примерно 30 суток, что только в полтора раза больше периода обращения спутника по орбите. Эта оценка согласуется с прямыми вычислениями для случая хаотического вращения спутника с параметрами Гипериона в работе (Wisdom, Peale, Mignard, 1984).

Вычисление максимального показателя Ляпунова методом Шевченко (2002) при моделировании кривой блеска далекого спутника Сатурна Фебы показало, что значение МХПЛ равно нулю (Куприянов, Шевченко, 2006). Следовательно вращение Фебы является регулярным.

В работе (Мельников, Шевченко, 2007) на основе значительно большего объема данных о параметрах фигур спутников сделаны выводы о теоретической возможности трех различных типов синхронного резонанса вращения спутника Сатурна Прометей. Показано также, что устойчивость относительно наклона оси вращения для одного из этих типов вращения отсутствует.

Заметим, что большое значение эксцентриситета орбиты спутника Нептуна Нереиды служило основанием для предположения о хаотичности его вращения. Однако наблюдения этого спутника (Grav, Holman, Klavetter, 2003) показали, что вращение оказывается регулярным.

Литература к Главе 9

- Девяткин А. В., Горшанов Д. Л., Грицук А. Н., Мельников А. В., Сидоров М. Ю., Шевченко И. И.* Наблюдения и теоретический анализ кривых блеска естественных спутников планет. *Астрономический вестник*. 2002. Т. 36. № 3. С. 269–281.
- Куприянов В. В., Шевченко И. И.* О форме и вращательной динамике малых спутников планет. *Астрономический вестник*. 2006. Т. 40. № 5. С. 428–436.
- Мельников А. В., Шевченко И. И.* Об устойчивости вращательного движения несферических естественных спутников относительно наклона оси вращения. *Астрономический вестник*. 1998. Т. 32. № 6. С. 548–559.
- Мельников А. В., Шевченко И. И.* Об устойчивости вращения несферических естественных спутников в синхронном резонансе. *Астрономический вестник*. 2000. Т. 34. № 5. С. 478–486.
- Мельников А. В., Шевченко И. И.* Необычные режимы вращения малых спутников планет. *Астрономический вестник*. 2007. Т. 41. № 6. С. 521–530.
- Шевченко И. И.* О максимальных показателях Ляпунова хаотического вращения естественных спутников планет. *Космические исследования*. 2002. Т. 40. № 3. С. 317–326.
- Archinal B. A., Acton C. H., Ahearn M. F., Conrad A., Consolmagno G. J., Duxbury T., Hestroffer D., Hilton J. L., Kirk R. L., Klioner S. A., McCarthy D., Meech K., Oberst J., Ping J., Seidelmann P. K., Tholen D. J., Thomas P. C., Williams I. P.* Report of the IAU Working Group on cartographic Coordinates and Rotational Elements: 2015. *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*. 2018. 130:22.
- Black G. J., Nicholson P. D., Thomas P. C.* Hyperion: Rotational dynamics. *Icarus*. 1995. V. 117. Issue 1. P. 149–161.
- Borderies N., Yoder C. F.* Phobos' gravity field and its influence on its orbit and physical librations. *Astronomy and Astrophysics*. 1990. V. 233. 235–251.
- Chapront-Touze, M.* Phobos' physical libration and complements to the ESAPHO theory for the orbital motion of PHOBOS. *Astronomy and Astrophysics*. 1990. V. 235. P. 447–458.

- Chirikov B. V.* A Universal Instability of Many-Dimensional Oscillator Systems. *Physics Reports*. 1979. V. 52. No. 5. P. 263–379.
- Correia A. C. M., Leleu A., Rambaux N., Robutel P.* Spin-orbit coupling and chaotic rotation for circumbinary bodies. Application to the small satellites of the Pluto-Charon system. *Astronomy and Astrophysics*. 2015. V. 580. P. L14.
- Emelyanov N. V., Samorodov M. Yu.* Analytical theory of motion and new ephemeris of Triton from observations. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*. 2015. V. 454. P. 2205–2215.
- Jacobson R. A.* The orbits of the satellites of Neptune. *Astronomy and Astrophysics*. 1990. V. 231. No. 1. P. 241–250.
- Jacobson R. A.* The orbits of the neptunian satellites and the orientation of the pole of Neptune. *Astronomical Journal*. 2009. V. 137. P. 4322–4329.
- Jacobson R. A.* The Orientations of the Martian Satellites from a Fit to Ephemeris MAR097. Jet Propulsion Laboratory. Interoffice Memorandum 392R-17-004. April 20, 2017.
- Goguen J., Cruikshank D. P., Hammel H., Hartmann W. K.* The Rotational Lightcurve of Hyperion during 1983. *Bulletin of the American Astronomical Society*. 1983. V. 15. P. 854–584.
- Grav T., Holman M.J., Klavetter J.J.* The short rotation period of Nereid. *Astrophysical Journal*. 2003. V. 591. P. L71–L74.
- Harbison R. A., Thomas P. C., Nicholson P. C.* Rotational modeling of Hyperion. *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*. 2011. V. 110. Issue 1. P. 1–16
- Klavetter J. J.* Rotation of Hyperion. I. Observations. *Astronomical Journal*. 1989. V. 97. P. 570–579.
- Kouprianov V. V., Shevchenko I. I.* Rotational dynamics of planetary satellites: A survey of regular and chaotic behavior. *Icarus*. 2005. V. 176. P. 224–234.
- Lainey V., Dehant V., Patzold M.* First numerical ephemerides of the Martian moons. *Astronomy and Astrophysics*. 2007. V. 465. Issue 3. P. 1075–1084.
- LeMaistre S., Rosenblatt P., Rambaux N., Castillo-Rogez J. C., Dehant V., Marty J.-C.* Phobos interior from librations determination

- using Doppler and star tracker measurements. *Planetary and Space Science*. 2013. V. 85. P. 106–122.
- Melnikov A. V., Shevchenko I. I.* On the rotational dynamics of Prometheus and Pandora. *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*. 2008. V. 101. P. 31–47.
- Melnikov A. V., Shevchenko I. I.* The rotation states predominant among the planetary satellites. *Icarus*. 2010. V. 209. P. 786–794.
- Noyelles B., Lemaitre A., Vienne A.* Titan's rotation. A 3-dimensional theory. *Astronomy and Astrophysics*. 2008. V. 478. P. 959–970.
- Noyelles B.* Titan's rotational state. *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*. 2008. V. 101. P. 13–30.
- Noyelles B.* Theory of the rotation of the Galilean satellites. *Proceedings IAU Symposium No. 269, 2010*. C. Barbieri, S. Chakrabarti, M. Coradini, M. Lazzarin, ed. International Astronomical Union. 2010a. P. 240–244.
- Noyelles B.* Theory of the rotation of Janus and Epimetheus. *Icarus*. 2010b. V. 207. P. 887–902.
- Noyelles B., Karatekin O., Rambaux N.* The rotation of Mimas. *Astronomy and Astrophysics*. 2011. V. 536. A61.
- Noyelles B.* Interpreting the librations of a synchronous satellite – How their phase assesses Mimas' global ocean. *Icarus*. 2017. V. 282. P. 276–289.
- Pesek I.* Theory of rotation of PHOBOS. *Astronomical Institutes of Czechoslovakia, Bulletin*. 1991. V. 42. No. 5. P. 271–282.
- Quillen A.C., Nichols-Fleming F., Chen Y.-Y., Noyelles B.* Obliquity evolution of the minor satellites of Pluto and Charon. *Icarus*. 2017a. V. 293. P. 94–113.
- Quillen A.C., Chen Y.-Y., Noyelles B., Loane S.* Tilting Styx and Nix but not Uranus with a Spin-Precession-Mean-motion resonance. *arXiv e-print (arXiv:1707.03180)*. 2017b.
- Rambaux N., Van Hoolst T., Karatekin O.* Librational response of Europa, Ganymede and Callisto with an ocean for a non-Keplerian orbit. *Astronomy and Astrophysics*. 2011. V. 527. A118.
- Rambaux N., Castillo-Rogez J. C., Le Maistre S., Rosenblatt P.* Rotational motion of Phobos. *Astronomy and Astrophysics*. 2012. V. 548. Id. A14, 11 pp.

- Richard A., Rambaux N.* Complements to the longitudinal librations of an elastic 3-layer Titan on a non-Keplerian orbit. Proceedings IAU Symposium. No. 310, 2014. P. 21–24.
- Robutel P., Rambaux N., Castillo-Rogez J.* Analytical description of physical librations of saturnian coorbital satellites Janus and Epimetheus. *Icarus*. 2010. V. 211. P. 758–769.
- Robutel P., Rambaux N., El Moutamid M.* Influence of the coorbital resonance on the rotation of the Trojan satellites of Saturn. *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*. 2012. V. 113. P. 1–22.
- Shevchenko I. I., Kouprianov V. V.* On the chaotic rotation of planetary satellites: The Lyapunov spectra and the maximum Lyapunov exponents. *Astronomy and Astrophysics*. 2002. V. 394. P. 663–674.
- Tajeddine R., Rambaux N., Lainey V., Charnoz S., A. Richard A., Rivoldini A., Noyelles B.* Constraints on Mimas' interior from Cassini ISS libration measurements. *Science*. 2014. V. 346. P. 322–324.
- Thomas P. C., Armstrong J. W., Asmar S. W., Burns J. A., Denk T., Giese B., Helfenstein P., Iess L., Johnson T. V., McEwen A., Nicolaisen L., Porco C. C., Rappaport N. J., Richardson J., Somenzi L., Tortora P., Turtle E. P., Veverka J.* Hyperion's sponge-like appearance. *Nature*. 2007. V. 448. P. 50–50.
- Van Hoolst T., Rambaux N., Karatekin O., Balanda R.-M.* The effect of gravitational and pressure torques on Titan's length-of-day variations. *Icarus*. 2009. V. 200. P. 256–264.
- Weaver H. A.; Buie M. W.; Buratti B. J.; Grundy W. M.; Lauer T. R.; Olkin C. B.; Parker A. H.; Porte, S. B. and 43 coauthors.* The small satellites of Pluto as observed by New Horizons. *Science*. 2016. V. 351. Issue 6279. Id.aae0030.
- Willner K., Oberst J., Hussmann H. et al.* Phobos control point network, rotation, and shape. *Earth and Planetary Science Letters*. 2010. V. 294. Issue 3–4. P. 541–546.
- Wisdom J., Peale S. J., Mignard F.* The chaotic rotation of Hyperion. *Icarus*. 1984. V. 58. P. 137–152.