Кафедра небесной механики, астрометрии и гравиметрии физического факультета МГУ имени М.В. Ломоносова.

Специальный практикум по небесной механике.

Задача № 4.

Емельянов Н. В.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТОПОЦЕНТРИЧЕСКОГО НАПРАВЛЕНИЯ НА ГЕОСТАЦИОНАРНЫЙ СПУТНИК

Содержание

4.1. Введение в задачу практикума

Человеком создано много искусственных небесных тел. Нужны они для изучения окружающей нас Вселенной, а также для улучшения условий жизни людей на Земле. В частности, для обеспечения радиосвязи по всей Земле в диапазоне ультракоротких радиоволн служат искусственные спутники Земли (ИСЗ). На спутниках устанавливают ретрансляторы радиосигналов. Таким образом обеспечивается прием телевизионных передач на всей Земле. Наиболее подходящими для этой цели оказываются спутники, движущиеся на геостационарных орбитах. Один геостационарный спутник может обеспечить постоянный прием телевизионного сигнала на огромной части поверхности Земли. Такие ИСЗ остаются почти неподвижными относительно поверхности нашей планеты. Поэтому для приема радиосигнала со спутника на Земле устанавливают антенны с чувствительностью в узком телесном угле в направлении на спутник. Это дает выигрыш в мощности принимаемого сигнала и в информативности радиоканала. Направление антенны на геостационарный спутник остается неизменным.

Все эти обстоятельства приводят к проблеме точного наведения антенны на спутник. Геостацинарные спутники можно видеть только с помощью мощных телескопов ночью в очень хорошую погоду. На практике необходимо наводить антенны в любых условиях, даже на балконах жилых домов. Естественно приходит идея рассчитать направление на известный геостационарный спутник в заданной точке на поверхности Земли. Поскольку ИСЗ является небесным телом, то первоначально расчет направления делается на основе методов небесной механики. Азимут и высота спутника над горизонтом используются для предварительного наведения антенны. Более точная настройка может делаться путем вариаций направления для получения наилучшего приема телевизионного сигнала.

Весьма вероятно, что для решения описанной задачи на каком-то этапе может быть привлечен выпускник Астрономического отделения физфака МГУ. Чтобы научить его это делать, служит предлагаемая задача практикума.

4.2. Постановка задачи

Задача N G1 формулируется следующим образом. Для заданного места на Земле требуется определить азимут и угловую высоту над горизонтом заданного геостационарного спутника. Место на Земле задается географическими координатами. Спутник может идентифицироваться только долготой подспутниковой точки на экваторе Земли. Введем обозначения для заданных и искомых величин.

Пусть даны
φ_0 - географическая широта наземной точки,
λ_0 - географическая долгота, отсчитываемая от Гринвичского меридиана,
λ_s - долгота подспутниковой точки.

Требуется определить следующие величины:
A - азимут спутника,
H - угловая высота спутника над горизонтом.

Для определенности будем измерять угловые величины в градусах. Азимут отсчитывается от южного направления меридиана в сторону востока от 0 до 360 градусов. В данной задаче можно пренебречь несферичностью Земли. Широту и долготу будем измерять в геоцентрической системе координат. Радиус Земли R примем равным 6378 км.

Для решения задачи необходимо знать положение спутника в пространстве. Однако нам дана только одна его координата – долгота. Информация о том, чему равны широта и геоцентрическое расстояние геостационарного спутника содержится в его названии.

4.3. Системы координат, применяемые в задаче

Поскольку геостационарный спутник неподвижен по отношению к поверхности Земли, мы будем применять экваториальную систему декартовых координат, связанную с Землей. Ось z' направим от центра Земли в сереный полюс, ось x' в Гринвичский меридиан, а ось y' будет дополнять систему координат до правой.

Наряду с рассмотренной геоцентрической земной экваториальной системой координат рассмотрим горизонтальную систему координат, связанную с плоскостью горизонта данной точки на поверхности Земли. Здесь мы будем применять упрощенное понятие горизонта как плоскости, перпендикулярной геоцентрическому радиусу-вектору пункта на земной поверхности.

В дальнейшем пункт на поверхности Земли, в котором располагается антенна, направленная на спутник, будем называть также обсерваторией.

Оси горизонтальной системы координат с началом в точке наблюдений обозначим через x'', y'', z''. Ось x'' направим в плоскости горизонта по местному меридиану на юг, а ось z'' - в зенит. Обозначим через λ_0, φ_0 долготу и широту точки поверхности в земной экваториальной системе координат. Тогда связь между земной экваториальной и горизонтальной системами координат выразится соотношениями

$$\begin{aligned} x'' &= \ x'\cos\lambda_0\sin\varphi_0 + y'\sin\lambda_0\sin\varphi_0 - z'\cos\varphi_0, \\ y'' &= -x'\sin\lambda_0 + y'\cos\lambda_0, \\ z'' &= \ x'\cos\lambda_0\cos\varphi_0 + y'\sin\lambda_0\cos\varphi_0 + z'\sin\varphi_0 - R, \end{aligned} \tag{1}$$

где R - геоцентрическое расстояние точки наблюдения. Вывод этих соотношений дается в Приложении 1.

Формулы обратного перехода имеют вид

$$\begin{aligned} x' &= \ x''\sin\varphi_0\cos\lambda_0 - y''\sin\lambda_0 + (z'' + R)\cos\varphi_0\cos\lambda_0, \\ y' &= \ x''\sin\varphi_0\sin\lambda_0 + y''\cos\lambda_0 + (z'' + R)\cos\varphi_0\sin\lambda_0, \\ z' &= -x''\cos\varphi_0 + (z'' + R)\sin\varphi_0. \end{aligned} \tag{2}$$

4.4. Определение широты и геоцентрического расстояния геостационарного спутника

Геостационарный спутник почти неподвижен относительно земной поверхности. Это происходит от того, что Земля вращается, а спутник движется синхронно вокруг Земли почти в плоскости экватора по почти круговой орбите. Его движение подвержено влиянию различных факторов: нецентральности гравитационного поля Земли, притяжению Луны и Солнца, световому давлению. Поэтому если бы можно было запустить спутник точно на круговую орбиту в плоскости экватора Земли, через некоторое время его траектория перестала бы быть круговой и вышла бы из плоскости экватора. Чтобы выполнять свои функции ретранслятора, орбита спутника корректируется орбиту время от времени с помощью микродвигателей по командам с Земли.

В задаче практикума мы будем пренебрегать отклонениями спутника от точной геостационарной орбиты. При этом спутник должен двигаться в плоскости экватора. Следовательно, его небесная широта известна и равна нулю.

Из предположения о геостационарности спутника сразу находится период его обращения. Он равен периоду вращения Земли, т. е. звездным суткам. Отсюда определяется среднее движение спутника

$$n = 1.002737811906325 \text{ оборот/сутки.}$$

Что касается геоцентрического расстояния спутника, то теперь его можно найти по закону небесной механики. Обозначим большую полуось орбиты спутника через a. В нашем случае это радиус орбиты, а следовательно и геоцентрическое расстояние. Третий закон Кеплера формулируется так:

$$n^2\, a^3 = Gm,$$

где G - универсальная гравитационная постоянная, а m - масса Земли. Можно приближенно принять

$$Gm = 398601.3 \text{ км}^3/\text{с}^2.$$

Теперь вполне хватает данных, чтобы вычислить геоцентрическое расстояние спутника a.

4.5. Порядок вычисления искомых величин

Сначала находим прямоугольные координаты спутника в геоцентрической системе:

$$x' = a\cos\lambda_s, \quad y' = a\sin\lambda_s, \quad z' = 0.$$

Далее по формулам (1) вычисляем координаты спутника x'', y'', z'' в горизонтальной системе координат с началом в заданном наземном пункте. Далее искомые небесные угловые координаты спутника вычисляются по формулам

$$\operatorname{tg} A = \frac{y''}{x''}, \quad \operatorname{tg} H = \frac{z''}{\sqrt{x''^2 + y''^2}}.$$

Для однозначного определения A следует учесть, что $\cos A$ имеет тот же знак, что и x''.

4.6. Методическое указание о формулировке задачи каждому студенту

Формулировка задачи для каждого студента заключается в задании значений величин: φ_0 - широта наземной точки наблюдения,

λ_0 - долгота, отсчитываемая от Гринвичского меридиана,
λ_s - долгота подспутниковой точки.

Это могут быть любые значения в пределах возможных.

Для реализации метода и выполнения практикума можно предложить студенту составление вычислительной программы на любом языке программирования.

4.7. Форма отчета по задаче практикума

Каждому студенту предлагается один вариант исходных данных. После решения задачи студент должен подготовить письменный отчет по следующему плану:
1. Введение (О чем идет речь? Почему возникают рассматриваемые проблемы? Зачем это нужно?).
2. Постановка задачи (Цель исследования. Что дано? Что определить?).
3. Описание последовательности вычислений с приведением применяемых формул.
4. Задание исходных данных.
5. Полученные результаты.

В целом такой отчет может иметь объем 2-3 страницы.

4.8. Примеры вычислений

Пример 1.
Исходные данные:
$\varphi_0 = 55.0$ град.,
$\lambda_0 = 37.0$ град.,
$\lambda_s = 15.0$ град.
Результаты вычислений:
$a = 42164.202626042599$ км,
$A = 333.746335059321$ град.,
$H = 24.197165673464$ град.

Пример 2.
Исходные данные:
$\varphi_0 = 45.0$ град.,
$\lambda_0 = 67.0$ град.,
$\lambda_s = 55.0$ град.
Результаты вычислений:
$a = 42164.202626042599$ км,
$A = 343.269202452725$ град.,
$H = 36.804744895847$ град.

Пример 3.
Исходные данные:
$\varphi_0 = 66.0$ град.,
$\lambda_0 = 35.0$ град.,
$\lambda_s = 40.0$ град.
Результаты вычислений:
$a = 42164.202626042599$ км,
$A = 5.470433967700$ град.,
$H = 15.522337715346$ град.

Литература

1. Справочное руководство по небесной механике и астродинамике. Издание 2-е, переработанное и дополненное. / Под ред. Г.Н.Дубошина. – М.: Наука, 1976, 862 с.

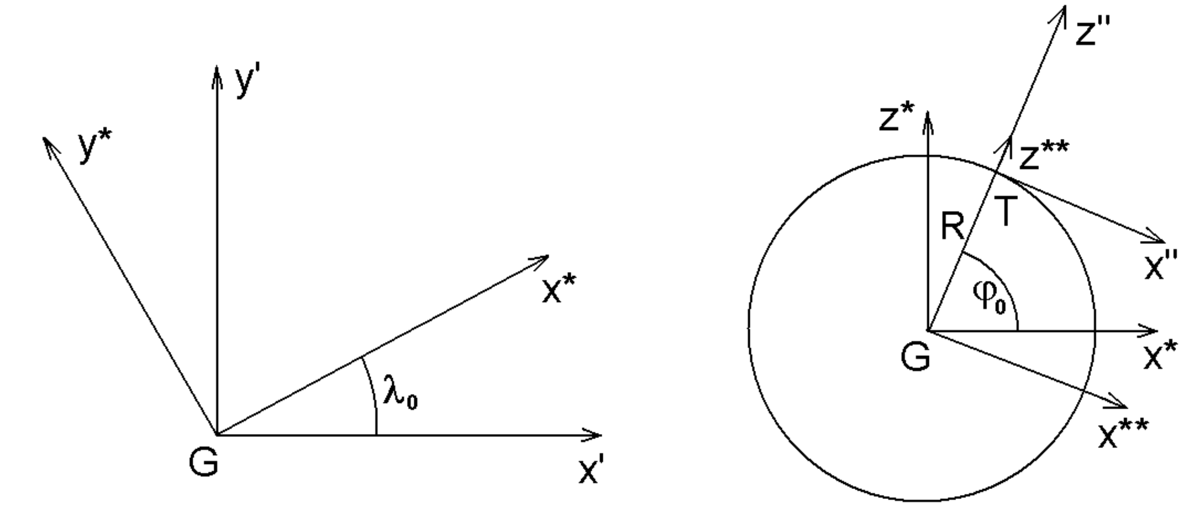

Рис. 1: Геоэкваториальная, горизонтальная и промежуточные системы координат.

Приложение. Вывод формул связи между земной экваториальной и горизонтальной системами координат.

Выведем здесь формулы связи между земной экваториальной и горизонтальной системами координат. Оси этих систем координат и промежуточных систем изображены на Рис. 1. На рисунках G обозначает геоцентр, а T – положение пункта наблюдения или топоцентр. Начало земной экваториальной системы координат x', y', z' расположено в геоцентре, а начало земной горизонтальной системы x'', y'', z'' – в топоцентре. Оси x'', z'' лежат в меридиональной плоскости, проходящей через топоцентр, причем ось x'' направлена в плоскости горизонта в сторону юга, а ось z'' направлена в зенит. Ось y'' дополняет систему координат до правой и направлена в плоскости горизонта в точку востока.

Рассмотрим дополнительно две промежуточные системы координат. Система G, x^*, y^*, z^* геоцентрическая, оси x^*, y^* лежат в плоскости земного экватора, ось x^* направлена по меридиану пункта наблюдения. Очевидно, что связь между системами x'', y'', z'' и x^*, y^*, z^* выразится формулами

$$\begin{aligned} x^* &= \ \ x' \cos \lambda_0 + y' \sin \lambda_0, \\ y^* &= -x' \sin \lambda_0 + y' \cos \lambda_0, \\ z^* &= z', \end{aligned} \tag{3}$$

где λ_0 - географическая долгота пункта наблюдения.

Рассмотрим еще одну промежуточную геоцентрическую систему координат $G, x^{**}, y^{**}, z^{**}$. Оси x^{**}, z^{**} лежат на меридиане пункта наблюдения, ось z^{**} направлена в топоцентр, ось y^{**} дополняет систему до правой. Легко видеть на Рис.1, что системы координат x^*, y^*, z^* и x^{**}, y^{**}, z^{**} связаны формулами

$$\begin{aligned} x^{**} &= x^* \sin\varphi_0 - z^* \cos\varphi_0, \\ y^{**} &= y^*, \\ z^{**} &= x^* \cos\varphi_0 + z^* \sin\varphi_0. \end{aligned} \tag{4}$$

Очевидно, что сиситемы координат $G, x^{**}, y^{**}, z^{**}$ и T, x'', y'', z'' различаются сдвигом на величину геоцентрического расстояния R пункта наблюдения. Таким образом имеем

$$\begin{aligned} x'' &= x^{**}, \\ y'' &= y^{**}, \\ z'' &= z^{**} - R. \end{aligned} \tag{5}$$

Теперь, подставляя формулы (3) в (4), а затем в формулы (5). получим соотношения (1).