Кафедра небесной механики, астрометрии и гравиметрии физического факультета МГУ имени М.В. Ломоносова.

Специальный практикум по небесной механике.

Задача № 9.

Ширмин Г.И.

ВЫЧИСЛЕНИЕ ЭФЕМЕРИДЫ МАЛОЙ ПЛАНЕТЫ

Содержание

9.1. Введение в задачу практикума.

Малые планеты, называемые также астероидами, движутся вокруг Солнца по весьма разнообразным орбитам. Траектории малых планет пролегают как в области орбит больших планет, так и далеко за орбитой Нептуна. Число малых планет с определенными из наблюдений орбитами в настоящее время превышает 700 тыс.

Эфемеридой малой планеты мы называем совокупность ее небесных координат, заданных на ряд моментов времени. Эфемериды необходимы для решения широкого круга задач исследования динамики Солнечной системы, а также для планирования и проведения космических миссий.

Высокоточная астрономическая эфемерида незаменима при сравнении какого-либо длительного ряда наблюдений с теорией движения уже известного небесного объекта. Что же касается только что открытых (то есть, ранее не известных) тел Солнечной системы, то для них совершенно необходима так называемая "поисковая" эфемерида, позволяющая не упустить объект из поля зрения наблюдателей. Дело в том, что в истории астрономии неоднократно бывали случаи потери небесных объектов из-за плохой поисковой эфемериды.

Задачей практикума как раз и является вычисление эфемерид малых планет. Заданными будут параметры движения планеты и моменты времени. Требуется определить ее небесные координаты на заданные моменты.

Небесные координаты светила отсчитываются в некоторой принимаемой системе координат. Система координат описывается моделью, которая опирается на координаты реальных небесных объектов. В прошлом это были "неподвижные" звезды, в современную эпоху – внегалактические радиоисточники.

Движение малой планеты происходит под действием притяжения Солнца и других тел Солнечной системы. На ее движение влияют также динамическое сжатие Солнца и эффекты негравитационной природы. Динамика малых планет обычно рассматривается в рамках ньютоновой механики. Для более точного описания движения учитываются так называемые релятивистские эффекты, обусловленные отличием ньютоновой механики от общей теории относительности. В любом случае в каждой задаче берется некоторая более или менее приближенная динамическая модель.

Для многих практических задач, а также для данной задачи практикума, может применяться приближенная модель движения малой планеты и приближенная модель системы координат.

В практике современных исследований по практической небесной механике иногда приходится обращаться к старым источникам данных, опубликованных в раритетных печатных изданиях и трудах астрономических обсерваторий. Это оказывается не простым делом, поскольку в прошлом привычными были допущения и действия, которые сейчас уже забыты. Умение работать со старыми источниками данных может оказаться востребованным самым неожиданным образом. Поэтому в данную задачу практикума введены задания такого рода.

9.2. Модель движения малой планеты и системы координат

Мы будем использовать следующую динамическую модель. Движение малой планеты происходит только под действием притяжения Солнца, которое рассматривается как точечная масса. Пренебрегаем смещением центра Солнца по отношению к барицентру Солнечной системы. В рамках этой модели движение считается происходящим по невозмущенной кеплеровой орбите.

Небесные координаты светила зависят от того, из какой точки пространства мы его наблюдаем. Эту точку принято называть топоцентром. В нашей задаче будем пренебрегать смещением геоцентра по отношению к центру масс системы Земля-Луна и полагать, что топоцентр совпадает с геоцентром.

Итак, мы рассматриваем взаимное расположение трех точек: Солнца, Земли и малой планеты. Расположение небесных тел при вычислении эфемериды малой планеты в задаче № 9 практикума показано на рис. 1.

Обозначим через t_{eph} тот момент времени, на который вычисляется эфемерида. Вектор, определяющий эфемериду малой планеты, обозначен через $\mathbf{P_T}$. Начало вектора $\mathbf{P_T}$ совпадет с положением геоцентра в момент t_{eph}, а конец – с положением малой планеты в тот момент t, когда с нее стартовали фотоны, прибывшие к наблюдателю на момент эфемериды t_{eph}. Гелиоцентрическое положение малой планеты в момент t определяется вектором $\mathbf{P}(t)$, а гелиоцентрическое положение геоцентра в момент t_{eph} – вектором $\mathbf{T}(t_{eph})$. Очевидно век-

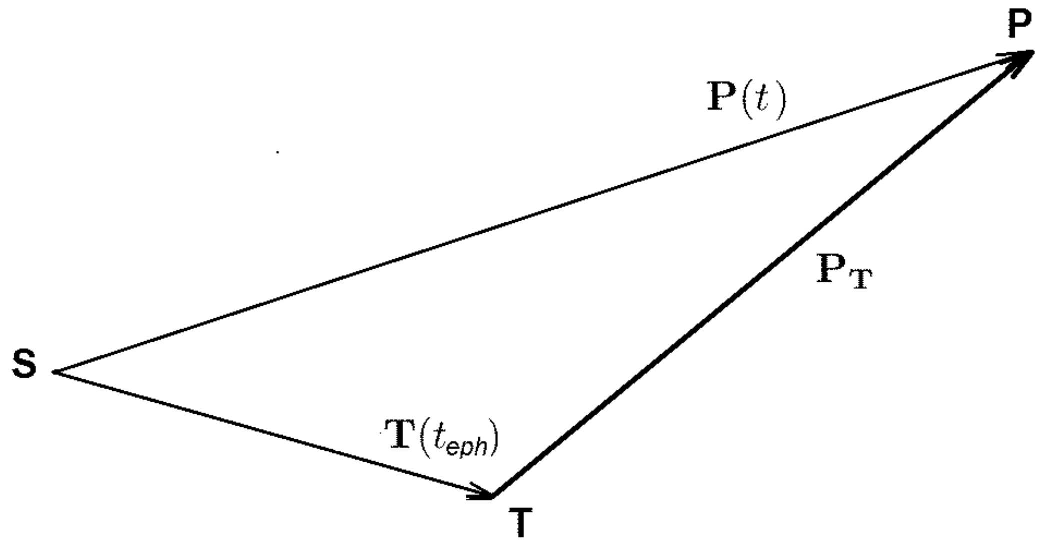

Рис. 1: Пространственное расположение малой планеты **P** , наблюдателя **T** и Солнца **S**.

торное соотношение

$$\mathbf{P_T} = \mathbf{P}(t) - \mathbf{T}(t_{eph}). \tag{1}$$

Каждое событие имеет момент времени. Время отсчитывается в некоторой шкале. Эфемериды малой планеты будем получать в шкале земного времени TT, пренебрегая разностью времени в шкалах TDB и TT и считая это последнее время равномерным.

Рассматриваемые векторы задаются своими компонентами в какой-либо системе координат. Будем применять две системы невращающихся координат: эклиптическую и экваториальную. Для связи систем будем использовать постоянный угол наклона экватора к эклиптике ε. Фиксация систем координат определяется эпохой небесного экватора и точки весеннего равноденствия. Могут применяться различные эпохи. В частности, это может быть эпоха J2000 или эпоха B1950. Эпоха J2000 – это 12 ч. 1 января 2000 г. Юлианский день в этот момент равен JD=2451545.0.

Элементы кеплеровых орбит малых планет обычно задаются в гелиоцентрической эклиптической системе координат. Эпоха средней аномалии задается в шкале TT. Эфемериды нам нужны в геоэкваториальной системе небесных координат. Моменты эфемерид также будем отсчитывать в шкале земного времени TT, пренебрегая разностью времени в шкалах TDB и TT. Шкала времени TT является продолжением шкалы эфемеридного времени, которая применялась в старых работах прошлого столетия. Сейчас во многих случаях эфемериды задаются в шкале времени UTC. В 2017 году разность времени TT-UTC составляла 69.183 секунды.

Если при вычислении эфемериды мы учтем конечность скорости распространения света, то получаемые координаты малой планеты будут астрометрическими.

В задаче № 9 практикума требуется получить сферические координаты вектора $\mathbf{P_T}$ в гео-экваториальной системе, то есть прямое восхождение и склонение малой планеты.

Вектор $\mathbf{P}(t)$ находится из теории гелиоцентрического движения малой планеты. Вектор $\mathbf{T}(t_{eph})$ может быть найден разными способами. Если в нашем распоряжении имеется какая-либо модель гелиоцентрического движения Земли, будем пользоваться этой моделью, определяя гелиоцентрический вектор Земли на эфемеридный момент t_{eph}. Но можно поступить иначе. В некоторых обстоятельствах бывает доступна эфемерида Солнца в виде таблицы его прямоугольных коордннат. Эфемерида Солнца в различных источниках дается в астрометрических прямоугольных координатах. При этом конец геоцентрического радиуса-вектора Солнца соответствует его полжению в момент $(t_{eph} - \tau)$ старта тех фотонов с Солнца, которые прибывают на Землю в момент t_{eph}, где τ – световое время от Солнца до Земли. Чтобы получить из таких эфемерид геоцентрический вектор Солнца на момент t_{eph}, нужно эфемериду брать на момент $t_{eph} + \tau$. Световое время τ приближенно можно принять равным 500 секунд. Обозначая геоцентрический вектор Солнца в момент t_{eph} через $\mathbf{S}(t_{eph})$, будем иметь

$$\mathbf{T}(t_{eph}) = -\mathbf{S}(t_{eph}). \tag{2}$$

Что касается эфемериды малой планеты, то неизвестный момент времени t определяется из соотношения

$$t = t_{eph} - \frac{|\mathbf{P}(t) - \mathbf{T}(t_{eph})|}{c},$$

где c - скорость света. Последнее соотношение называют уравнением времени. Поскольку t входит в него еще как аргумент теории движения малой планеты, то уравнение времени решают последовательными приближениями, полагая в нулевом приближении $t = t_{eph}$. Для выполнения этой процедуры необходимо уметь вычислять компоненты вектора $\mathbf{P}(t)$ на любые заданные моменты времени.

Введем обозначения для компонент рассматриваемых векторов в принятых системах эклиптических и экваториальных координат.

Обозначим через x, y, z гелиоцентрические координаты малой планеты в эклиптической системе координат, через x', y', z' гелиоцентрические координаты малой планеты в экваториальной системе координат, Эти координаты будут относиться к моменту времени t.

Далее обозначим через X_T, Y_T, Z_T – гелиоцентрические экваториальные координаты Земли, а через X_s, Y_s, Z_s – геоцентрические экваториальные координаты Солнца. Эти координаты будут относиться к моменту времени t_{eph} Очевидно, что

$$X_s = -X_T, \quad Y_s = -Y_T, \quad Y_s = -Y_T.$$

Компоненты вектора $\mathbf{P_T}$ в экваториальной системе обозначим через X, Y, Z.

На основании соотношений (1), (2) можно записать

$$X = x' + X_s, \quad Y = y' + Y_s \quad Z = z' + Z_s, \tag{3}$$

где x', y', z' определяются на момент времени t, а X_s, Y_s, Z_s – на момент t_{eph}.

Эфемерида нам нужна в виде таблицы экваториальных небесных координат малой планеты: прямого восхождения α и склонения δ. Их главные значения лучше вычислять с помощью соотношений

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{Y}{X}, \quad \operatorname{tg} \delta = \frac{Z}{\sqrt{X^2 + Y^2}}. \tag{4}$$

При определении квадранта угла α следует учитывать, что знак $\cos \alpha$ совпадает со знаком X.

Геоцентрическое расстояние малой планеты R вычисляется по формуле

$$R = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}. \tag{5}$$

Теперь уравнение времени выражается в виде

$$t = t_{eph} - \frac{R}{c}. \tag{6}$$

Теория движения малой планеты дает нам гелиоцентрические эклиптические координаты малой планеты x, y, z, как функции времени t. Связь экваториальных x', y', z' и эклиптических координат x, y, z дается соотношениями

$$x' = x, \quad y' = y\cos\varepsilon - z\sin\varepsilon, \quad z' = y\sin\varepsilon + z\cos\varepsilon, \tag{7}$$

где ε – угол наклона экватора к эклиптике.

Вычисление координат Земли, то есть вектора $\mathbf{T}(t_{eph})$, на момент времени t_{eph} можно делать приближенно по средним элементам ее кеплеровой орбиты. Как это делать, рассмотрено ниже.

В задаче № 9 практикума согласно принятой модели движения малой планеты гелиоцентрические эклиптические координаты x, y, z вычисляются по формулам кеплеровой орбиты. Как это делать – описано в следующем параграфе.

9.3. Вычисления по формулам кеплерова движения

В модели кеплерова движения положение и скорость движущейся пассивно гравитирующей материальной точки отсчитываются в произвольной невращающейся системе прямоугольных координат x, y, z. В случае данной задачи практикума – это гелиоцентрическая эклиптическая система небесных координат.

Для определения координат на заданный момент времени t считаются известными элементы кеплеровой орбиты:

- n – среднее движение, размерность радиан/ед.времени;
- e – эксцентриситет, безразмерный;
- i – наклон (двугранный угол между плоскостью орбиты и основной плоскостью Oxy), рад.;
- M_0 – средняя аномалия в эпоху t_0 – значение средней аномалии M в начальный момент времени t_0, рад.;
- ω – угловое расстояние перицентра от восходящего узла орбиты, рад.;
- Ω – долгота восходящего узла орбиты – угол в плоскости Oxy между осью x и линией узлов, рад.;

Задан также начальный момент времени t_0 — эпоха средней аномалии.

Наклон i может принимать значения от 0 до π. При $i > \pi/2$ движение небесного объекта по орбите считается обратным.

Наряду со средним движением n в качестве параметра орбиты может рассматриваться также большая полуось орбиты a, связанная с n третьим законом Кеплера:

$$a = \left(\frac{\mu}{n^2}\right)^{1/3} . \qquad (8)$$

Движение происходит в неизменной плоскости, проходящей через начало координат. В этой плоскости определена орбитальная система прямоугольных координат ξ, η с началом, совпадающим с началом системы координат x, y, z, причем ось абсцисс $O\xi$ направлена по линии апсид в направлении на перицентр орбиты.

Для вычисления координат сначала находится средняя аномалия M на момент t по формуле

$$M = M_0 + n(t - t_0). \qquad (9)$$

Затем решается уравнение Кеплера относительно эксцентрической аномалии E:

$$E - e \sin E = M. \qquad (10)$$

Решение находится классическим методом итераций. Каждая новая итерация E_n находится из предыдущей E_{n-1} по формуле

$$E_n = M + \sin E_{n-1} \quad (n = 0, 1, 2, ...). \qquad (11)$$

При этом в качестве начального приближения берется $E_0 = M$, а итерации продолжаются до тех пор, пока модуль разности между последовательными итерациями $|E_{n-1} - E_n|$ не станет меньше заданного числа ε^*.

Заметим здесь, что в литературе встречаются более эффективные итерационные формулы для решения уравнения Кеплера.

Как только эксцентрическая аномалия найдена, следует сразу определить прямоугольные координаты движущейся точки в орбитальной системе координат по формулам

$$\xi = a(\cos E - e), \quad \eta = a\sqrt{1 - e^2} \sin E. \qquad (12)$$

Далее необходимо найти коэффициенты перехода от орбитальной системы к гео-эклиптической системе координат x, y, z

$$\begin{array}{lcrlcl} P_x & = & & \cos\omega\cdot\cos\Omega & - & \sin\omega\cdot\sin\Omega\cdot\cos i, \\ P_y & = & & \cos\omega\cdot\sin\Omega & + & \sin\omega\cdot\cos\Omega\cdot\cos i, \\ P_z & = & & \sin\omega\cdot\sin i, & & \\ Q_x & = & - & \sin\omega\cdot\cos\Omega & - & \cos\omega\cdot\sin\Omega\cdot\cos i, \\ Q_y & = & - & \sin\omega\cdot\sin\Omega & + & \cos\omega\cdot\cos\Omega\cdot\cos i, \\ Q_z & = & & \cos\omega\cdot\sin i & & \end{array} \tag{13}$$

и вычислить прямоугольные координаты по формулам

$$\begin{aligned} x &= P_x\cdot\xi + Q_x\cdot\eta, \\ y &= P_y\cdot\xi + Q_y\cdot\eta, \\ z &= P_z\cdot\xi + Q_z\cdot\eta. \end{aligned} \tag{14}$$

В итоге на заданный момент времени t по формулам кеплерова движения вычислены гелиоцентрические эклиптические координаты малой планеты x, y, z.

При вычислении эфемерид малых планет нужно четко согласовывать используемые шкалы времени, положение начал используемых систем координат, ориентацию координатных осей. В различных задачах пренебрегают теми или иными различиями шкал времени и систем координат. Это снижает точность эфемерид. Сделанные допущения должны сообщаться вместе с самими эфемеридами, чтобы иметь представление о точности получаемых данных.

9.4. Определение координат Земли по средним элементам кеплеровой орбиты

Для приближенного вычисления эфемерид малой планеты координаты Земли на момент эфемериды могут вычисляться тоже приближенно. Это можно делать по формулам кеплерового движения при заданных средних элементах орбиты. Выражения для средних элементов орбиты Земли в виде полиномов по степеням времени можно взять из статьи (Simon, Bretagnon, Chapront, 1994). Эти полиномы являются частью одной из наиболее точных аналитических теорий движения планет. Для вычисления эфемерид малых планет можно ограничиться формулами линейного по времени изменения элементов. Элементы отсчитываются в невращающейся системе координат

и относятся к эклиптике и равноденствию эпохи J2000. Представлены формулы для следующих элементов:
a - большая полуось,
e - эксцентриситет,
i - наклон к эклиптике,
λ - средняя долгота,
ϖ - долгота перигелия,
Ω - долгота восходящего узла.

Приведем здесь эти формулы. Единицы измерения величин даны после численных значений в скобках. Аргумент времени T выражен в юлианских тысячелетиях от эпохи J2000, т. е. $T = (t - 2451545.0)/365250.0$, где t - время в юлианских днях в шкале времени TDB.

$$a = 1.00000101778(\text{астрономические единицы}),$$
$$e = 0.0167086342,$$
$$i = 469.97289(\text{секунды дуги}) \cdot t,$$
$$\lambda = 100.46645683(\text{градусы}) + 1295977422.83429(\text{секунды дуги}) \cdot t,$$
$$\varpi = 102.93734808(\text{градусы}) + 11612.35290(\text{секунды дуги}) \cdot t,$$
$$\Omega = 174.87317577(\text{градусы}) - 8679.27034(\text{секунды дуги}) \cdot t.$$

Среднюю аномалию M и аргумент перигелия ω можно затем вычислить по формулам

$$M = \lambda - \varpi, \quad \omega = \varpi - \Omega.$$

Вычисления прямоугольных гелиоцентрических эклиптических координат Земли по элементам можно выполнить по формулам кеплерова движения, приведенным выше. Затем можно перейти к экваториальным координатам по формулам (7).

Полные формулы для средних элементов орбиты Земли при необходимости можно взять из статьи (Simon, Bretagnon, Chapront, 1994).

9.5. Исходные данные и порядок вычислений

Прежде всего нужно выбрать малую планету и найти элементы ее кеплеровой орбиты $n, e, i, M_0, \omega, \Omega$, заданные на некоторую начальную эпоху t_0. Это могут быть элементы начальной орбиты неизвестного объекта, определенные по трем наблюдениям, либо оскулирующие элементы известной малой планеты.

Элементы кеплеровой орбиты малой планеты обычно задаются в гелиоцентрической эклиптической системе координат. Эти данные можно найти в справочниках по малым планетам, например, в издании Эфемериды малых планет, ИТА РАН, или на сайте Центра малых планет (Minor Planet Center - MPC) по адресу
http://www.minorplanetcenter.net/iau/MPCORB.html.
В последнем случае нужно пройти по одной из ссылок MPCORB.DAT (uncompressed), MPCORB.DAT.gz и скопировать в компьютер файл с элементами орбит всех малых планет. Далее следует выбрать из файла оскулирующие элементы интересующей нас малой планеты. Описание формата данных находится на странице
http://www.minorplanetcenter.net/iau/info/MPOrbitFormat.html
а расшифровку закодированной начальной эпохи можно сделать по инструкции, которая находится на странице
http://www.minorplanetcenter.net/iau/info/PackedDates.html

Для вычисления эфемерид потребуются значения некоторых постоянных: скорости света c, гравитационного параметра Солнца μ, наклона земного экватора к эклиптике ε и, возможно, астрономической единицы a_0. Современные значения этих постоянных возьмем из работы (Folkner et al., 2014): $c = 299792.458$ км/с,
$\mu = 132712440041.939400$ км^3/с^2,
$\varepsilon = 84381.448$ сек. дуги,
$a_0 = 149597870.700$ км.

Далее следует выбрать момент эфемерид t_{eph} для интересующей нас малой планеты. При решении задачи практикума выбираем t_{eph} так, чтобы на этот момент в нашем распоряжении имелись бы уже вычисленные эфемериды, и можно было бы сверить получаемые результаты. Где можно найти заранее вычисленные эфемериды малых планет, написано ниже.

Эфемериды находятся в результате следующей последовательности действий:
1. Полагаем $t = t_{eph}$.
2. Если большая полуось орбиты не задана, то ее нужно вычислить по формуле (8). Если она задана в астрономических единицах, то нужно перевести значение в километры, используя приведенное выше значение астрономической единицы a_0.
3. Находим прямоугольные гелиоцентрические эклиптические координаты малой планеты x, y, z на момент t по формулам (9)-(14).
4. Вычисляем гелиоцентрические экваториальные координаты малой

планеты x', y', z' по формулам (7).
5. Находим гелиоцентрические прямоугольные координаты Земли X_T, Y_T, Z_T на момент t_{eph}.
Это можно сделать одним из трех способов:
- вычислить по средним элементам, данным выше в специальном разделе,
- найти по прямоугольным координатам Солнца в Астрономическом ежегоднике,
- найти по координатам Солнца в одной из служб эфемерид в интернете.
6. Вычисляем геоцентрическое расстояние по формуле (5) и находим новый, исправленный за световое время момент t из соотношения (6).
7. Переходим к следующей итерации вычислений, т. е. к пункту 3. Если точность вычисления светового времени достигнута, то выполняем заключительные вычисления угловых экваториальных координат малой планеты α, δ по формулам (4).

В заключение необходимо выразить полученное значение прямого восхождения малой планеты в часах, минутах и секундах времени, а склонение в градусах, минутах и секундах дуги.

Для проверки правильности полученной эфемериды можно сравнить ее с данными из других источников. Эфемериды малых планет публикуются в различных ежегодниках. Примером может служить издание Эфемериды малых планет, ИТА РАН.

Эфемериды малых планет получаются на специальных службах, доступных через интернет. Вот адреса некоторых из них:

Minor Planet Center
http://www.minorplanetcenter.net/iau/MPEph/MPEph.html

HORIZONS Web-Interface, Jet Propulsion Laboratory,
California Institute of Technology, USA
https://ssd.jpl.nasa.gov/horizons.cgi

The IMCCE Virtual Observatory Solar System Portal,
Observatoire de Paris, France
http://vo.imcce.fr/webservices/miriade/?forms

В качестве дополнительных исследований можно провести вычисления при различных принимаемых упрощениях. В частности, можно пренебречь световым временем при вычислении координат малой планеты, можно пренебречь световым временем при вычислении координат Солнца, можно пренебречь разностью шкал UTC и TDB.

9.6. Примеры вычислений эфемерид малых планет

Пример 1.

Для первого примера возьмем "бумажные" источники данных, т. е. ежегодник Эфемериды малых планет, ИТА АН СССР и Астрономический ежегодник СССР на 1978 год. Выберем малую планету 220 Stephania. Элементы орбиты этой малой планеты даны на стр. 20 ежегодника Эфемериды малых планет, а эфемериды – на стр. 108. Эпоха средней аномалии задана в форме 0 час. эфемеридного времени 2 декабря 1962 года. Необходимо перевести этот момент в юлианскую дату. Для перевода можно воспользоваться таблицами Астрономического ежегодника СССР или найти соответствующий онлайн сервис в интернете. Для данной эпохи средней аномалии получим $t_0 = 2438000.5$. Угловые элементы выражены в градусах, а среднее движение n, обозначенное в таблице через μ – в секундах дуги в сутки. Большая полуось орбиты a дана в астрономических единицах. В эпоху этих публикаций было принято выражать эксцентриситет орбиты как арксинус некоторого угла φ. Именно этот угол и дан в таблице ежегодника Эфемериды малых планет за 1978 год. Итак, берем из таблицы следующие значения:

$$M_0 = 162.860, \quad \omega = 77.569, \quad \Omega = 258.031, \quad i = 7.589,$$

$$\varphi = 14.899, \quad \mu = 985.395, \quad a = 2.3493.$$

Момент эфемерид возьмем 0 час. эфемеридного времени 13 марта 1978 года. Именно на этот момент дана эфемерида малой планеты 220 Stephania на стр. 108. Выражая эту дату в юлианских днях, получим $t_{eph} = 2443580.5$.

Заметим, что интервал времени между моментом эфемериды и эпохой средней аномалии равен 5580 суток. За это время малая планета совершила 4.24 оборота вокруг Солнца.

Прямоугольные координаты Солнца на 0 час. эфемеридного времени 13 марта 1978 года найдем на стр. 35 Астрономического ежегодника СССР на 1978 год. Имеем следующие значения, выраженные в астрономических единицах:

$$X_s = 0.9834527, \quad Y_s = -0.1321738, \quad Z_s = -0.0573197.$$

Это астрометрические координаты Солнца. Они даны с учетом светового времени. В данном примере пренебрежем световым временем. Будем считать, что это координаты, заданные на момент t_{eph}.

Все координаты в исходных данных, а также эфемериды, отсчитываются в системе экватора и равноденствия эпохи B1950. Во всех данных используется шкала эфемеридного времени.

Возьмем выписанные здесь исходные данные и проведем вычисления как предписано выше. На первом этапе положим $t = t_{eph}$. Для контроля вычислений приведем промежуточный результат – полученные гелиоцентрические эклиптические координаты малой планеты, выраженные в километрах:

$$x = -368846000.2, \quad y = -147444555.0, \quad z = -44000208.6.$$

Продолжая вычисления, получаем искомую эфемериду малой планеты:

$$\alpha = 14^h 7^m 15.312^s, \quad \delta = -22^\circ 24' 33.524''.$$

Топоцентрическое расстояние получилось равным $R = 282236511.7$ км. Соответствующее топоцентрическому расстоянию световрое время равно 941.440 сек.

Попробуем сделать следующую итерацию – вычислим снова эфемериду, полагая $t = t_{eph} - 941.440$ сек. Теперь получаем

$$\alpha = 14^h 7^m 14.498^s, \quad \delta = -22^\circ 24' 30.693''.$$

Как видно из этих результатов, учет светового времени до малой планеты уточняет эфемериду примерно на 18 секунд дуги.

Сравним теперь результат с тем, что дано в ежегоднике Эфемериды малых планет. В ежегоднике на дату эфемериды экваториальные координаты малой планеты составляют

$$\alpha = 14^h 9.9^m, \quad \delta = -22^\circ 34'.$$

Различия составляют примерно 0.5 градуса. Мы не можем объяснить эти различия, так как не знаем точно, какая модель была использована при вычислении эфемериды в ИТА АН СССР.

Пример 2.

Теперь для этой же малой планеты 220 Stephania возьмем данные Центра Малых планет через интернет по адресу, указанному выше. Оскулирующие элементы орбиты в момент нашего туда обращения были заданы на эпоху 0 ч. 16 февраля 2017 года в шкале времени TDB. Этот момент соответствует юлианской дате JD=2475800.5. Элементы орбиты малой планеты 220 Stephania имеют следующие значения:

$$M_0 = 184.40985, \;\; \omega = 78.44681, \;\; \Omega = 257.96526, \;\; i = 7.58837,$$

$$e = 0.2580771, \;\; n = 0.27387279, \;\; a = 2.3483895.$$

Здесь угловые элементы измерены в градусах, среднее движение n в градусах в сутки, большая полуось a в астрономических единицах. Элементы относятся к эклиптической системе координат, эпоха экватора и равноденствия J2000.

Выберем следующие моменты эфемерид (год/месяц/день):
2017/ 2/ 16 (JD=2457800.5) – эпоха элементов,
2020/ 9/ 22 (JD=2459114.5) – через период обращения малой планеты,
2032/ 5/ 28 (JD=2463380.5) – тот же интервал 5580 суток, какой был в предыдущем примере.

Для определения координат Земли воспользуемся моделью ее кеплерова движения, как описано выше. Средние элементы орбиты Земли также, как и элементы орбиты малой планеты, относятся к системе координат с эпохой экватора и равноденствия J2000. Эпоха элементов в обоих случаях задана в шкале времени TDB.

Вычисления проведем по плану, предписанному выше. Учтем световое время, сделаем две итерации. У нас получились следующие результаты.

Момент эфемерид 2017/ 2/ 16 (JD=2457800.5). Полученные экваториальные координаты малой планеты имеют значения

$$\alpha = 10^h 47^m 17.633^s, \;\; \delta = -4^\circ 15' 25.186''.$$

Момент эфемерид 2020/ 9/ 22 (JD=2459114.5). Экваториальные координаты

$$\alpha = 10^h 52^m 35.143^s, \;\; \delta = 1^\circ 2' 20.505''.$$

Момент эфемерид 2032/ 5/ 28 (JD=2463380.5). Экваториальные координаты

$$\alpha = 13^h 19^m 57.174^s, \;\; \delta = -16^\circ 0' 38.599''.$$

Для сравнения возьмем эфемериды, вычисляемые с помощью службы Центра Малых Планет, доступную через интернет по адресу, указанному выше. На странице службы следует задать Observatory code:

500, что соответствует геоцентру. В окне Ephemeris start date: нужно ввести дату момента эфемерид. Следует учесть, что введенный момент эфемерид получится соответствующим 0 часов указанной даты в шкале времени UTC. Наши вычисления сделаны для моментов времени, выраженных в шкале TDT. Разность TDT-UTC в 2017 году составляла 69.184 секунд. Мы пренебрегаем этой разностью, считая, что моменты эфемерид заданы в шкале TDB.

Эфемериды Центра Малых Планет получились следующими:
Момент 2017/ 2/ 16 (JD=2457800.5). Экваториальные координаты

$$\alpha = 10^h 47^m 18.0^s, \;\; \delta = -4^\circ 15' 27''.$$

Момент 2020/ 9/ 22 (JD=2459114.5). Экваториальные координаты

$$\alpha = 10^h 52^m 21.5^s, \;\; \delta = 1^\circ 3' 29''.$$

Момент 2032/ 5/ 28 (JD=2463380.5). Экваториальные координаты

$$\alpha = 13^h 18^m 46.9^s, \;\; \delta = -15^\circ 51' 29''.$$

Сравнение с нашими результатами показывает следующие разности по прямому восхождению и склонению.
Момент 2017/ 2/ 16 (JD=2457800.5), $\Delta\alpha = 0.4^s$, $\Delta\delta = 1.8''$.
Момент 2020/ 9/ 22 (JD=2459114.5), $\Delta\alpha = -13.6^s$, $\Delta\delta = 68.5''$.
Момент 2032/ 5/ 28 (JD=2463380.5), $\Delta\alpha = -70.3^s$, $\Delta\delta = 549.6''$.

Для последнего из трех моментов разность эфемерид составляет примерно 0.3 градуса. Эта разность аналогична той, что получилась в первом примере. Разности можно объяснить в первую очередь тем, что в ИТА АН СССР и в Центре Малых Планет движение малой планеты моделировалось с учетом различных возмущений. В нашем методе использовалась приближенная модель – кеплерова модель движения.

9.7. Порядок выполнения работы по задаче практикума и форма отчета

Каждому студенту предлагается выбрать свою малую планету и решить для нее задачу в двух вариантах аналогично приведенным выше примерам. "Бумажные" источники данных нужно взять в библиотеке, а данные Центра малых планет получить через интернет.

Отчет должен быть составлен по следующему плану:

1. Введение.
2. Постановка задачи.
3. Метод решения.
4. Полученные результаты.
5. Заключение.

Во введении нужно кратко описать цель решения задачи, указать, для чего нужны эфемериды малых планет. В разделе "Постановка задачи" привести все численные значения исходных данных. В разделе "Метод решения" перечислить все упрощения, которые были сделаны при решении задачи. Полученные результаты должны содержать результат сравнения с контрольными эфемеридами. В заключении можно высказать свои впечатления о процессе решения задачи.

Литература

Эфемериды малых планет на 1978 год. Издательство "Наука", Ленинградское отделение, Ленинград - 1977.

Астрономический ежегодник СССР на 1978 год.

Folkner W.M., Williams J.G., Boggs D.H., Park R.S., Kuchynka P. The Planetary and Lunar Ephemerides DE430 and DE431. The Interplanetary Network Progress Report. 2014. V. 42-196. P. 1-81.

Simon J.L., Bretagnon P., Chapront J., Chapront-Touze M., Francou G., Laskar J. Numerical expressions for precession formulae and mean elements for the Moon and the planets Astronomy and Astrophysics. 1994. V. 282, no. 2, p. 663-683.